Physik Modellieren

Grafikorientierte
Modellbildungssysteme
im Physikunterricht

von

Horst P. Schecker

Ernst Klett Verlag
Stuttgart Düsseldorf Berlin Leipzig

Inhaltsverzeichnis

Vorwort 6

Teil I Die Grundlagen

1. Ohne lange Vorrede: Modellierung des radioaktiven Zerfalls 9

1.1 Experiment 9

1.2 Modellentwicklung 10

1.3 Rückblick auf den Modellbildungsprozeß 20

2. Was bedeutet „computergestützte, grafikorientierte, systemdynamische Modellbildung“? — Eine Einführung 22

2.1 Modellbildung 22

2.1.1 Modellbegriff 22

2.1.2 Modellbildungssystem 23

2.2 Systemdynamik 25

2.3 Die Sprache der Systemdynamik 26

2.3.1 Zustandsgrößen 27

2.3.2 Der systemdynamische und der physikalische Zustandsbegriff 28

2.3.3 Änderungsraten 31

2.3.4 Einflußgrößen und Einflüsse 35

2.3.5 Stella-Notation 36

2.4 Grafikorientierung 38

2.5 Computerunterstützung 40

2.6 Vorgehensweise bei der Modellbildung 41

3. Ganz ohne Numerik geht es nicht 43

3.1 Euler-Verfahren 44

3.2 Verfahren Runge-Kutta-2 44

3.3 Verfahren Runge-Kutta-4 45

3.4 Beispiel Federschwingung 46

3.5 Wie findet man die passende Numerik? 47

4. Wozu dient der Einsatz von Modellbildungssystemen im Physikunterricht? — Der fachdidaktische Begründungszusammenhang 48

4.1 Computereinsatz im Physikunterricht — Die momentane Situation 48

4.2 Schülervorverständnis und Physiklernen 50

4.3 Zum Beitrag der Systemdynamik 50

4.4 Ziele des Einsatzes von Modellbildungssystemen 53

4.4.1 Betonung grundlegender physikalischer Strukturen 53

4.4.2 Erweiterung des Themenspektrums um komplexe Phänomene 57

4.4.3 Orientierung des Physikunterrichts am Schülervorverständnis 58

5. Wie setzt man ein Modellbildungssystem im Unterricht ein? — Methodische Aspekte 62

5.1 Interaktive Entwicklung der Modelle im Unterricht 62

5.2 Verzahnung von Modellbildung mit Experimenten 63

5.3 Offene Unterrichtsgestaltung 67

5.4 Die ersten Unterrichtsstunden mit einem Modellbildungssystem 68

Teil II Die Modelle

6. Einführung 77

6.1 Konzeption der Materialien 77

6.2 Physikalische Inhaltsbereiche systemdynamischer Modellbildung 78

7. Kräfte und Bewegungen 81

7.1 Struktur der Newtonschen Dynamik 81

7.2 Das Newtonsche Grundmodell 82

7.3 Kinematik 83
7.4 Dynamik 85
7.4.1 Volbremsung 85
7.4.2 Anfahren mit Vollgas 86
7.4.3 Raketenstart 88

7.5 Modellgleichungen 91

8. Regentropfen, Fallschirmspringer und Meteoriten: Bewegungen mit Strömungsreibung 94
8.1 Kräfte bei der Strömungsreibung 95
8.2 Metallkügelchen in zäher Flüssigkeit 96
8.3 Papiertrichter 98
8.4 Torwartabstoß 100
8.5 Fallschirmspringen 101
8.6 Meteoriten 102
8.3 Modellgleichungen 106

9. Planeten, Raumkapseln und Ionen: Bewegungen in Feldern 108
9.1 Didaktisch-methodische Aspekte 108
9.2 Ein-Körper-Problem 110
9.3 Zwei-Körper-Problem 112
9.3.1 Modellstruktur 112
9.3.2 Sonne-Erde-System 115
9.3.3 Erde-Mond-System 116
9.3.4 Doppelsternsystem 116
9.4 Swing-by Effekt 117
9.4.1 Physikalische Grundlagen des Swing-by 117
9.4.2 Anwendung des Zwei-Körper-Modells 119
9.5 Drei-Körper-Problem 122
9.5.1 Modellstruktur 122
9.5.2 Doppelsternsystem mit Planet 125
9.5.3 Schleifenbahn des Jupiters 125
9.6 Bewegung im Coulombfeld: Rutherford-Streuung 126
9.7 Bewegung im homogenen Magnetfeld: Fadenstrahlrohr 129
9.8 Überlagerung elektrischer und magnetischer Felder: Massenspektroskopie 130
9.9 Modellgleichungen 133

10. Mechanische Schwingungen 137
10.1 Didaktisch-methodische Aspekte 137
10.2 Physikalische Grundannahmen 138
10.3 Federpendel 138
10.3.1 Freie, ungedämpfte Schwingung 138
10.3.2 Gedämpfte Schwingung 140
10.3.3 Gekoppelte Pendel 141
10.3.4 Pohlsches Drehpendel 143
10.4 Fadenpendel 146
10.5 Kombiniertes Feder-Faden-Pendel 148
10.6 Modellgleichungen 151

11. Spule und Kondensator im Stromkreis 154
11.1 Physikalische Grundstruktur 154
11.2 Kapazität im Stromkreis 156
11.2.1 Ladevorgänge bei Kondensatoren 156
11.2.2 Arbeit bei der Kondensatorladung 158
11.2.3 Kapazität im Wechselstromkreis 159
11.3 Induktivität im Stromkreis: Ein- und Ausschaltvorgänge bei Spulen 160
11.4 Elektromagnetischer Schwingkreis 161
11.5 Leistung im Wechselstromkreis 164
11.6 Modellgleichungen 165

12. Radioaktiver Zerfall 166
12.1 Zerfall von Barium 137m 166
12.2 Produktion von Barium 137m 168
12.3 Zerfallsreihen 170
12.4 Zerfall angeregten Silbers 170
12.5 Modellgleichungen 172

13. Energie 174
13.1 Energiemodelle in der Mechanik 174
13.2 Energiemodelle beim elektrischen Stromkreis 176
13.3 Wärmeflüsse 179
13.4 Modellgleichungen 180

Teil III Die Forschung

14. Modellbildungssysteme im Unterricht — Forschungsstand 183
14.1 Fachliches Problemlösen und Systemdynamik 183
14.2 Fachinhalte und fachliches Problemlösen 184
14.3 Modelldenken 185
14.4 Modelldenken und Systemdenken 187
14.5 Zusammenfassung 188

15. Computergestützte Modellbildung in der Mechanik — Eine Unterrichts-Fallstudie 190
15.1 Themenüberblick 190
15.2 Radfahrer-Verfolgung 191
15.3 Anfahrender Bus 193
15.4 Unabhängigkeitsprinzip 194
15.5 Kugelstoßen 197
15.6 Vollbremsung 198
15.7 Fallschirmspringen 199
15.8 Meteore und Meteoriten 201
15.9 Rakete 204
15.10 Zusammenfassung 207
15.10.1 Sachstruktur und Komplexität 207
15.10.2 Schülerorientierung 208

16. Modellbildungssysteme im Physikunterricht — Ergebnisse von Langzeitstudien 210
16.1 Zugang zur systemdynamischen Modellierung physikalischer Phänomene 211
16.2 Förderung physikalischer Reflexion 214
16.3 Förderung physikalischen Verständnisses 215
16.4 Schülerorientierung 218

Anhang
A1 Modelle in Moebius-Versionen 222
A2 Literatur 233
A3 Software 236

Vorwort

Mit diesem Buch möchte ich die Nutzung grafikorientierter Modellbildung im Physikunterricht voranbringen. Ich sehe in der systemdynamischen Modellierung ein großes didaktisches Potential, um den Physikunterricht um interessante Phänomene zu bereichern, komplexe physikalische Fragestellungen zu behandeln und gleichzeitig das mathematische Anforderungsniveau zu senken, sowie eigenständige Ideen und Lösungsansätze von Schülern aufzugreifen.

Das Buch wendet sich insbesondere an drei Zielgruppen:

- Physiklehrer in der gymnasialen Oberstufe,
- Fachleiter und Referenten in der Lehrerfortbildung,
- Physikdidaktiker an Hochschulen in der Lehrerausbildung.

Der didaktische Begründungszusammenhang für die Anwendung grafikorientierter Modellbildung im Physikunterricht — also die Frage „Warum und Wozu?“ — wird in Teil I dargelegt. Eng damit verknüpft sind methodische Erörterungen der Unterrichtsgestaltung, also die Frage nach dem „Wie?“. Durch den Einsatz von grafikorientierten Modellbildungssystemen ergeben sich insbesondere neue Möglichkeiten für die Veranschaulichung und Herausarbeitung begrifflicher Grundmuster physikalischer Theorien.

Die sieben Modellpakete in Teil II geben konkrete Anregungen für den Unterricht, machen jedoch keine Vorgaben für bestimmte Unterrichtsabläufe. Sie bilden also keine in sich geschlossenen Unterrichtseinheiten. Die Modelle lassen sich in die bestehenden Kursleisten für den Physikunterricht der gymnasialen Oberstufe einbinden. Die Anwender können und sollen selbst entscheiden, an welchen Stellen sie neue Elemente in ihren Unterrichtsgängen erproben möchten. Die Modellpakete sind nach gemeinsamen physikalischen Grundstrukturen geordnet, die in den Modellen deutlich werden. Die komplexeren Beispiele sollen auch einschlägig vorerfahrenen Lehrerinnen und Lehrern neue Anregungen für die Nutzung von Modellbildungssystemen im Physikunterricht geben. Der besondere didaktische Wert von Modellbildungssystemen liegt jedoch in der eigenen Entwicklung von Modellen durch Schüler und Lehrer. Die Materialien sind als Orientierungen über die *Möglichkeiten* der Modellierung physikalischer Phänomene zu verstehen, keinesfalls jedoch als *Unterrichtsvorlagen*.

In Teil III wird der Erkenntnisstand der Erprobung von Modellbildungssystemen im Unterricht umrissen. Neben zwei Übersichtskapiteln schildert eine *Unterrichtsfallstudie* die konkrete Arbeit mit einem Modellbildungssystem in einem Mechanikkurs der 11. Jahrgangsstufe. Durch das Aufzeigen von Erfolgen, aber auch von Schwierigkeiten und Fehlschlägen beim Einsatz des Werkzeugs im „normalen“ Physikunterricht wird ein realistisches Bild gezeichnet. Fallstudien zeigen, anders als geschlossene Unterrichtsentwürfe, daß der Einsatz eines Modellbildungssystems von den individuellen Gegebenheiten in einer Lerngruppe abhängig ist. Schilderungen aus dem Unterrichtsalltag sollen solche Kolleginnen und Kollegen zur computergestützten Modellbildung ermutigen, die bisher keine Erfahrungen mit dem Medium Computer gesammelt haben oder seinem Einsatz eher skeptisch gegenüberstehen. Insbesondere soll der Befürchtung entgegengetreten werden, die Arbeit mit Modellbildungssystemen führe zwangsläufig zu einer rechnerzentrierten Arbeitsweise und zum Zurückdrängen von Experimenten.

Alle Beispiele wurden mit dem Modellbildungssystem STELLA erstellt, das für Apple Macintosh und Windows-PCs vorliegt. Eine Realisierung der Modelle mit anderen Modellbildungsprogrammen, z.B. MOEBIUS, POWERSIM oder MODUS, ist ebenso möglich. Im Anhang werden eine große Zahl der im Buch gezeigten Modelle in MOEBIUS-Versionen gezeigt.

Leitlinie bei der Themenauswahl war ein enger Bezug zum Physikunterricht. Fachübergreifende Aspekte werden kurz angesprochen. Dazu zählen:

- komplexe Systeme und vernetztes Denken,
- Probleme und Perspektiven des Computereinsatzes im naturwissenschaftlichen Unterricht,
- neue Lehr-/Lernstrategien für den Physikunterricht.

Grundlagen der Systemdynamik greife ich nur in dem Maße auf, wie es für die Anwendung von Modellbildungssystemen im Physikunterricht notwendig ist. Einen breiteren Raum nehmen fachdidaktische Begründungszusammenhänge ein. Dadurch wird es dem potentiellen Anwender von Modellbildungssystemen möglich, reflektiert zu entscheiden, ob er sich der Mühe der Einarbeitung in diese Herangehensweise an physikalische Phänomene unterziehen will. Für eine solche Entscheidung möchte ich mit den Ausführungen in Teil I eine Grundlage schaffen.

Die vorgestellten Ergebnisse beruhen auf Forschungs- und Entwicklungsprojekten, die ich lange Jahre gemeinsam mit Thomas Bethge an der Universität Bremen durchgeführt habe.

Horst Schecker

Bremen, im Juni 1997

Teil I

Die Grundlagen

1. Ohne lange Vorrede: Modellierung des radioaktiven Zerfalls

2. Was bedeutet „computergestützte, grafikorientierte, systemdynamische Modellbildung“?
— Eine Einführung

3. Ganz ohne Numerik geht es nicht

4. Wozu dient der Einsatz von Modellbildungssystemen im Physikunterricht?
— Der fachdidaktische Begründungszusammenhang

5. Wie wird ein Modellbildungssystem im Unterricht eingesetzt?
— Methodische Aspekte

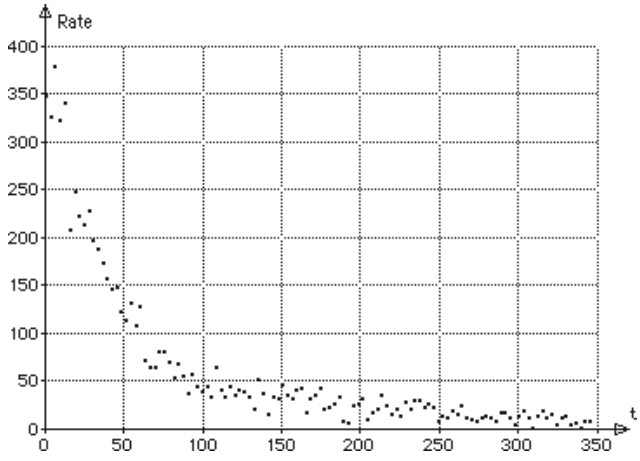
1. Ohne lange Vorrede: Modellierung des radioaktiven Zerfalls

Das Kapitel führt an einem konkreten Beispiel unmittelbar in die Arbeit mit Modellbildungssystemen im Physikunterricht ein. Dabei werden die Arbeitsschritte bei der Modellierung erläutert, ohne bereits auf Details im Umgang mit der Software einzugehen oder die didaktischen Gesichtspunkte grafikorientierter Modellbildung zu betonen. Das Beispiel soll zeigen, wie die computergestützte Modellbildung im Zusammenspiel mit anderen Softwarewerkzeugen (Meßdatenerfassung, Tabellenkalkulation) physikalisches Verständnis fördert. Als Beispiel dient die Modellierung eines radioaktiven Zerfallsprozesses.

1.1 Experiment

Ein bekanntes Experiment zur Untersuchung radioaktiver Prozesse geht von der Aktivierung von Silber aus. Man führt ein Stück Silberblech (einige cm^2) in eine Neutronenquelle ein und bestrahlt es etwa 15 bis 20 Minuten mit thermischen Neutronen. Nach der Entnahme legt man das Blechstück unter ein Geiger-Müller-Zählrohr und bestimmt über einen Zeitraum von einigen Minuten die Zählraten.

Abbildung 1.1 zeigt ein Meßergebnis.[1] Auf den ersten Blick scheint die Punkteschar für die Rate R(t) den vertrauten exponentiell abfallenden Verlauf zu nehmen, den man bei einem radioaktiven Zerfall zunächst erwartet. Wertet man die ersten Halbierungsintervalle aus, dann erhält man Halbwertszeiten T_h von ca. 30 s. Um den Kurvenverlauf zu beschreiben kann man in erster Näherung den mathematischen Ansatz $R=R_0 \cdot 1/2^{(t/Th)}$ machen.[2] Plottet man diese Funktion über die Punktefolge, sieht man jedoch, daß die Verhältnisse beim vorliegenden Experiment so einfach nicht sein können, denn die vorhergesagte Rate strebt zu schnell gegen Null

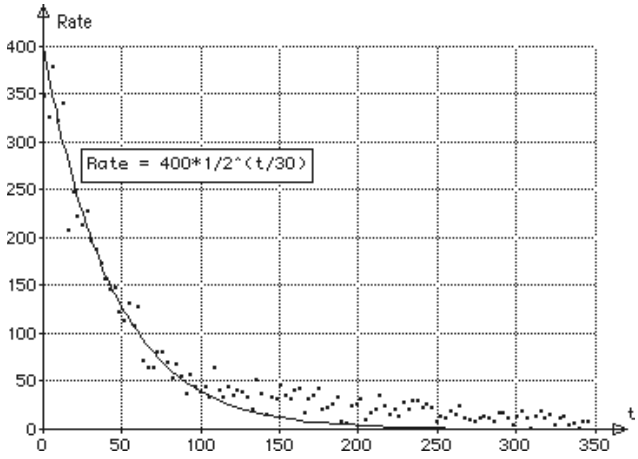


1.1 Zählrate bei durch Neutronenbeschuß aktiviertem Silberblech.

[1] Die Zählraten wurden mit dem Bremer Interfacesystem (Schecker 1994) in Intervallen von 3 Sekunden über einen Zeitraum von 6 Minuten aufgenommen und an das naturwissenschaftliche Tabellenkalkulationsprogramm MATHELAB exportiert. Alternativ können viele schulübliche Meßinterfaces und andere Tabellenkalkulationsprogramme, wie etwa EXCEL, verwendet werden.

[2] Die mathematische Modellierung bezieht sich nicht auf die Anzahl N(t) der verbleibenden radioaktiven Kerne sondern auf die Zählrate R(t), da im Experiment eine *Raten*messung erfolgt.

(vgl. Abb. 1.2). Der mathematische Beschreibungsansatz müßte komplizierter gestaltet werden. Ein anderer Zugang zum Phänomen kann auf der begrifflichen Ebene erfolgen. Die Klärung der begrifflichen Zusammenhänge beim radioaktiven Zerfall wird durch ein Modellbildungssystem, im vorliegenden Fall das Programm STELLA, unterstützt.



1.2 Plot der Funktion $R=R_0 \cdot 1/2^{(t/Th)}$ über die Zählraten (korrigiert um Nullrate).

1.2 Modellentwicklung

Beim ersten Kontakt mit einem Modellbildungssystem neigt man im vorliegenden Beispiel zu der Annahme — jedenfalls war das die Erfahrung des Verfassers — daß eine Exponentialfunktion an irgendeiner Stelle in den Modellgleichungen erscheinen müßte. Damit würde man jedoch „das Pferd vom Schwanz her aufzäumen“: Man setzt voraus, daß eine *mathematische* Lösung des Problems in Form einer funktionalen Beschreibung des Systemverhaltens bereits vorliegt und verwechselt das Modellbildungssystem mit einem Funktionsplotter.

Im Einleitungskapitel soll dagegen gezeigt werden, wie grafikorientierte Modellbildungssysteme einen *qualitativ-begrifflichen Zugang* unterstützen, der das Phänomen *physikalisch* grundlegend beschreibt und die zentralen eingehenden Annahmen hervorhebt, ohne von mathematischen Problemen überdeckt zu sein. Bei der systemdynamischen Modellbildung geht es *nicht* darum, ein auf analytischem Wege gewonnenes Ergebnis lediglich in anderer Form darzustellen. Grafische Modellierungsumgebungen sollen den Nutzer dabei unterstützen, die begriffliche Struktur der physikalischen Beschreibung eines Phänomens zu entwerfen, d.h. die zu berücksichtigenden Größen und ihre Zusammenhänge zu erarbeiten. Spezielle Vorhersagen, die sonst mit Hilfe der Ratengleichung $R=R_0 \cdot 1/2^{(t/Th)}$ berechnet werden, ergeben sich dadurch, daß die Dynamik des beschriebenen Systems, d.h. sein Verhalten in der Zeit, unter bestimmten Randbedingungen simuliert wird. Die Anwendung eines dynamischen Modells in einer Simulation ähnelt in diesem Aspekt dem Ergebnis eines Realexperiments. In beiden Fällen erhält man Daten, die nur unter bestimmten Randbedingungen gelten. Durch Vergleich der Modellvorhersage mit Daten aus eigenen Experimenten oder der Literatur erhält man dann Aufschluß über die Angemessenheit der im Modell formulierten physikalischen Annahmen.

Zielsetzung und Grenzen

Am Beginn einer Modellierung steht die Formulierung eines Ziels: Welches Phänomen, bzw. welches Systemverhalten soll modelliert werden? Welche Aspekte sollen im Modell erfaßt werden und welche außer Betracht bleiben? Für das vorliegende Beispiel kann man festhalten:

- Das Modell soll eine physikalische Beschreibung des Zerfallsprozesses liefern, in dem die wesentlichen Zusammenhänge qualitativ deutlich werden.
- Das Modell soll mit möglichst wenigen Größen und einfachen Annahmen auskommen.

- Auf Grundlage des Modells sollen quantitative Vorhersagen über das Systemverhalten gemacht werden, die mit den gemessenen Daten übereinstimmen.
- Das Modell soll auf den Zerfallsprozeß beschränkt bleiben. Der Vorgang der Entstehung von radioaktiven Silberkernen oder das Verhalten der Zerfallsprodukte liegt außerhalb der Modellgrenzen.

Die genannten Grenzen scheinen beim hier betrachteten Phänomen naheliegend zu sein. Anders ist dies in der Regel bei komplexen, alltagsnahen Phänomenen wie etwa Fallbewegungen, bei denen abzuwägen ist, inwieweit Reibungseffekte, der Auftrieb oder Strömungen des Mediums aus dem Modell ausgegrenzt werden können.

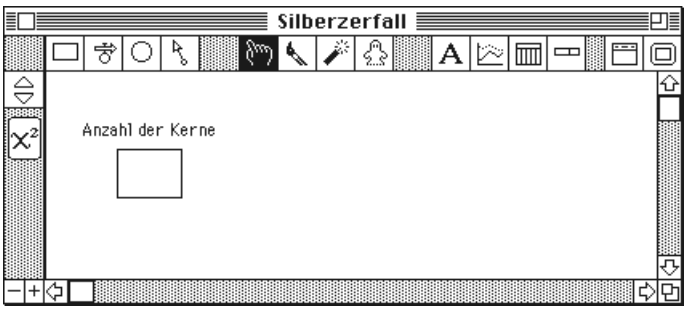
Grafikorientierte Modellierungsumgebungen erlauben in sehr komfortabler und übersichtlicher Weise spätere Modellerweiterungen. Einfacher als bei gleichungsorientierten Programmen, bei denen die Reihenfolge der Rechenschritte vom Nutzer selbst festgelegt werden muß, braucht der für den einfachen Ausgangsfall erarbeitete Modellkern nicht editiert zu werden. Erweiterungen, wie z.B. ein Modell des Aktivierungsvorgangs, können später nach und nach an das bereits vorhandene Simulationsdiagramm angekoppelt werden.

Festlegung der Modellgrößen

Im zweiten Schritt geht es um die Benennung der physikalischen Größen, die für eine qualitative Beschreibung des betrachteten Vorgangs relevant sind. Man arbeitet auf der Ebene des grafischen Simulationsdiagramms von STELLA, auf der alle Elemente des modellierten Systems festgelegt und die Beziehungen zwischen den Größen formuliert werden. In der Symbolleiste sind oben links die vier Strukturelemente dynamischer Modelle repräsentiert: Zustandsgrößen, Änderungsrate, Einflußgrößen bzw. Funktionen und Einflüsse. Die anderen Symbolgruppen enthalten Werkzeuge für die Strukturierung von Modellen sowie für die Darstellung von Simulationsergebnissen in Tabellen und Diagrammen.

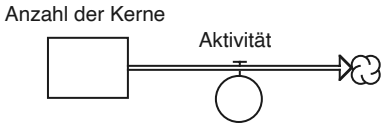
Zustandsgrößen

Der *Zustand* des Systems „Silberblech“ wird durch die Anzahl N der jeweils vorhandenen aktivierten Silberkerne gekennzeichnet. Als *Zustandsgrößen* werden die zentralen Elemente eines Modells gekennzeichnet, die das dynamische Systemverhalten in der Zeit kennzeichnen.



1.3 STELLA-Modellfenster mit den Strukturelementen und Bearbeitungswerkzeugen in der oberen Leiste. Das Simulationsdiagramm besteht bisher nur aus der Zustandsgröße Anzahl_der_ Kerne.

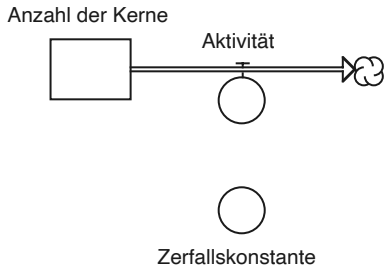
Für die Zustandsgröße Anzahl_der_Kerne wird im Simulationsdiagramm ein „Behälter“-Symbol □ plaziert und entsprechend benannt (s. Abb. 1.3). Das Symbol steht für eine Größe, deren Wert (bzw. Zustand) sich Schritt für Schritt in der Zeit ändert. Die Änderung kann durch eine zeitlich variable Zu- und/oder Abnahme erfolgen. Im vorliegenden Beispiel ist die Abnahme durch den Zerfall des Nuklids gegeben. Später könnte eine entsprechende Zunahme der radioaktiven Kerne, etwa durch Neutronenaktivierung, ergänzt werden.



1.4 Die Zustandsgröße Anzahl_der_ Kerne nimmt wegen der Änderungsrate Aktivität zeitlich ab.

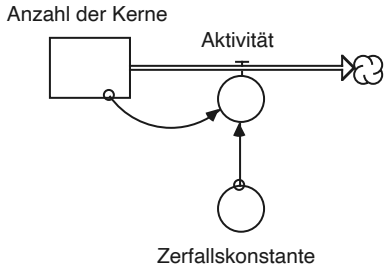
Änderungsraten

Die Anzahl_der_Kerne N ändert sich zeitlich. Das Verhältnis der pro Zeiteinheit zerfallenden Kerne nennt man die Aktivität A. Die Aktivität ist die Zerfalls- bzw. *Änderungsrate* der Kernanzahl: $A=\Delta N/\Delta t$. Solche Änderungsraten oder kurz *Raten* bestimmen die Dynamik von Systemen. Ein System ohne Änderungsraten ist „langweilig“; es hat keine zeitliche Entwicklung. Repräsentiert werden Raten bei STELLA durch einen Doppelpfeil mit angedeutetem Ventil (s. Abb. 1.4).



1.5 In das Modell wird die Einflußgröße Zerfallskonstante eingefügt.

Das Ventil im Ratensymbol steuert anschaulich den Zufluß bzw. Abfluß, d.h. die zeitliche Intensität der Veränderung der Zustandsgröße. Die kleine Wolke am Ende des Ratenpfeils steht für die Systemgrenze: Die Zerfallsprodukte werden im Modell nicht betrachtet.



1.6 Definition der Einflüsse im Modell.

Mit der Zustandsgröße N (Anzahl_der Kerne) und der Rate A (Aktivität) sind die beiden wichtigsten Größen im System erfaßt. Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Größen? Die zentrale Annahme über den radioaktiven Zerfall besteht darin, daß die Anzahl der pro Zeiteinheit zerfallenden Kerne, d.h. die Aktivität A, nicht etwa konstant ist, sondern proportional zur Anzahl N der jeweils vorhandenen Kerne: $A=\text{const.}\cdot N$. Der Proportionalitätsfaktor heißt *Zerfallskonstante* λ. Anders, und vielleicht für Schüler anschaulicher ausgedrückt, lautet die Annahme: In einem kleinen Zeitintervall Δt zerfällt jeweils ein bestimmter *Prozentsatz* der am Beginn vorhandenen Kerne.

Wenn der radioaktive Zerfall bereits behandelt wurde und dabei der Begriff *Halbwertszeit* eingeführt wurde, kann man statt der Zerfallskonstante λ auch diese anschaulichere Größe verwenden: In einem Zeitintervall von der Dauer der Halbwertszeit T_h nimmt die Anzahl der am Beginn noch vorhandenen Kerne um die Hälfte ab. Zur Beschreibung des Systems ist eine der beiden Größen ausreichend, da die jeweils andere aus ihr berechnet werden kann. Die Halbwertszeit ist eine anschaulichere Größe, während von der physikalischen Systematik her λ vorzuziehen ist.

Die Kenntnis des funktionalen Zusammenhangs zwischen Halbwertszeit und Zerfallskonstante $T_h=\ln 2/\lambda$ setzt eine vorangegangene mathematische Auswertung des Exponential-Ansatzes voraus. Der dafür erforderliche formale Aufwand sollte jedoch gerade vermieden werden. Wenn man direkt mit der Zerfallskonstante arbeitet, ist er nicht erforderlich. Die Zerfallskonstante gewinnt eine anschauliche Bedeutung, wenn man sie als Prozentsatz pro Sekunde kennzeichnet: In einer Sekunde zerfallen $\lambda \cdot 100$ Prozent der vorhandenen Kerne.

Einflüsse

Diese Überlegungen sollen nun mit STELLA umgesetzt werden. Die Zerfallskonstante geht als *Einflußgröße* in das Modell ein. Einflußgrößen bilden nach *Zuständen* und *Raten* die dritte Art von Modellgrößen. Sie erscheinen auf dem Bildschirm als Kreise ◯ . Als Einflußgrößen werden bei STELLA sowohl Konstanten (wie die Zerfallskonstante) als auch Funktionen symbolisiert. Eine aus der Zerfallskonstanten berechnete Halbwertszeit wäre eine solche Funktion.

Festlegung der Zusammenhänge zwischen den Modellgrößen

Bisher sind im Modell die Größen des Systems festgelegt. Im nächsten Schritt müssen ihre Zusammenhänge verdeutlicht werden. Ein Zusammenhang ist im Modell bereits durch den dicken Ratenpfeil festgelegt: Die Anzahl der radioaktiven Kerne ändert sich zeitlich aufgrund der jeweils herrschenden Aktivität. Die auf der grafischen Ebene vorgenommene Ankopplung der Rate Aktivität an die Zustandsgröße Anzahl_der_Kerne wurde vom Modellbildungssystem *automatisch* in eine Differenzengleichung umgesetzt. Die Iterationsgleichung braucht also vom Nutzer nicht selbst formuliert zu werden.

$$\text{Anzahl_der_Kerne}(t) = \text{Anzahl_der_Kerne}(t\text{-}dt) + (\text{-Aktivität}) \cdot dt$$

In jedem Zeitintervall Δt wird die Anzahl der vorhandenen Kerne um das Produkt aus Aktivität und Zeitschritt Δt verringert.[3] Das negative Vorzeichen der Größe Aktivität ist auf der grafischen Ebene durch die Richtung des Pfeils, der aus dem Zustandssymbol *heraus*weist, vorgegeben worden. Die Zusammenhänge zwischen der Anzahl_der_Kerne, der Zerfallskonstanten und der Aktivität wurden noch nicht konkretisiert. Dazu benutzt man die dünnen *Einfluß*pfeile. Sie zeigen, *daß* eine Modellgröße eine andere Größe beeinflußt. Damit ist noch nicht festgelegt, *wie* dieser Einfluß funktional aussieht.

Folgende Einflüsse sind im Modell zu berücksichtigen:

- der Einfluß der Anzahl der vorhandenen Kerne auf die Aktivität,
- der Einfluß der Zerfallskonstante auf die Aktivität.

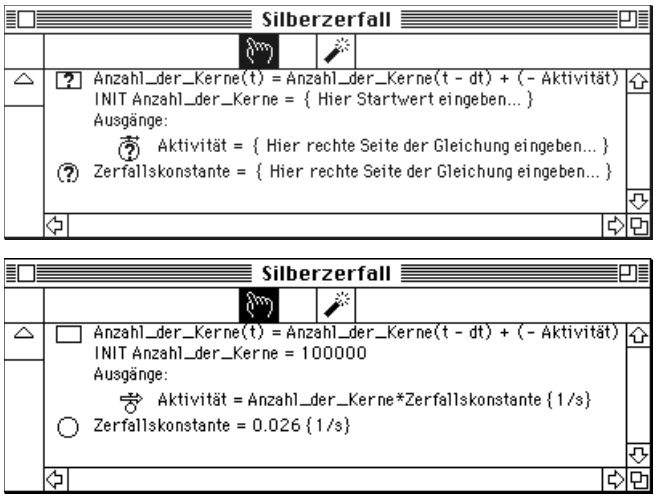
Begrifflich ist die Modellentwicklung vorerst abgeschlossen. Bisher wurde festgelegt, welche Größen zur Beschreibung heranzuziehen sind und zwischen welchen Größen Zusammenhänge bestehen. Die Typen der Modellgrößen (Zustand, Rate, Einflußgröße) sind ebenfalls bereits festgelegt. Die Modellbildungsumgebung hat aufgrund der grafisch entworfenen Modellstruktur Gleichungen vorbereitet, die später Grundlage für die numerische Berechnung des Modells sind. Sie können in einem Gleichungsfenster sichtbar gemacht werden (s. Abb. 1.7).

---

3 STELLA verwendet die Schreibweisen „dt“, bzw. „DT“ für den endlich kleinen Zeitschritt „Δt“.

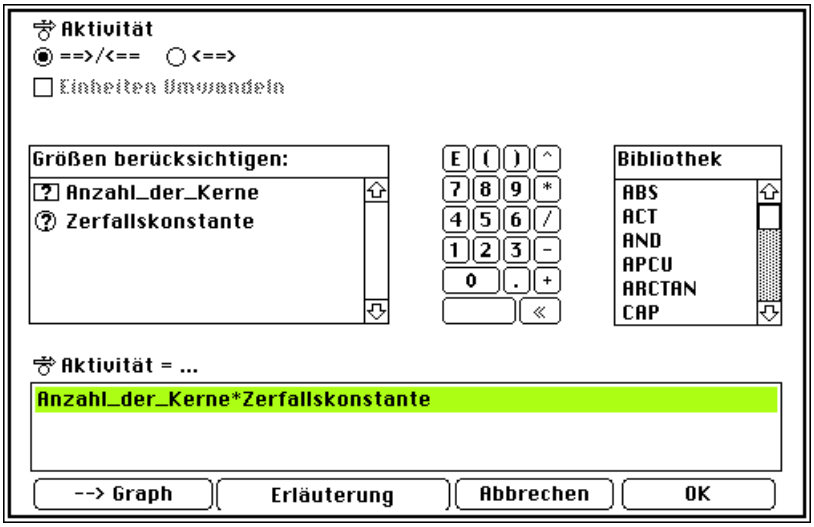
Quantifizierung des Modells

Im Modell ist nun noch festzulegen, welchen Wert die Zerfallskonstante hat und in welchem funktionalen Zusammenhang N und λ zur Aktivität stehen. Außerdem muß die Anzahl der Kerne zum Startzeitpunkt der Simulation angegeben werden. Diese Anfangsbedingung wird unter „INIT Anzahl_der_Kerne“ als *Startwert* abgefragt (s. Abb. 1.7).

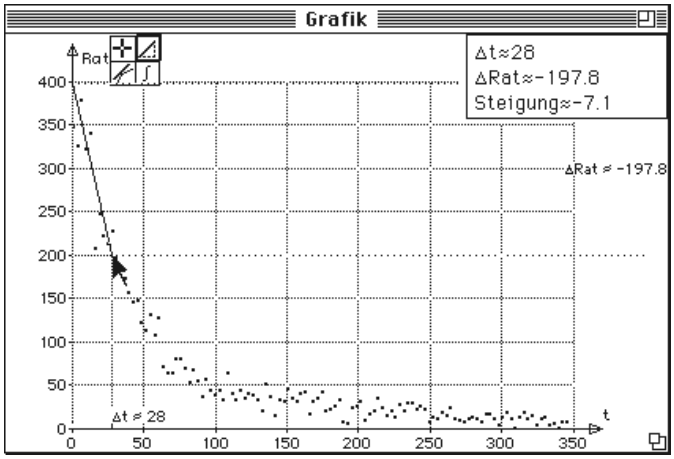


1.7 Modellgleichungen (Rohform und bearbeitete Form).

Die Gleichungen sind nach dem Typ der verwendeten Größen geordnet: Zustand, Rate und Einflußgröße. Klickt man im Modell- oder Gleichungsfenster doppelt auf die zu quantifizierende Grösse, so öffnet sich eine Dialogbox. Abbildung 1.8 zeigt das am Beispiel der Aktivität. Bei der Quantifizierung der Modellelemente können nur solche Größen verwendet werden, die auf der grafischen Ebene vorher eingeführt wurden. Auf der Gleichungsebene können keine neuen Modellgrößen benannt werden. Andererseits müssen alle auf der grafischen Ebene durch Einflußpfeile definierten Einflüsse auf eine Größe in deren Definition auch verwendet werden. Für die Aktivität sind dies die Elemente Anzahl_der_Kerne und Zerfallskonstante. In der Dialogbox werden sie unter „Größen berücksichtigen“ aufgeführt (s. Abb. 1.8).



1.8 Festlegung des funktionalen Zusammenhangs zwischen Aktivität, Anzahl_ der_Kerne und Zerfallskonstante.

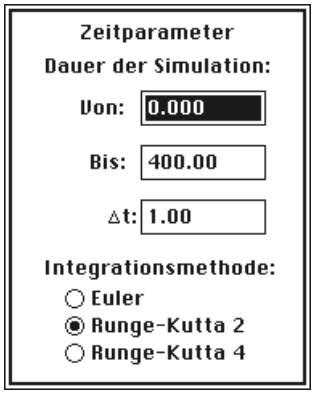


1.9 Abschätzung der Zerfallkonstanten durch Auswertung der Meßdaten: $\lambda=(\Delta Rate/\Delta t)\ /\ Rate_{mittel}$. Bei MATHELAB kann per Maus ein Steigungsdreieck direkt in die Grafik eingezeichnet werden.

Bei Zustandsgrößen muß die Anfangsbedingung (*Startwert*) festgelegt werden. Dies ist notwendig, um für die dynamische Entwicklung des Systems einen eindeutigen Anfangszustand zu haben. Ein willkürlicher Startwert ist z.B. 100.000. Der Wert für die Zerfallskonstante λ kann aus den Meßdaten abgeschätzt werden. Hier ist eine erste direkte Verkopplung von Experiment und Modellbildung erkennbar. Die Annahme für das Modell lautete: Die Aktivität $A=\Delta N/\Delta t$ ist proportional zur Anzahl N der jeweils vorhandenen Kerne. Daraus folgt für die Zerfallskonstante $\lambda=\Delta N/\Delta t \cdot 1/N$. Der Quotient $\Delta N/\Delta t$ ist die Steigung der Aktivitätskurve, bzw. der im Experiment gemessenen Rate.[4] Um λ zu ermitteln, darf Δt nicht zu groß gewählt werden. Für eine Abschätzung kann man eine grafische Auswertung der gemessenen Daten mit dem Tabellenkalukationsprogramm MATHELAB vornehmen. Mit dem grafischen Steigungswerkzeug erhält man für den Anfang des Zerfallsprozesses einen Wert von -7,1, der durch die mittlere Rate in diesem Intervall (ca. 300 s^{-1}) zu dividieren ist. Es ergibt sich $\lambda\approx0{,}026$. Das negative Vorzeichen ist bereits in der Rohform der Differenzengleichung berücksichtigt (vgl. Abb. 1.7).

Simulationslauf und Überprüfung des Modells

Der erste Modellentwurf ist fertiggestellt und kann in einem Simulationslauf getestet werden. Zur Vorbereitung der Simulation müssen die Form der Ausgabe (Diagramm, Tabelle) und die Parameter für die Simulation (Schrittweite Δt, Simulationszeitraum, Rechenmethode) festgelegt werden. Die Einstellungen werden den Verhältnissen im Experiment angepaßt.

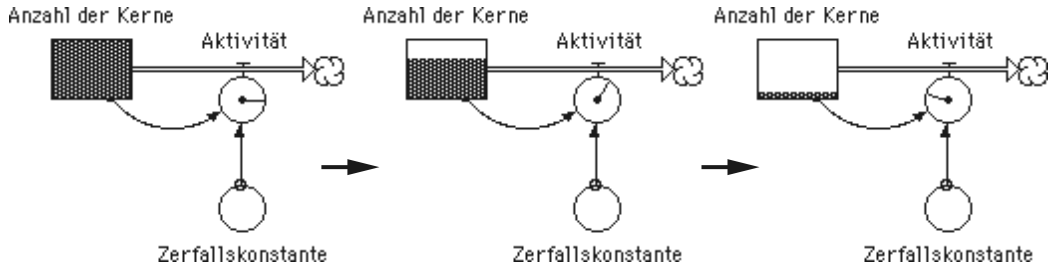


1.10 Festlegung der Zeitparameter.

Ohne eine Grafik für die Ausgabe einer Prognosekurve öffnen zu müssen, kann bereits im Simulationsdiagramm das dynamische Verhalten des Systems mit Hilfe einer kleinen Animation veranschaulicht werden. Der momentane Wert einer Zustandsgröße wird durch die angezeigte „Füllhöhe“ im Zustandssymbol angezeigt. Der Wert variabler Einflußgrößen und Raten (hier nur die Aktivität) wird über einen wandernden Zeiger sichtbar gemacht. Durch diese einfachen Animationsmöglichkeiten kann ein qualitativer Eindruck vom dynamischen Verhalten des Systems gewonnen werden. Die Anzahl_der_Kerne sinkt im Simulations-

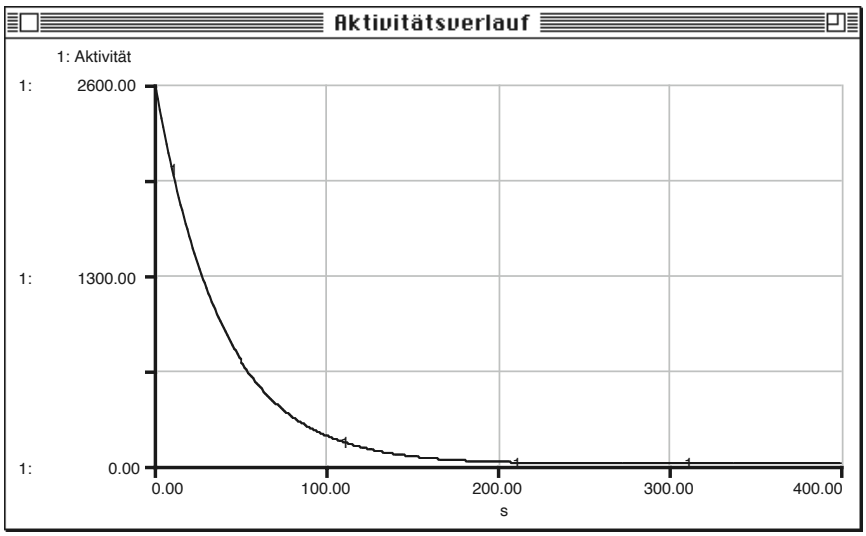
[4] Wir gehen davon aus, daß die gemessene Zählrate R ein Maß für die tatsächliche Aktivität A der Probe ist.

lauf zunächst schneller und gegen Ende der Simulation immer langsamer. Dies stimmt mit dem im Experiment gemessenen Zählratenverlauf unter der Annahme, daß die Rate proportional zur Zustandsgröße ist, qualitativ überein.



1.11 Animation des Simulationsdiagramms.

Die Ergebnisse von Simulationsläufen können in Diagrammen und Tabellen ausgegeben werden. Für das Modell ist vor allem die Aktivität von Bedeutung. Man öffnet ein Grafikfenster und trägt die Größe Aktivität darin gegen die Zeit auf.

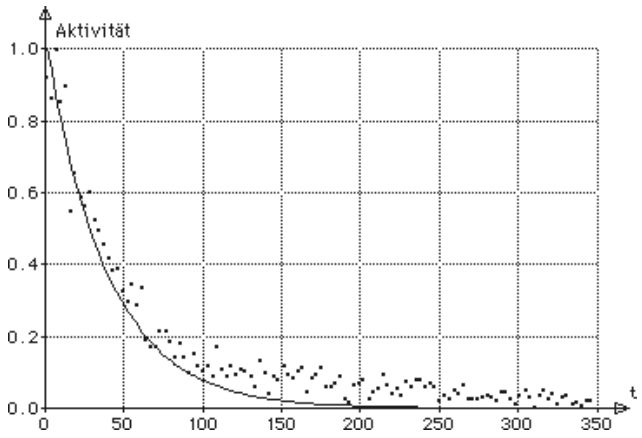


1.12 Ergebnis eines Simulationslaufs mit dem Modell.

Die simulierten Werte für die Aktivität lassen sich aus einer STELLA-Tabelle in eine Datei exportieren, so daß sie von einem Tabellenkalkulationsprogramm für eine direkte Gegenüberstellung mit den Meßdaten übernommen werden können (s. Abb. 1.13).

Der Vergleich mit den Meßdaten zeigt Unterschiede in den Verläufen der gemessenen und der simulierten Kurve. Insbesondere geht die Aktivität zu schnell gegen Null. Dies läßt auf eine zu groß angenommene Zerfallskonstante schließen. Andererseits scheint die Aktivität am Beginn

des simulierten Zerfalls durchaus zutreffend zu sein. Ein entsprechendes Ergebnis hatte sich auch bei dem eingangs gemachten mathematischen Ansatz $R = R_0 \cdot 1/2^{(t/Th)}$ ergeben (vgl. Abb. 1.2). Dennoch sind die Möglichkeiten, die Klärung des Vorgangs voranzubringen, bei der mathematisch-formalen Herangehensweise und bei der Modellbildung recht unterschiedlich. Bei der ersten müßte man über eine andere Funktion nachdenken, die einen besseren Fit an die Meßdaten ergeben könnte. Die Überlegungen wären eher *mathematischer* Art. Bei der Modellbildung geht es dagegen um qualitative Veränderungen der Modellannahmen aufgrund *physikalischer* Reflexion.



1.13 Vergleich der Ergebnisse von Messung (Punkte) und Simulation (Linie). Um die Kurven besser vergleichen zu können, wurden beide Wertebereiche auf $A_0=R_0=1$ skaliert.

Überarbeitung des Modells

Es ist oft der Fall, daß der erste Modellierungsversuch nicht zu den gewünschten Vorhersagen führt. „Gewünschtes“ Ergebnis meint in diesem Zusammenhang den gemessenen, aus der Literatur bekannten oder aus Plausibilitätsüberlegungen erwarteten Verlauf. Ein Modell ist stets an solchen externen Kriterien zu messen. Da das Modellbildungssystem kontextfrei ist und „keine Physik kennt“, liefert es keine internen Kriterien für die Angemessenheit eines Modells.

Es sind verschiedene Ursachen für auftretende Diskrepanzen zwischen Erwartung und Modellvorhersage möglich, die zu unterschiedlichen Konsequenzen führen:

- Das Modell stimmt, und die Erwartung ist falsch. Dies führt zur Wiederholung des Experiments oder zu neuen Plausibiltätsbetrachtungen.
- Die Modellstruktur ist physikalisch korrekt, aber die Parameter- und Startwerte sind unglücklich gewählt. Man könnte z.B. die Zerfallskonstante herabsetzen, würde aber dann feststellen, daß das Modell im ersten Teil der Kurve stärker abweicht.
- Die in das Modell eingegangen physikalischen Annahmen sind dem zu modellierenden Phänomen nicht angemessen. Dies führt zu einer Überarbeitung der Modell*struktur*.

Im allgemeinen kann man beim Auftreten von Diskrepanzen nicht sofort entscheiden, welche der Ursachen verantwortlich ist. Im vorliegenden Fall erscheint die letzte Annahme am sinnvollsten. Um an dem Ziel festzuhalten, im Modell mit möglichst einfachen Annahmen auszukommen — dies entspricht einem Prinzip physikalischer Theoriebildung — ist die Proportionalität $A \sim N$ gegenüber anderen Hypothesen der Art $A \sim N^x$ vorzuziehen.

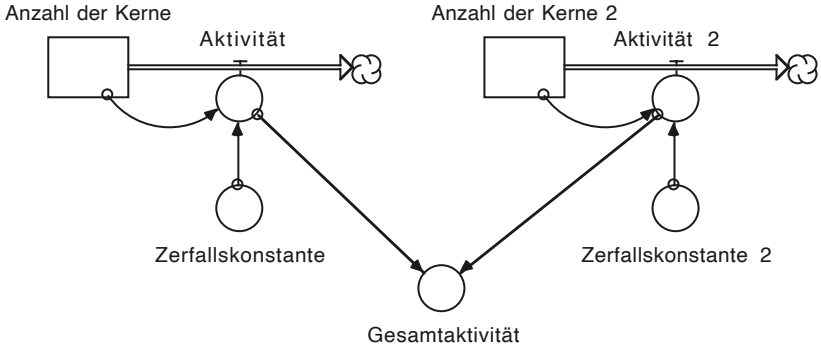
Um im Modellbildungsprozeß weiterzukommen, empfiehlt sich ein Blick in die Nuklidkarte. Man findet zwei stabile Isotope Ag107 und Ag109, die vor der Aktivierung im Silberplättchen vorgelegen haben müssen. In der Neutronenquelle wandeln sie sich durch Neutroneneinfang in Ag108 bzw. Ag110 um. Beides sind β^--aktive Isotope. Sie zerfallen in die stabilen Cadmium-Isotope

Cd108 bzw. Cd110. Als Zerfallskonstanten bestimmt man aus der Nuklidkarte 0,0048 1/s und 0,028 1/s. Der zweite Wert liegt in der Größenordnung der ersten Modellannahme von 0,026 1/s. Der Vergleich hatte zudem ergeben, daß der Modellwert am Beginn der Simulation zu niedrig liegt. Für spätere Zeitpunkte lag er dagegen deutlich zu hoch.

Die Zusammenschau von Experiment, Modell und Literaturrecherche ergibt folgendes Bild: Bei der Aktivierung des Silberblechs entstehen vermutlich zwei radioaktive Silberisotope mit unterschiedlichen β-Aktivitäten. Das eine Isotop zerfällt mit großer Zerfallskonstante (2,8% pro Sekunde) und spielt daher nur am Beginn des Prozesses eine Rolle, während das zweite mit vergleichsweise kleiner Zerfallskonstante (ca. 0,48% pro Sekunde) im späteren Verlauf die Gesamtaktivität dominiert.

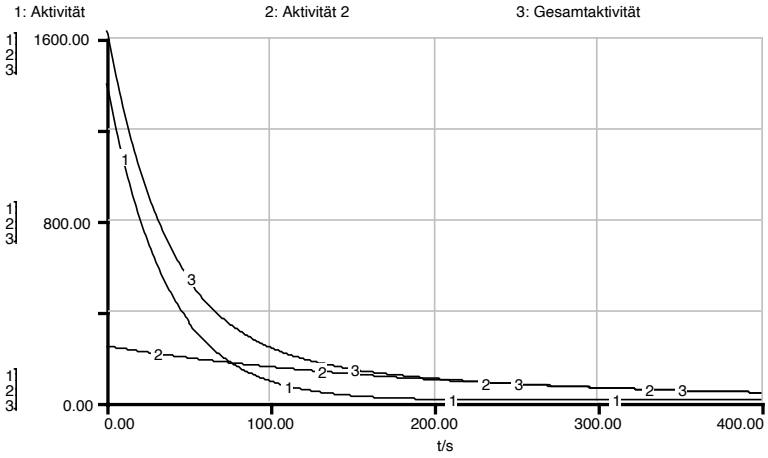
Bei dieser Annahme kann man die im Modell bislang entworfene Grundstruktur für den radioaktiven Zerfall beibehalten. Sie muß allerdings verdoppelt werden für zwei unterschiedliche Isotope. Bei STELLA ist die Verdopplung einer Modellstruktur denkbar einfach. Man kopiert die benötigten Modellelemente in die Zwischenablage und fügt sie wieder ein. STELLA hängt dabei automatisch den Index „2“ an die Namen und kopiert gleichzeitig alle definierten funktionalen Zusammenhänge sowie Parameterwerte (s. Abb. 1.14).

Es müssen nun die Parameterwerte den neuen physikalischen Überlegungen angepaßt werden. Entscheidend sind die beiden Zerfallskonstanten, die für den zweiten Ansatz aus den Literaturwerten gewählt werden. Eine Auswertung der Meßdaten für den zweiten Teil der aufgenommenen Aktivitätskurve (in der gleichen Art wie bei Abbildung 1.9 beschrieben) läßt den Ansatz von ca. 5% pro Sekunde für das langlebige Isotop zulässig erscheinen. Allerdings könnte man aus den Meßdaten wegen der deutlich erkennbaren Stochastik auch 10 %/s oder 2 %/s abschätzen. Die Anwendung im Modell soll näheren Aufschluß bringen.

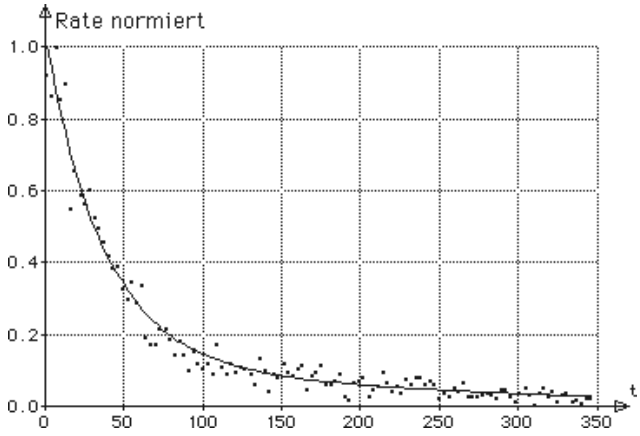


Anzahl_der_Kerne(t) = Anzahl_der_Kerne(t - dt) + (- Aktivität) * dt
INIT Anzahl_der_Kerne = 50000
Ausgänge:
Aktivität = Anzahl_der_Kerne*Zerfallskonstante {1/s}
Anzahl_der_Kerne_2(t) = Anzahl_der_Kerne_2(t - dt) + (- Aktivität_2) * dt
INIT Anzahl_der_Kerne_2 = 50000
Ausgänge:
Aktivität_2 = Anzahl_der_Kerne_2*Zerfallskonstante_2 {1/s}
Gesamtaktivität = Aktivität+Aktivität_2
Zerfallskonstante = 0.028 {1/s ; entspr. 2.8%/s}
Zerfallskonstante_2 = 0.0048 {1/s ; entspr. 0.48%/s}

1.14 Verdoppelung der Grundstruktur des Modells durch Kopieren und Einfügen.



1.15 Simulationsergebnis mit dem verbesserten Modell. Die Verläufe der beiden Einzelaktivitäten können getrennt betrachtet werden. Die gemessene Rate korrespondiert mit der Gesamtaktivität.



1.16 Vergleich von Meßergebnis und Simulation. Das Modell arbeitet mit den Literaturwerten für die Zerfallskonstanten der Silberisotope Ag108 und Ag110.

Ferner sind die Startwerte zu ändern. Die einfachste Annahme besteht darin, die beiden Isotope gleichgewichtig zu behandeln. Das ergibt als Startwert jeweils 50.000. Dies entspricht in etwa dem anteiligen natürlichen Vorkommen der beiden stabilen Isotope. (Strenggenommen müßte man für die Startwerte die unterschiedlichen Wirkungsquerschnitte gegenüber thermischen Neutronen berücksichtigen.) Schließlich wird das Modell noch um eine Einflußgröße Gesamt_Aktivität ergänzt, die als Summe der Einzelaktivitäten definiert wird.

In Abbildung 1.16 sind die nach MATHELAB exportierten Modelldaten und die Meßdaten gemeinsam dargestellt. Die physikalische Annahme der Überlagerung zweier unabhängiger Zerfallsprozesse führt zu einer Vorhersage, die mit den Meßdaten sehr gut übereinstimmt. Damit ist die Angemessenheit des Modells natürlich nicht streng bewiesen. Die erfolgreiche Beibehaltung einer einfachen Modellstruktur und die Aussagen der Nuklidkarte können den erreichten Stand jedoch als weitere externe Kriterien stützen.

1.3 Rückblick auf den Modellbildungsprozeß

Im Rückblick waren dies die wesentlichen Schritte des Modellbildungsprozesses:

- Am Beginn erfolgte die Festlegung der *Ziele und Grenzen* des Modells.
- Im Mittelpunkt der Modellbildung stand die qualitative physikalische Beschreibung des Vorgangs.

  Mit Hilfe grafischer Elemente wurden alle physikalischen Größen des Modells eingeführt und nach ihrer Bedeutung unterschieden (*Zustand*, *Rate*, *Einflußgröße*). Funktionale Zusammenhänge wurden durch *Einflußpfeile* markiert.
- Nach Abschluß dieser Arbeitsschritte auf der grafischen Ebene wurden die *funktionalen Zusammenhänge* zwischen den Größen auf der Gleichungsebene quantifiziert. Bei den Zustandsgrößen mußten die *Startwerte* für die Simulation angegeben werden.
- Für einen Simulationslauf wurde die *Art der Datenausgabe* (Diagramm, Tabelle) festgelegt.
- Das Modell wurde anhand eines Vergleichs mit Daten aus eigenen Messungen, aus der Literatur oder mit Plausibilitätsüberlegungen auf seine physikalische Angemessenheit hin *überprüft* und *überarbeitet* (neue Parameterwerte, neue Vergleichsdaten, strukturelle Änderungen).

Bei allen Schritten standen physikalische Überlegungen im Vordergrund. Auch die Frage nach dem Typ der Modellgrößen war eine eminent physikalische. An der Frage, wie die Größe Aktivität in das Modell eingeht, konnte z.B. geklärt werden, daß *Aktivität* nicht etwa die *Anzahl* der Zählimpulse meint, sondern eine *Verhältnis-* bzw. *Raten*größe darstellt, welche die Intensität des Zerfalls kennzeichnet, bei der die gemessenen Zerfälle also stets auf Zeitintervalle zu beziehen sind.

Mit dem gewählten Einstiegsbeispiel sollte außerdem gezeigt werden, daß die computergestützte Modellbildung keineswegs, wie manchmal befürchtet, Experimente aus dem Unterricht verdrängt. In vielen Beispielen können Experiment und Modellbildung einander ergänzen und gegenseitig befruchten. Im vorliegenden Fall war folgende Verzahnung erkennbar:

- Ausgangspunkt war das Experiment. Seine Auswertung zeigte, daß ein einfacher mathematischer Ansatz zur Beschreibung des Zerfallsprozesses nicht ausreicht. (Der umgekehrte Weg — erst das Modell und dann die Planung eines entsprechenden Experiments — ist natürlich in anderen Fällen ebensogut möglich.)
- Durch Einsatz des Modellbildungssystems wurden die qualitativen physikalischen Annahmen der Beschreibung des radioaktiven Zerfalls deutlich gemacht.
- Für die Simulation des ersten, einfachen Modells wurden Parameterwerte aus den eigenen Meßdaten abgeschätzt. Die Simulation führte noch zu keiner befriedigenden Übereinstimmung zwischen Modellvorhersage und Experiment.
- Unter Ausbau der einfachen Grundstruktur konnte das Modell strukturell fortentwickelt werden. Zur Quantifizierung der Zerfallskonstanten wurde die Literatur herangezogen.
- Eine neue Simulation führte zu einer befriedigenden Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen.

Voraussetzung für das Gelingen dieses Zusammenspiels ist ein flexibler Datentransfer zwischen den Werkzeugen Modellbildungssystem, Meßdatenerfassungssystem und Tabellenkalkulationsprogramm. Es muß keineswegs immer so sein, daß eine Modellbildungsphase von einem Experiment ausgeht. Ebenso können theoretische Überlegungen am Beginn stehen. Wichtig ist nur, daß ein Zusammenhang zwischen Modell und Realdaten — aus der Literatur oder aus eigenen Experimenten — hergestellt wird. Ohne einen solchen Realitätsbezug kann schwer abgeschätzt werden, ob die Modellvorhersagen physikalisch sinnvoll sind.

Wählt man unter Verzicht auf das Modellbildungssystem einen formalen Ansatz über die Integration der Differentialgleichung $dN/dt=\lambda \cdot N$, so tritt zumindest phasenweise die Physik in den Hintergrund. Man spricht primär über Exponentialfunktionen und den natürlichen Logarithmus. Es soll hier jedoch keineswegs die eine Vorgehensweise (qualitativ-begriffliche Modellbildung) gegen die andere (analytische Lösung) ausgespielt werden. Beide gehören zum physikalischen Methodeninventar. Allerdings steht der Physikunterricht in der Gefahr, die mathematisch-formalen Betrachtungen überzustrapazieren. Dem kann mit grafischen Modellbildungssystemen entgegengewirkt werden. Wenn die Phänomene komplexer werden, sind analytische Verfahren zumindest auf der Schule oft nicht mehr anwendbar. Mit Hilfe eines Modellbildungssystems kann die Physik solcher Phänomene geklärt werden, ohne daß die Mathematik zum Hindernis wird.

2. Was bedeutet „computergestützte, grafikorientierte, systemdynamische Modellbildung“? — Eine Einführung

Nachdem im ersten Kapitel eine knappe praktische Einführung am Beispiel des radioaktiven Zerfalls gegeben wurde, soll nun der Versuch unternommen werden, die Begriffskette „computergestützte, grafikorientierte, systemdynamische Modellbildung“ im einzelnen aufzuschlüsseln. Die Erläuterungen erfolgen in der umgekehrten Reihenfolge: Modellbildung → Systemdynamik → grafikorientiert → computergestützt. Der Leser sollte nicht erwarten, daß er am Ende dieses Kapitels genau weiß, was grafikorientierte Modellbildung „ist“. Eine tiefere Einsicht wird sich im Verlaufe der Lektüre dieses Buches erst nach und nach entwickeln. Für das Verständnis ist zudem „learning by doing“ unverzichtbar, d.h. das eigenständige (Nach-) Konstruieren von Modellen. Niels Bohr hat einmal gesagt „Verstehen heißt, sich daran gewöhnen“.

2.1 Modellbildung

2.1.1 Modellbegriff

> *Ein Modell ist nichts weiter als eine möglichst systematische Reihe möglichst realer Annahmen über ein wirkendes System — das Ergebnis des Versuchs, durch Wahrnehmung und mit Hilfe vorhandener Erfahrung eine von vielen Beobachtungen auszuwählen, die auf das betreffende Problem anwendbar sind, und so einen Ausschnitt aus der sinnverwirrend komplizierten Wirklichkeit zu verstehen.* (Meadows 1973, 14)

Modell ist ein vielschichtiger Begriff. In der Physik meint man damit u.a.:

- *gegenständliche Modelle*: Anschauungsobjekte, die ein Objekt vereinfacht und in den Abmessungen verändert wiedergeben (z.B. ein Kristallgitter, bei dem die Atome als Kugeln in der Größenordnung von Zentimetern gebaut sind),
- *Gedankenmodelle*: „mental models“, Vorstellungen, also gedankliche Konstrukte, z.B. über den Zusammenhang zwischen Kraft und Geschwindigkeit (Schüler denken dabei meist an „je mehr Geschwindigkeit ein Körper hat, desto größer ist seine Kraft“),
- *mathematische Modelle*: meist ein Satz von Differentialgleichungen und funktionalen Beziehungen, der Vorhersagen über den zeitlichen Ablauf physikalischer Prozesse ermöglicht.

Worin besteht nun das *Modell*, das der Anwender eines Modellbildungssystems bildet?

- Formal betrachtet ist jedes Modell ein *mathematisches Modell*. Der Anwender erzeugt ein System von Differenzen- und Funktionsgleichungen. Anders ist keine quantitative Vorhersage über den Ablauf von Prozessen möglich.
- Am anschaulichsten tritt das Modell bei grafikorientierten Modellbildungsprogrammen als ein *Begriffsnetz* vor Augen, dessen Knoten aus physikalischen Größen bestehen, die durch Pfeile verknüpft sind. Dieses Netz wird auf dem Bildschirm grafisch visualisiert und auch dort „gezeichnet“. Statt mit Kreide und Wandtafel erfolgt das mit Maus, Tastatur und Monitor.

  Durch die objektartige Repräsentation der physikalischen Begriffe und Beziehungen ist das mit einem Modellbildungssystem entwickelte Netzwerk eine Art zweidimensionales *gegenständliches Modell*.

- Natürlich sind das Begriffsnetz und das mathematische Modell letzlich nur Realisierungen eines *Gedankenmodells*, das im Kopf des Schülers oder Lehrers entsteht.

Modellbildung kann im Kontext systemdynamischer Modellierung im Physikunterricht zusammenfassend gekenzeichnet werden als:

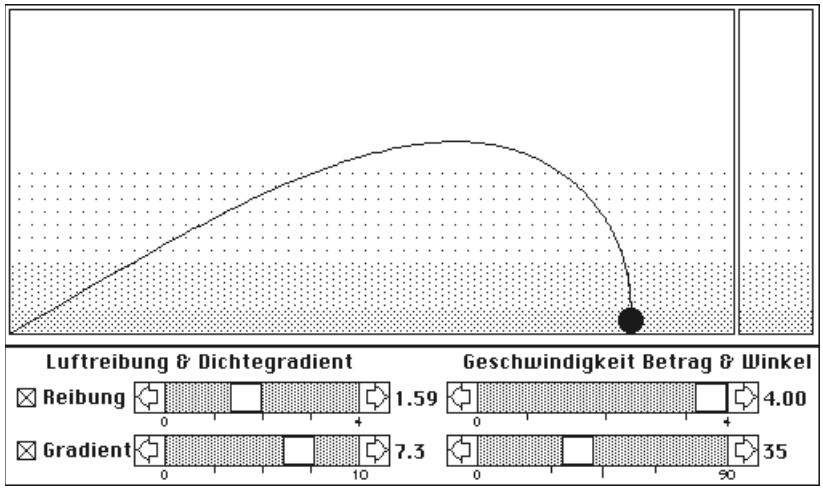
> *Konstruktion eines Netzwerks physikalischer Begriffe und Beziehungen, mit denen das Verhalten eines physikalischen Systems beschrieben und vorhergesagt werden kann.*

In der Physik strebt man Modelle an, die nicht nur in ihren *Vorhersagen* mit Meßergebnissen zur Deckung zu bringen sind, sondern deren *Struktur* (Begriffe und Beziehungen) auch die *physikalische Struktur* des Vorgangs wiedergeben (strukturtreue Modelle). Die in einem Bewegungsmodell eingeführten Kräfte sollten auch „tatsächlich“ wirken und nicht rein willkürlich konstruiert sein. Man geht dann davon aus, man habe das modellierte Phänomen verstanden. Im Unterschied dazu stehen Modelle, bei denen es allein auf eine getreue Nachahmung von Systemverhalten ankommt, ohne daß die Modellstruktur einen Anspruch auf Wirklichkeitsbezug hat (vgl. Bossel 1992, 29). Mischformen werden notwendig, wenn Wirkungsstruktur und Parameter nicht ausreichend bekannt sind, wie es oft bei Räuber-Beute-Modellen in der Ökologie der Fall ist.

2.1.2 Modellbildungssystem

Modellbildungssysteme — oder Modellbildungsprogramme, um das strapazierte Wort „System“ zu vermeiden — sind spezielle Arbeitsumgebungen auf dem Computer, mit denen man physikalische (und biologische, chemische, soziologische, ...) Modelle konstruieren, durchrechnen und die Ergebnisse darstellen kann. Modellbildungsprogramme sind deutlich von Simulationsprogrammen zu unterscheiden, die für den Physikunterricht wesentlich bekannter sind und seit langem in großer Zahl vorliegen. Besonders zahlreich sind Simulationen zur Wurfbewegung. Der Nutzer hat hier die Möglichkeit, Randbedingungen des Wurfs zu variieren und die daraus vorhergesagte Bahnkurve anzuschauen.

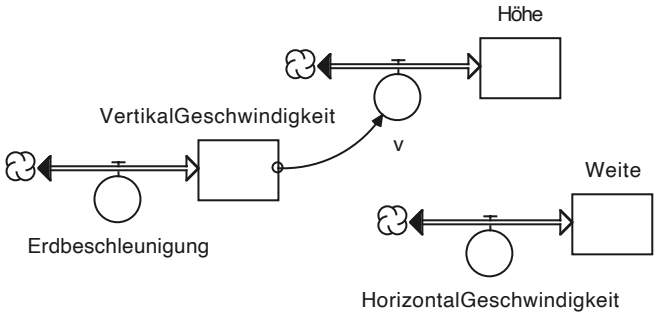
Im Programm BALLISTIC sind neben Betrag und Winkel der Abwurfgeschwindigkeit ein Reibungsfaktor und der Gradient der Luftreibung bzw. -dichte mit der Höhe einstellbar. Die physikalischen Annahmen, z.B. über den funktionalen Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Reibungskraft, können dagegen *nicht* beeinflußt oder variiert werden.



2.1 Benutzungsoberfläche des Simulationsprogramms BALLISTIC.

Während bei Simulationen *Parameter* variiert werden, geht es bei Modellbildungssystemen vorrangig um die Erarbeitung der physikalischen Beschreibung des Vorgangs — *das Modell* selbst. Alle Annahmen über die zu berücksichtigenden Größen und deren Zusammenhänge können und *müssen* vom Anwender (Schüler, Lehrer) selbst entwickelt werden. Erst danach kann eine Simulation durchgeführt werden. Der Anwender ist für die Physik des Modells selbst verantwortlich. Er kann sich nicht, wie etwa bei einem Simulationsprogramm, darauf verlassen, daß die Physik von den Softwareentwicklern schon richtig codiert wurde. Computergestützte Modellbildung läßt auch falsche Modelle zu. Die Konsequenzen der verwendeten physikalischen Modellannahmen zeigen sich in den Ergebnissen der Simulation und sind daran zu überprüfen.

Modellbildungssysteme stellen höhere Anforderungen an den Nutzer als phänomenspezifische, fertige Simulationsprogramme. Der Nutzer *kann* nicht nur gestalten, er *muß* es auch. Der Einsatz einer „fertigen" Simulation zum schrägen Wurf ist einfacher und schneller möglich als die eigene Modellierung des Phänomens. Der Einsatz des Computers soll aber gerade die aktive Auseinandersetzung des Schülers mit dem Unterrichtsgegenstand und somit die Entwicklung physikalischer Kompetenz fördern — nicht etwa die Physik simplifizieren. *Modellbildung* ist gleichzeitig immer auch *Begriffsbildung* — durch Anwendung und Festigung verfügbaren Wissens oder Anstöße zu dessen Modifikation. Der „Komfort" fertiger Simulationen besteht z.T. darin, daß die physikalische Denkarbeit entfällt, die in die Struktur der Phänomenbeschreibung investiert werden muß. Dies ist bei Themen gerechtfertigt, deren Erarbeitung in Einzelarbeit oder im Klassenunterricht die Schüler überfordern würde. Bei einer Vielzahl von Beispielen, für die es fertige Simulationen gibt (vom freien Fall bis hin zur Bewegung von Elektronen in Feldern), gilt das sicher nicht. Und wenn die Konzeptualisierung für Schüler zu schwierig ist, stellt sich die Frage, warum man das Phänomen überhaupt im Unterricht behandelt.



2.2 Physikalische Struktur eines Wurfmodells *ohne* Einbeziehung der Reibung (nähere Erläuterungen finden sich unter Punkt 7.3).

```
Höhe(t) = Höhe(t - dt) + (v) * dt
INIT Höhe = 0 {m}
Eingänge:
    v = VertikalGeschwindigkeit
VertikalGeschwindigkeit(t) = VertikalGeschwindigkeit(t - dt)
    + (Erdbeschleunigung) * dt
INIT VertikalGeschwindigkeit = 15 {m/s}
Eingänge:
    Erdbeschleunigung = -9.81 {m/s^2}
Weite(t) = Weite(t - dt) + (HorizontalGeschwindigkeit) * dt
INIT Weite = 0 {m}
Eingänge:
    HorizontalGeschwindigkeit = 12{m/s}
```

2.3 Modellgleichungen.

Ein Modellbildungsprogramm kann für die Beschreibung einfacher Bewegungsvorgänge, elektrische Schwingkreise bis hin zum radioaktiven Zerfall eingesetzt werden. Sporadisch eingesetzte phänomenspezifische Einzelsimulationen erscheinen für den Schüler als isolierte Episoden im Unterrichtsgeschehen, die mit der Vorführung von Unterrichtsfilmen vergleichbar sind. Der wiederkehrende Gebrauch eines Modellbildungssystems entwickelt sich dagegen zu einem Strukturmerkmal physikalischer Betrachtungen, ähnlich wie die Anwendung bestimmter algebraischer oder analytischer Rechenverfahren. Modellbil-

dungssysteme machen zudem viele Simulationsprogramme entbehrlich. Die erforderliche Einarbeitung in Symbolik oder Scriptsprache des Werkzeugs fällt im Vergleich zu den folgenden vielfältigen Anwendungen zeitlich nicht ins Gewicht.

2.2 Systemdynamik

Die in diesem Buch angesprochenen grafikorientierten Modellbildungsprogramme basieren auf der *Systemdynamik*. Die Systemdynamik ist eine spezielle Herangehensweise an die Analyse von Systemen und die Konstruktion von Modellen (Forrester 1968). Die Methode wird insbesondere dazu verwendet, sogenannte „Weltmodelle" zu entwickeln, d.h. Szenarien aufzustellen, in denen die demographische, wirtschaftliche und ökologische Zukunft der Menschheit prognostiziert wird. Bekannt wurden diese Studien, initiiert vom „Club of Rome", in den siebziger Jahren mit dem Buch „Die Grenzen des Wachstums" (Meadows 1973). 1992 erschien das Buch „Die neuen Grenzen des Wachstums" (Meadows 1992), in dem vereinfachte Weltmodelle in der Notation von STELLA wiedergegeben sind.

Es geht also zunächst um eine Festlegung des Begriffs *System*. Weil man Sachverhalte aus sehr unterschiedlichen Wissensbereichen als *Systeme* bezeichnet, fällt das nicht leicht: Ökosystem, Rentensystem, politisches System, Mehrteilchensystem, Modellbildungssystem usw. Ganz allgemein — und daher wenig erhellend — kann man sagen:

Ein System ist ein geordnetes Zusammenwirken von Elementen.

Eine Aufstellung einzelner Merkmale von Systemen lautet nach Ossimitz (1990):

- Es gibt mehrere abgrenzbare *Komponenten* (Systemelemente);
- zwischen den Elementen bestehen *Beziehungen*;
- es kann eine *Grenze* angegeben werden, die das System von seiner Umwelt trennt;
- es bestehen Wechselbeziehungen (Input bzw. Output) zur *Systemumgebung* (sonst wäre das System nicht wahrnehmbar).

Die Probleme mit dem allgemeinen Systembegriff werden mit dieser Ausdifferenzierung auf Teilkonzepte wie Element, Grenze oder Wechselbeziehung verlagert. Ich will den Weg zu einer umfassenden System-Definition nicht weiter beschreiten. Im vorliegenden Buch geht es primär um die inhaltliche Auseinandersetzung mit konkreten *physikalischen* Systemen. Als ein solches System kann z.B. ein elektrischer Schwingkreis aufgefaßt werden:

- Als abgrenzbare Komponenten liegen Bauteile (Kondensator, Spule usw.), bzw. die ihnen zugeordneten Größen wie Kapazität, Induktivität, Generatorspannung usw. vor. Für die physikalische Modellbildung sind die beschreibenden Größen wichtiger als die technischen Objekte.
- Zwischen den Komponenten bestehen Beziehungen, z.B. ist die Summe der Spannungsabfälle an Kondensator, Spule und Widerstand gleich der Generatorspannung.
- Die Grenze des Systems zur Umwelt ergibt sich im wesentlichen durch Entscheidungen darüber, wie komplex man das System betrachten will. Sie kann z.B. darin bestehen, daß die Frage, welche Beeinflussung des Schwingkreises entstehen, wenn man Messungen an ihm vornimmt, ausgeklammert bleiben soll. Voltmeter (mit endlichem Innenwiderstand) können so aus dem System in dessen Umgebung verlagert werden.
- Wechselbeziehungen wurden mit den Messungen bereits angesprochen. Auch die Energieverluste aus dem Schwingkreis zählen zu den Wechselbeziehungen.

Die Systemdynamik beschränkt sich jedoch nicht auf Versuche, abstrakte Systemdefinitionen zu entwickeln. Entscheidend ist das sogenannte „systemische Denken", das vom Denken in Kausalketten unterschieden wird.

> *Systemisches Denken bedeutet in seinem Kern, daß die klassische Trennung von Ursache und Wirkung als globales Ordnungsprinzip aufgegeben wird. An ihre Stelle tritt ein Denken in Rückkopplungsschleifen bzw. vernetzten Strukturen, bei denen sich der Gegensatz zwischen Ursache und Wirkung in einem dynamischen Prozeß auflöst.* (Ossimitz 1990, 17)

Die systemdynamische Sichtweise ist besonders dann geeignet, wenn ein System komplexer wird und man mit einfachen Ursache-Wirkungs-Ketten nicht mehr weiterkommt. Kausales Denken ist zwar in der Physik in vielen Einzelbeziehungen recht erfolgreich („Wenn die Antriebskraft erhöht wird, nimmt die Beschleunigung zu"), aber bereits wenn mehrere solcher im einzelnen einfachen Kausalitäten gleichzeitig zu berücksichtigen sind, werden Vorhersagen über das Gesamtverhalten des Systems kompliziert. Dies um so mehr, wenn Komponenten des Systems rückgekoppelt sind. Ein Beispiel ist der Eintritt eines Meteors in die Erdatmosphäre:

- Bei Annäherung an die Erde nimmt die Gravitationskraft zu, also steigt die Gravitationsbeschleunigung, bzw. die Geschwindigkeit nimmt immer stärker zu.[5]
- Bei Eintritt in die Atmosphäre steigt die Luftdichte, also nimmt die Reibungskraft zu, dadurch wird der Körper immer stärker verzögert.
- Bei abnehmender Geschwindigkeit wird die Reibungskraft kleiner, also wird der Meteor immer weniger verzögert.

Aus der Überlagerung dieser Effekte das Systemverhalten, z.B. in Form eines v(t)-Diagramms, qualitativ abzuschätzen, ist keineswegs trivial. Ein Modell zu dem Meteor-Phänomen wird unter Punkt 8.3 vorgestellt.

2.3 Die Sprache der Systemdynamik

Die Grundannahme der Systemdynamik besteht darin, daß man beliebige Systeme mit einer einheitlichen und recht einfachen formalen Sprache beschreiben und ihr Verhalten damit vorhersagen kann — unabhängig davon wie einfach oder komplex das zu beschreibende System ist und unabhängig davon, welche Emotionen, Wertungen oder Affekte an das Handeln im System, bzw. an die Analyse des Systems gekoppelt sind. Mit anderen Worten: Die Welt besteht aus Systemen, und wer Systeme beschreiben kann, versteht die Welt.

> *Systemisches Denken bedeutet auch, daß wir uns eher als Konstrukteure von (mehr oder minder passenden) Modellen (Bildern) der Welt verstehen und weniger als Beobachter einer objektiven Realität. (...) Es ist Ziel und Inhalt der Systemdynamik, solche Konstruktionen explizit und mit einfachen, wohldefinierten (mathematischen) Bausteinen durchzuführen.* (Ossimitz 1990, 17)

Um Systeme nach einheitlichen Regeln beschreiben zu können, hat die Systemdynamik eine eigene Sprache entwickelt. Entwickelt wurde sie im Hinblick auf Anwendungen im Bereich der Ökonomie (Logistik, Lagerbestände, Wirtschaftskreisläufe). Systemdynamik wurde nicht speziell für Physik bzw. Naturwissenschaften entwickelt. Andererseits liegt es nahe, physikalische Prozesse systemdynamisch zu beschreiben, denn *Zustandsgrößen* und *Änderungsraten*, mit denen die zeitliche Entwicklung von Systemen beschrieben wird, haben einen unmittelbaren Bezug zur Formulierung von Differentialgleichungssystemen, mit denen die Physik vorwiegend arbeitet.

Während der allgemeine Systembegriff leicht nebulös wirkt, sind die begrifflichen Werkzeuge der Systemdynamik konkreter zu fassen. Die Sprachelemente zur Analyse und Beschreibung

---

[5] Dieser Effekt fällt quantitativ allerdings nicht ins Gewicht, da die Lufthülle der Erde im Vergleich zu deren Radius nur eine geringe Ausdehnung hat.

von Systemen bestehen nach der Notation von Forrester in folgenden vier Bausteinen: *Zustandsgrößen*, *Änderungsraten*, *Einflußgrößen* und *Einflüsse*.

Zustandsgrößen stehen im Zentrum der Beschreibung von Systemen. Bei jeder Modellierung eines Systems sind zunächst geeignete Zustandsgrößen zu wählen. Die Abgrenzung der Zustandsgrößen von anderen Größenarten ist für Anfänger in der Systemdynamik erfahrungsgemäß ein besonderes Problem, zumal es schwer ist, in wenigen Sätzen zu sagen, wodurch sich Zustandsgrößen auszeichnen. „Zustand" erscheint auf den ersten Blick ein statisches Konzept zu sein. Tatsächlich interessiert man sich in der Systemdynamik jedoch für eine *Abfolge von Zuständen* und die Einflüsse und Wechselwirkungen durch die der *Prozeß* der Änderung von Zuständen vorangetrieben wird. Man spricht daher auch vom *dynamischen Zustand* eines Systems.

2.3.1 Zustandsgrößen

Zustandsgrößen kennzeichnen die dynamische Entwicklung eines Systems

Man stelle sich vor, man friert ein dynamisches System zu einem beliebigen Zeitpunkt ein und möchte den momentanen Zustand des Systems mit einer möglichst geringen Anzahl von Größen beschreiben. Als Beispiel dient ein lineares Federpendel: Für die Kennzeichnung des Bewegungszustands reichen die Auslenkung und die Momentangeschwindigkeit aus. Alle anderen Größen, z.B. die Masse des Pendelkörpers, die Federkonstante oder die Ruhelage des Pendelkörpers, ändern sich entweder zeitlich nicht oder sie hängen unmittelbar von den Zustandsgrößen ab, z.B. die Rückstellkraft von der Auslenkung gegenüber der Ruhelage. Man kann mit *zwei* Zustandsgrößen den eingefrorenen Zustand ausreichend kennzeichnen.

Die Entscheidung, welche Größen eines Systems man als Zustandsgrößen hervorheben will, hat einen gewissen Wahlbereich. Statt der Geschwindigkeit könnte man beim Federpendel auch den linearen Impuls und statt der Auslenkung eine Ortskoordinate angeben. Größen, die mit einer Zustandsgröße funktional zusammenhängen, können ersatzweise ebenfalls als Zustandsgröße verwendet werden. Man kann den Ladungszustand eines Kondensators entweder durch die Ladungsmenge oder und die am Kondensator anliegende Spannung kennzeichnen. Andererseits können Spannung und Ladung nicht als zwei unabhängige Zustandsgrößen modelliert werden, denn sie hängen über die Kapazität unmittelbar zusammen.

In einem gegebenen physikalischen Sachgebiet arbeitet man meist gleichbleibend mit bestimmten Zustandsgrößen. Man *gewöhnt* sich recht schnell daran, beim Wechselstromkreis mit der Ladung auf dem Kondensator bzw. dem Spannungsabfall am Kondensator und der Stromstärke zu arbeiten. In der Mechanik stehen im Zentrum der Modelle meist die Zustandsgrößen Geschwindigkeit bzw. Impuls und Ort.

Zustandsgrößen verändern sich Zeitschritt für Zeitschritt

Zustandsgrößen sind Größen, deren Wert sich sukzessive, d.h. in jedem Zeitschritt Δt, um einen bestimmten Betrag ändert: Zum jeweiligen Zustand kommt etwas hinzu, oder es wird etwas abgezogen. Zustandsgrößen haben eine *Vorgeschichte*. Man kann sie *nicht* direkt aus anderen Größen des Systems ableiten, so wie man etwa aus der Masse und der Gravitationskonstante die auf einen Körper wirkende Gravitationskraft berechnen kann. Für die Berechnung des neuen Wertes einer Zustandsgröße muß man stets ihren *alten Wert*, d.h. ihren Wert zum vorhergehenden Zeitpunkt, und ihre Änderung, d.h. die Zu- oder Abnahme kennen.

Der Zustand eines radioaktiven Präparats in einem Zerfallsprozeß läßt sich durch die Anzahl N der jeweils vorhandenen noch nicht zerfallenen Kerne kennzeichnen. Die Dynamik der Veränderung, d.h. die Aktivität des Präparats, kann man aus der Zustandsgröße und der Zerfallskonstante berechnen. Die Kenntnis der Anzahl der in einem Zeitintervall Δt zerfallenden Kerne reicht jedoch für eine Vorhersage des nachfolgenden Zustands allein nicht aus. Dafür muß man den vorherigen Zustand kennen, d.h. die Anzahl der Kerne am Beginn des Zeitintervalls. Dieser Wert verändert sich in dem Zeitintervall. Um den neuen Zustand zu erhalten, muß man vom alten Wert die Änderung abziehen:

Ausgangszustand:	N_1
Dynamik:	Aktivität = $\Delta N/\Delta t = N_1 \cdot$ Zerfallskonstante
Änderung im Zeitintervall Δt:	ΔN = Aktivität $\cdot \Delta t$
Folgezustand:	$N_2 = N_1 - \Delta N$

Der Folgezustand ist zugleich Ausgangszustand für den nächsten Zeitschritt. Ein weiteres Beispiel ist der Geschwindigkeitsverlauf bei einem frei fallenden Körper (Erdbeschleunigung g):

Ausgangszustand:	v_1
Dynamik:	Beschleunigung $a = \Delta v/\Delta t = g$
Änderung im Zeitintervall Δt:	$\Delta v = a \cdot \Delta t$
Folgezustand:	$v_2 = v_1 + \Delta v$

Man könnte für diese beiden Beispiele analytisch eine geschlossene Lösung finden, mit der die Zustandsgrößen kontinuierlich als Funktion der Zeit beschrieben werden. Im Rahmen der computergestützten Modellbildung erfolgt die Berechnung der Werte der Zustandsgrößen dagegen iterativ für eine Folge diskreter Zeitpunkte t_i. Der Vorteil dieser Herangehensweise besteht u.a. darin, daß Zustandsgrößen beschrieben werden können, für die sich eine geschlossene Lösung zumindest auf Schulniveau nicht herleiten läßt. Dies ist bereits der Fall, wenn beim freien Fall der Einfluß des umgebenden Mediums berücksichtigt wird.

2.3.2 Der systemdynamische und der physikalische Zustandsbegriff

„Zustandsgröße“ ist eine Übertragung des englischen Ursprungsbegriffs „stock“. Eine direktere Übersetzung von *stock* wäre „Vorrat“ oder „Bestandsgröße“. (Man erkennt darin den ursprünglichen Bezug zur Lagerhaltung.) In physikalischen Modellen ist die systemdynamische Zustandsgröße nicht mit dem *physikalischen Zustandsbegriff* gleichzusetzen, obwohl einige Bezüge bestehen.

In der Physik kennt man den Terminus „Zustand“ in folgenden Zusammenhängen:

- mechanischer Bewegungszustand
- thermodynamischer Zustand
- quantenmechanischer Zustand

Mechanischer Bewegungszustand

Die Beschreibung des Bewegungszustands eines Körpers korreliert von den drei genannten physikalischen Zuständen am engsten mit der systemdynamischen Größenart „Zustandsgröße“. Der Bewegungszustand eines punktförmigen Körpers wird durch die Ortskoordinaten und ihr zeitliches Verhalten beschrieben. Für einen Körper, der sich in der x-y-Ebene frei bewegen kann, sind in rechtwinkligen Koordinaten vier Angaben notwendig: s_x, s_y, v_x, v_y. Ein entsprechendes Modell hat ebenfalls diese vier Zustandsgrößen. Ein Beispiel ist der Wurf (s. Punkt 7.3).

Verwendet man den physikalischen Begriff des *Freiheitsgrades*, also der Zahl der räumlichen Dimensionen, nach denen ein Körper sich bewegen kann, dann ist die Anzahl der Zustandsgrößen in einem Modell gleich der doppelten Zahl der Freiheitsgrade. Ein starrer Körper im Raum hat demnach im allgemeinen 6 Freiheitsgrade (3 aus der Translation und 3 aus der Rotation). Zur Beschreibung seines Bewegungszustands sind im Modell also 12 Angaben notwendig: 3 für die Lage des Massenmittelpunkts, 3 für die Orientierung im Raum, 3 für die Translations- und 3 für die Rotationsgeschwindigkeiten. Die Zahl der Freiheitsgrade kann durch Zwangsbedingungen eingeschränkt sein, z.B. durch eine feste Achse für die Rotation. Dadurch reduziert sich entsprechend die Anzahl der im Modell notwendigen Zustandsgrößen.

Andererseits können in einem Bewegungs-Modell neben den im engeren Sinne zur Beschreibung des Bewegungszustands *notwendigen* Zustandsgrößen weitere Zustandsgrößen auftreten, um das Modell an einen bestimmten Vorgang anzupassen. In einem Modell zum Fallschirmspringen, das unter Punkt 8.5 gezeigt wird, tritt z.B. die Querschnittsfläche A des sich öffnenden Schirms als Zustandsgröße auf, die unter dem Einfluß einer Öffnungsgeschwindigkeit (Änderungsrate $\Delta A/\Delta t$) zunimmt.

Thermodynamischer Zustand

Der thermodynamische Zustand eines Gases kann durch die *thermischen Zustandsgrößen* Druck, Volumen und Temperatur angegeben werden. Ihre Kenntnis reicht vollkommen aus, um den momentanen Zustand zu kennzeichnen. Es ist nicht notwendig zu wissen, *wie*, d.h. durch welche Prozeßführung, diese Größen ihren jeweiligen Wert erreicht haben. Oder anders gesagt: Kennt man den Wert einer Zustandsgröße Z für zwei unterschiedliche Zustände, dann kann man die Änderung ΔZ eindeutig berechnen, egal wie das System von Z_1 nach Z_2 gelangt ist: $\Delta Z=Z_2-Z_1$.

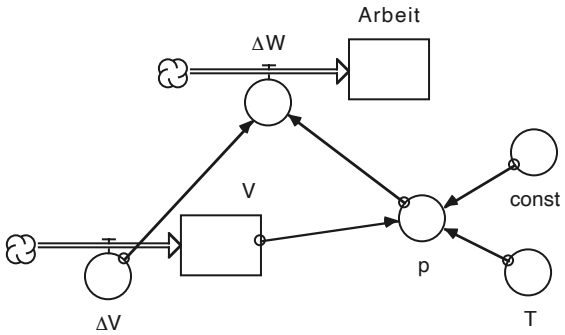
Für *Gleichgewichtszustände* kann man funktionale Zusammenhänge zwischen Zustandsgrößen angeben. Beim *idealen Gas* gilt z.B.:

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$ N: Teilchenzahl; k: Boltzmannkonstante

Im Unterschied dazu ist die beim Übergäng Z_1 nach Z_2 mit der Umgebung ausgetauschte Wärme ΔQ oder mechanische Arbeit ΔW abhängig von der Prozeßführung. Es handelt sich also *nicht* um thermodynamische Zustandsgrößen. Nur der *Summe* der ausgetauschten Wärme und Arbeit entspricht die eindeutige Änderung der Zustandsgröße *innere Energie* U:

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

In *Modellen* können dagegen die Arbeit oder die Wärme durchaus als *systemdynamische* Zustandsgrößen auftreten, wenn es z.B. darum geht, die von einem Gas bei einer Volumenänderung verrichtete Arbeit *bei einer bestimmten Prozeßführung* zu berechnen. Das Modell in Abbildung 2.4 zeigt ein Beispiel für die isotherme Expansion. Während die Arbeit als systemdynamische Zustandsgröße erscheint, werden die thermodynamischen Zustandsgrößen p und T als Einflußgrößen behandelt.



2.4 Isotherme Expansion eines idealen Gases: $p(V)=\text{const.}\cdot T/V$; $\Delta W=p(V)\cdot\Delta V$

Die thermodynamische Unterscheidung zwischen Zustands- und Prozeßgrößen ist unter systemdynamischen Aspekten lediglich eine physikalisch-begriffliche Kategorisierung, die sich für systemdynamische Modelle weder restriktiv auswirkt noch die zwingende Verwendung bestimmter Größen als systemdynamische Zustandsgrößen in Modellen zu diesem physikalischen Phänomenbereich vorschreibt.

Quantenmechanischer Zustand

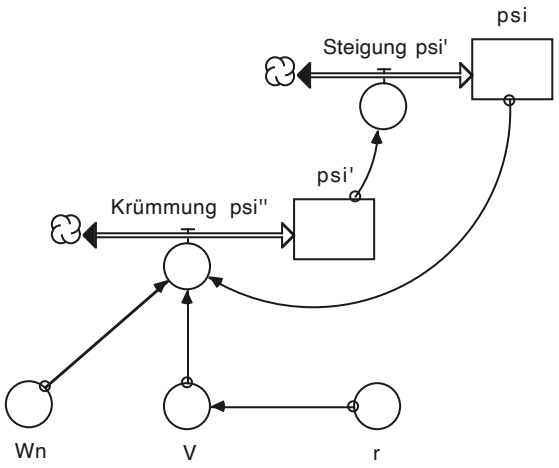
Der quantenmechanische Zustandsbegriff ist vom systemdynamischen klar abgrenzbar. Der quantenmechanische Zustand eines physikalischen Systems wird durch eine Zustands*funktion* ψ und nicht etwa durch einen Satz einzelner Zustands*größen* beschrieben. Um den Wert einer bestimmten physikalischen Größe zu erhalten, muß man auf die Funktion ψ einen zugeordneten Operator anwenden. Es ist zwar möglich, einen *stationären Zustand* durch einzelne Parameter, z.B. Quantenzahlen, zu beschreiben, für letztere kann jedoch keine Dynamik angegeben werden, d.h. es gibt für die Quantenzahlen keine Änderungsraten. Das macht die Quantenzahlen, wie auch Energieeigenwerte, als systemdynamische Zustandsgrößen ungeeignet.

Dennoch ist es möglich, im Rahmen der Quantenmechanik mit Modellbildungssystemen zu arbeiten, wenn es darum geht, Differentialgleichungen numerisch zu integrieren. Beispiel: Die stationäre Schrödingergleichung läßt sich, wie Niedderer (1990) zeigt, als eine Aussage über die Krümmung, d.h. die zweite Ableitung der ψ-Funktion auffassen:

$$\psi_n'' = -const. \cdot \left(W_n - V(r) \right) \cdot \psi_n \qquad \text{Wn: Gesamtenergie; V(r): Potential}$$

Setzt man für V(r) z.B. das Coulombpotential ein, dann kann man mit Hilfe eines Modells den Verlauf der ψ-Funktion für das Wasserstoffatom bei bestimmten Gesamtenergien W_n numerisch berechnen (kugelsymmetrische Zustände). Unter der Randbedingung, daß $\psi(r)$ für große r gegen Null laufen muß, kann man aus den Lösungen diejenigen für die stabilen, gebundenen Zustände heraussuchen. Die Modellierung von ψ als Zustandsgröße darf aber nicht als Gleichsetzung mit dem quantenmechanischen Zustand aufgefaßt werden. Der quantenmechanische Zustand wird durch die ψ-Funktion als Ganzes beschrieben und nicht durch die jeweiligen Werte ihrer Amplitude bei bestimmten Abständen r.

Die Gegenüberstellung zeigt, daß der systemdynamische Zustandsbegriff nur eingeschränkt mit den physikalischen Zustandsbegriffen der Mechanik, Thermodynamik oder Quantenmechanik korrespondiert. Unter physikalischen Aspekten ist der systemdynamische Terminus „Zustandsgröße“ daher nicht unproblematisch. Andererseits ist er im Deutschen Sprachgebrauch neben „Bestandsgröße“ weit verbreitet und wird z.B. auch von den Modellbildungssystemen Moebius und Modus verwendet. Da man die systemdynamische Modellierung gut an Bewegungsvorgängen einführen kann, spricht wiederum einiges für den gewählten Bezeichner.



2.5 Numerische Berechnung des Verlaufs der $\psi(r)$-Funktion (Realteil; nach Niedderer 1990).

2.3.3 Änderungsraten

Zu jeder Zustandsgröße gehört (mindestens) eine Änderungsrate

Zustandsgrößen sind, wie oben gezeigt, nicht direkt über eine Funktion aus anderen Systemgrößen berechenbar. Zustandsgrößen unterliegen also keinen *unmittelbaren* Einflüssen, sondern nur zeitlich *vermittelten Einflüssen*. Es gilt der allgemeine Zusammenhang:

neuer Zustand = alter Zustand + Änderung

Es ist sinnvoll, die Änderung der Zustandsgröße Z nicht einfach als Betrag ΔZ anzugeben, sondern die Änderung auf ein Produkt aus Zeitintervall Δt und Änderungs*rate* $\Delta Z/\Delta t$ zurückzuführen, denn der Quotient hat in vielen physikalischen Fällen eine eigenständige begriffliche Bedeutung (vgl. die Aktivität und die Beschleunigung in den obigen Beispielen).

neuer Zustand = alter Zustand + Änderung

neuer Zustand = alter Zustand + (Änderungsrate · Zeitintervall)

$$Z(t_i + \Delta t) = Z(t_i) + R(\Delta t_i) \cdot \Delta t$$

Die *Änderungsrate* $R(\Delta t_i)$ [6] ist die zweite Kategorie, nach der man die in einer Systembeschreibung auftretenden Größen unterscheidet. Änderungsraten stehen für die *Intensität* der Änderung einer Zustandsgröße. Änderungsraten sind immer auf ein *Zeitintervall* bezogen.[7] Das schlägt sich auch in den Einheiten nieder. Wenn die Zustandsgröße die Einheit „irgendwas“ hat, dann hat die Änderungsrate die Einheit „irgendwas pro Zeiteinheit“.

Zwei physikalische Beispiele:

$$Q(t_i + \Delta t) = Q(t_i) + I(\Delta t_i) \cdot \Delta t$$

Die Ladungsmenge Q auf einem Kondensator ändert sich in einem Zeitintervall Δt entsprechend der in diesem Zeitintervall herrschenden Stromstärke I. Die Stromstärke ist die Intensität der Ladungsänderung. [Q]=As; [I]=As/s.

$$p_x(t_i + \Delta t) = p_x(t_i) + F_x(\Delta t_i) \cdot \Delta t$$

Der Impuls p_x eines Körpers ändert sich in einem Zeitintervall Δt entsprechend der an ihm angreifenden Kraft F_x. Die Kraft ist die Intensität der Impulsänderung. [p]=m/s; [F]=(m/s)/s. Solche Differenzengleichungen sind dem Physiker geläufig — mehr noch in der Schreibweise als Differentialgleichungen, z.B. :

$$\frac{dQ}{dt} = I \quad \text{bzw.} \quad I = \dot{Q} \quad \Rightarrow \quad Q(t) = \int I \cdot dt \quad \text{oder} \quad \frac{dp_x}{dt} = F_x \quad \text{bzw.} \quad F = \dot{p}_x \quad \Rightarrow \quad p_x(t) = \int F \cdot dt$$

Betrachtet man das Modell als *mathematisches Modell*, bestehend aus einem Satz von Differenzengleichungen und Funktionen, so sind darin die Änderungsraten die Differenzenquotienten und die Zustandsgrößen die Integrale. Das Modellbildungssystem übernimmt die numerische Integration der Differential- bzw. Differenzengleichung, um den zeitlichen Verlauf der Zustandsgröße Z(t) vorherzusagen (zur Numerik siehe Punkt 3).

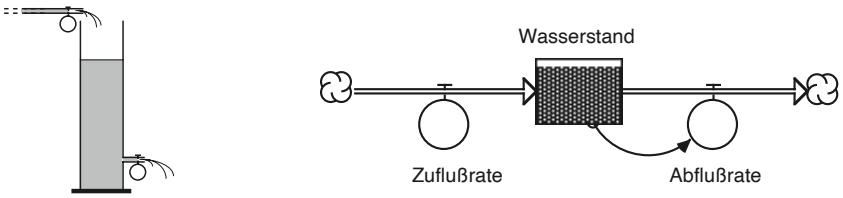
---

6 Δt_i meint das i-te Zeitintervall; $R(\Delta t_i)$ ist die Änderungsrate im i-ten Zeitintervall von t_i bis t_{i+1}.

7 Bei der numerischen Simulation ist $R(\Delta t_i)$ die *mittlere* Änderungsrate im Zeitintervall Δt_i. Wie die Mittelung vorgenommen wird, ist in Kapitel 3 beschrieben.

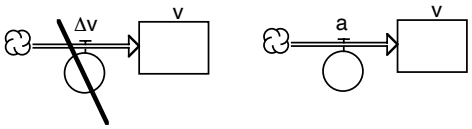
Änderungsraten regulieren Flüsse

Anschaulich gesehen steuern oder regeln Änderungsraten die Zu- oder Abnahme der zugehörigen Zustandsgröße. Wenn die Zustandsgröße für etwas Materielles oder quasi-Materielles steht, kann man sich Änderungsraten wie ein Ventil vorstellen, das den Zu- oder Abfluß der Zustandsgröße reguliert. Bei STELLA werden Änderungsraten daher als eine Art Rohrschieber symbolisiert. Änderungsraten werden auch als *Flußraten* bezeichnet (engl. *rate of flow* oder kurz *flow*).



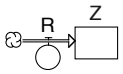
2.6 Veranschaulichung des Ratenkonzepts. Beim Standzylinder regulieren die beiden Ventile den Zufluß und den Abfluß des Wassers. Im Modell deutet der Pfeil von der Zustandsgröße Wasserstand zur Abflußrate an, daß die Abflußrate im Gegensatz zur Zuflußrate nicht konstant ist, sondern vom Wasserstand abhängt.

Wichtig ist die Unterscheidung zwischen der Änderungs*rate* und der Änderung selbst, bzw. der Fluß*rate* und dem Fluß. Das Ventilsymbol steht für die *Rate* und nicht etwa für die dadurch zeitlich bewirkte Änderung. Bei der Kondensatorauf- oder -entladung ist die Stromstärke die Änderungsrate der Ladungsmenge, während die Änderung in einer „Portion“ Ladungsmenge besteht. Für einen Geschwindigkeitsverlauf gilt entsprechendes (s. Abb. 2.7).

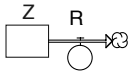


2.7 Die Änderungs*rate* der Geschwindigkeit ist physikalisch gesehen nicht einfach die Geschwindigkeitsänderung Δv, sondern die *Intensität* der Geschwindigkeitsänderung, also die Beschleunigung $a=\Delta v/\Delta t$.

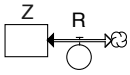
STELLA verwendet drei unterschiedliche Symbole für Raten R(t):



nur positive Werte von R werden zugelassen: $0 < R(t) < \infty$,



nur negative Werte von R werden zugelassen: $-\infty < R(t) < 0$



für R werden beliebige Werte zugelassen: $-\infty < R(t) < \infty$

Viele vermeintliche „Fehler“ in STELLA-Modellen sind einfach darauf zurückzuführen, daß der Nutzer vergessen hat, beliebige Werte für die Raten zuzulassen.[8] Eine Begrenzung auf nur positive oder nur negative Werte macht in der Physik nur in wenigen Fällen Sinn. Um diese Fehlerquelle auszuschalten, sollte man sich angewöhnen, bei jeder Quantifizierung einer Rate gleichzeitig auf den Doppelpfeil in beide Richtungen umzuschalten.

Zustandsgröße und Änderungsrate zugleich?

In manchen Modellen tritt eine physikalische Größe in doppelter Funktion auf — sowohl als Zustandsgröße wie auch als Änderungsrate. In kinematischen Modellen ist das z.B. bei der Geschwindigkeit der Fall. Das erscheint auf den ersten Blick verwirrend.

Handelt es sich wirklich um dieselbe Größe?

Die Antwort setzt eine Auseinandersetzung mit der Numerik des Lösungsverfahrens voraus (s. dazu Punkt 3). Zustandsgrößen sind *Zeitpunkten* t_i zugeordnet. Zu aufeinanderfolgenden Zeitpunkten t_i hat die Geschwindigkeit $v(t_i)$ als Zustandsgröße jeweils bestimmte, diskrete Werte. Das gleiche gilt für den Ort $s(t_i)$. Änderungsraten sind dagegen keinen Zeitpunkten sondern *Zeitintervallen* Δt_i zugeordnet. Im Modell muß man daher zwischen der Zustandsgröße *Momentan*geschwindigkeit $v(t_i)$ und der Änderungsrate *Intervall*geschwindigkeit $v(\Delta t_i)$ unterscheiden. Man kann in erster Näherung den *Wert* der Momentangeschwindigkeit $v(t_i)$ als *Wert* der Intervallgeschwindigkeit im folgenden Zeitintervall $[t_i,t_i+\Delta t]$ übernehmen. Für genauere Abschätzungen der Intervallgeschwindigkeit verwendet man bessere Verfahren.

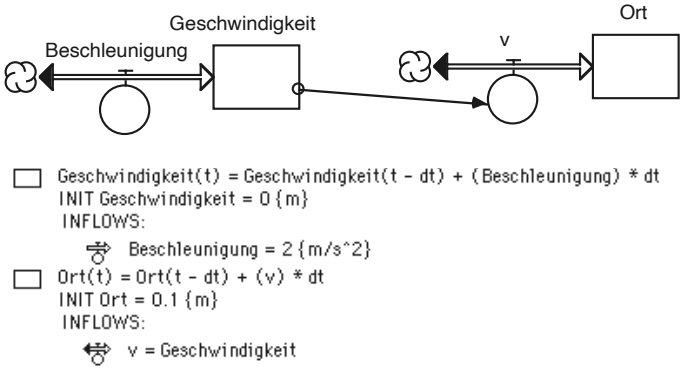
Wird die Physik dadurch unnötig kompliziert?

Auch bei einer analytischen Betrachtung des Vorgangs begegnet man der Geschwindigkeit in zwei unterschiedlichen Zusammenhängen, wenn man die Differentialgleichung zweiter Ordnung $a(t)=d^2s(t)/dt^2$ für die Integration in zwei Differentialgleichungen erster Ordnung aufspaltet: $a(t)=dv(t)/dt$; $v(t)=ds(t)/dt$. Bei deren Integration erscheint v(t) einmal als Integral und einmal als Integrand:

$$v(t) = \int a(t) \cdot dt$$

$$s(t) = \int v(t) \cdot dt$$

Bei der Verdopplung von v handelt es sich also nicht um eine Besonderheit der Systemdynamik. Die Unterscheidung zwischen Momentangeschwindigkeit und Intervallgeschwindigkeit, die bei der numerischen Lösung auftritt, ist allerdings bei der analytischen Betrachtung wegen des Grenzübergangs $\Delta t \to 0$ nicht mehr notwendig.



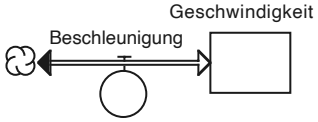
2.8 Geschwindigkeit in doppelter Funktion als Zustandsgröße Geschwindigkeit und Änderungsrate v.

[8] Ab STELLA 4.0 kann diese Voreinstellung gespeichert werden. Man sollte darüberhinaus die Option fest einstellen, daß Zustandsgrößen positive und negative Werte annehmen können.

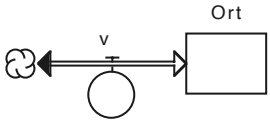
Wie erkläre ich das den Schülern?

Entweder nutzt man das Problem physikalisch produktiv zur Unterscheidung zwischen Momentan- und Intervallgeschwindigkeit — ggf. im Zusammenhang mit der Auswertung entsprechender Experimente — oder man umgeht das Problem durch eine bewußt verkürzte Erläuterung:

- Die Beschleunigung ist die Änderungsrate der Geschwindigkeit. Damit werden die Geschwindigkeiten zu bestimmten Zeitpunkten berechnet.



- Die Geschwindigkeit ist ihrerseits gleichzeitig die Änderungsrate des Ortes. Der Wert dieser Änderungsrate entspricht gerade demjenigen der jeweils herrschenden Geschwindigkeit.



- Zustandsgrößen können nur durch Änderungsraten verändert werden. Man kann keinen Pfeil direkt von Geschwindigkeit nach Ort ziehen, sondern muß die Geschwindigkeit ein zweites Mal in das Modell einführen. Da die Software jeden Namen nur einmal akzeptiert, kann die Änderungsrate nicht einfach wieder Geschwindigkeit genannt werden. Die Werte von v und Geschwindigkeit sind jedoch gleich.

Man macht mit dieser Erklärung zwei Fehler:

- Die Größen v und Geschwindigkeit haben nicht „gleichzeitig“ bestimmte Werte. Die Unterschiede zwischen Differentialgleichung und Differenzengleichung werden verwischt.
- Die Größen v und Geschwindigkeit haben bei Differenzengleichungen nur dann den gleichen Wert, wenn man die numerische Lösung nach dem Euler-Verfahren vornimmt.

Eine klare begriffliche Unterscheidung zwischen Momentan- und Intervallgeschwindigkeit bringt ebenfalls Probleme mit sich — spätestens dann, wenn im Modell die Änderungsrate Geschwindigkeit quantifiziert werden soll. Dies führt nämlich zu der Gleichung v=Geschwindigkeit.

v = Geschwindigkeit

Die Gleichung suggeriert, daß v und Geschwindigkeit eigentlich doch die gleiche Größe sei, oder zumindest, daß beide Größen den gleichen Wert hätten.

Man kann die Vereinfachungen der verkürzten Erklärung durchaus hinnehmen. Bei der Einführung in die Arbeit mit Modellbildungssystemen im Unterricht wird das Verständnis der systemdynamischen Herangehensweise durch eine zu frühe Vertiefung der Numerik eher erschwert. Die gewisse „Schlampigkeit“ der Erklärung, d.h. das Verwischen der Grenzen zwischen Differenzen- und Differentialgleichung, ist für das grundlegende physikalische Verständnis des Bewegungsvorgangs zumindest nicht schädlich. Im praktischen Vorgehen bei der Auswertung von Experimenten macht man häufig die gleichen Vereinfachungen.

2.3.4 Einflußgrößen und Einflüsse

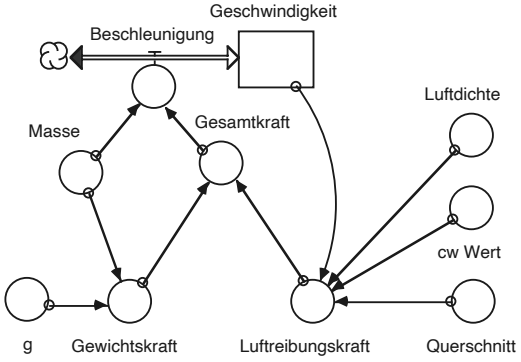
Neben Zustandsgröße und Änderungsrate gibt es in der Sprache der Systemdynamik ein weiteres Werkzeugpaar: Einflußgröße und Einfluß. Zu den Einflußgrößen, auch Funktionen genannt, zählen:

- physikalische Größen, die funktional von anderen Modellgrößen abhängen (z.B. der Spannungsabfall an einem ohmschen Widerstand als Funktion von Widerstand und Stromstärke),
- Konstanten (z.B. Gravitationskonstante, Elementarladung),
- Hilfsgrößen (z.B. die Berechnung der Geschwindigkeit in km/h aus einem Wert in m/s).

Im Unterschied zu den Zustandsgrößen ist die Anzahl der Einflußgrößen in einem Modell frei wählbar. Es ist dem Nutzer weitgehend überlassen, wie fein er eine Modellstruktur grafisch ausdifferenziern möchte, z.B. ob er alle Konstanten als eigene Einflußgrößen vor Augen führen oder einige als Zahlenwerte in die Gleichungen einbauen möchte. Die Abbildungen 2.9 und 2.10 zeigen zwei unterschiedlich ausführliche Modelle zum gleichen Sachverhalt „Freier Fall in Luft“.

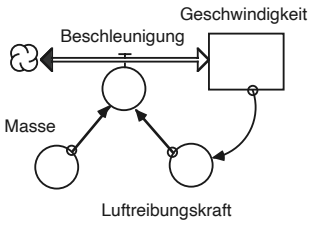
Die dünnen Pfeile in den Modellen symbolisieren die *Einflüsse*. Sie zeigen, welche Größen in funktionalen Zusammenhängen stehen. Die Pfeilrichtung A→B ist zu lesen als „Größe A übt unmittelbar einen Einfluß auf Größe B aus“, bzw. „B ist funktional abhängig von A“. Im Unterschied dazu sind die dicken Pfeile C⇒D zu lesen als „C bestimmt wie stark sich D in einem Zeitintervall Δt ändert“, bzw. „die Änderung von D hängt zeitlich vermittelt von C ab“.

Einflußgrößen können dem Einfluß von Zustandsgrößen, Raten oder anderen Einflußgrößen unterliegen. Ihrerseits können Einflußgrößen auf Raten und andere Einflußgrößen einwirken, nicht jedoch direkt auf Zustandsgrößen (s. Abb. 2.11). Letzteres würde eine funktionale Abhängigkeit der Zustandsgröße ausdrücken. Dies stünde im Widerspruch zum wesentlichen Merkmal einer Zustandsgröße, nämlich ihrer zeitlich vermittelten Änderung (in jedem Zeitintervall Δt kommt etwas dazu oder



Geschwindigkeit(t) = Geschwindigkeit(t - dt)
+ (Beschleunigung) * dt
INIT Geschwindigkeit = 0 {m/s}
Eingänge:
Beschleunigung = Gesamtkraft/Masse {m/s^2}
cw_Wert = 1.4 {1}
g = -9.81 {m/s^2}
Gesamtkraft = Gewichtskraft+Luftreibungskraft {N}
Gewichtskraft = Masse*g {N}
Luftdichte = 1.29 {kg/m^3}
Luftreibungskraft = -0.5*cw_Wert*Luftdichte*Querschnitt
*Geschwindigkeit*ABS(Geschwindigkeit)
Masse = 100 {kg}
Querschnitt = 40 {m^2}

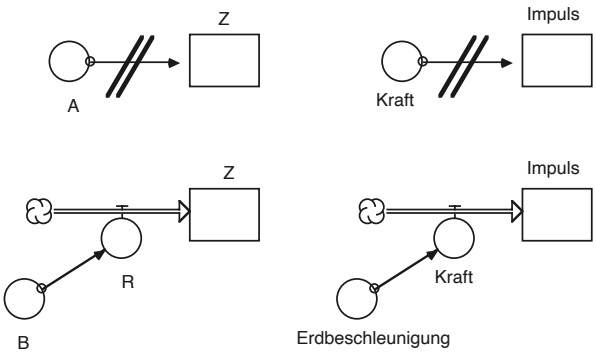
2.9 Fall eines Körpers im Medium Luft mit expliziter grafischer Strukturierung der Dynamik.



Geschwindigkeit(t) = Geschwindigkeit(t - dt)
+ (Beschleunigung) * dt
INIT Geschwindigkeit = 0 {m/s}
Eingänge:
Beschleunigung = -9.81+Luftreibungskraft/Masse
Luftreibungskraft = -0.5*1.29{kg/m^3}*1.4*40{m^2}
*Geschwindigkeit*ABS(Geschwindigkeit)
Masse = 100 {kg}

2.10 Analoges Modell, bei dem die Wirkungszusammenhänge auf der grafischen Ebene nicht erkennbar werden.

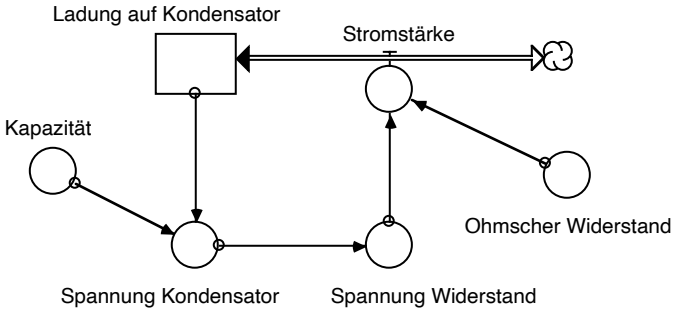
wird etwas abgezogen). STELLA läßt einen Einflußpfeil auf eine Zustandsgröße gar nicht zu. Durch vergebliche Versuche einen funktionalen Einfluß auf eine Zustandsgröße zu modellieren, wird der Nutzer auf strukturelle physikalische Mängel seiner Überlegungen hingewiesen. Beispiel: Der Impuls eines Körpers ändert sich nicht allein dadurch, daß eine Kraft an ihm angreift, sondern dadurch, daß diese Kraft über einen bestimmten *Zeitraum* einwirkt: *zeitlich vermittelte Änderung*.



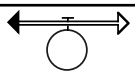
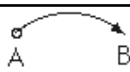
2.11 Eine Zustandsgröße Z kann nur über eine Rate R verändert werden, nicht von einer Einflußgröße A.

2.3.5 STELLA-Notation

Die Sprachelemente der Systemdynamik bestehen in Zustandsgrößen und Änderungsraten, sowie Einflußgrößen und Einflüsse. Jedes Modellbildungssystem setzt diese Sprachelemente in eine eigene Symbolik um. Tabelle 2.1 faßt die Symbole zusammen, die bei der Arbeit mit STELLA als Bausteine von Modellen zur Verfügung stehen (vgl. Abb. 2.12).



2.12 Modell zur Kondensatorentladung (zur Erläuterung von Tabelle 2.1)

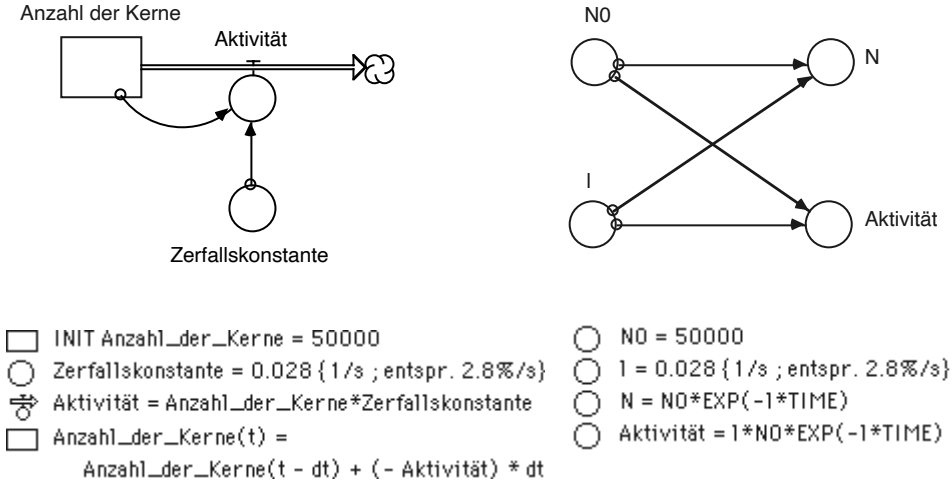
Symbol	Bezeichnung	Bedeutung	Beispiele
	Zustandsgröße Zustand	zentrale zeitlich veränderliche Größe	Ladung
	Änderungsrate Rate	Intensität der Änderung eines Zustands	Stromstärke
	Einflußgröße Funktion, Konstante	Hilfsgrößen, Umrechnungen	Spannung Kapazität
	Einfluß Wirkung	B hängt von A funktional ab	Ladung → Spannung Widerst. → Stromstärke
	Systemgrenze	Grenzen des Beschreibungsbereichs des Modells	Ladung ⇒ ?

Tab. 2.1 Übersicht über die Bausteine von STELLA-Modellen.

Alle Unklarheiten beseitigt?

Das wäre eher verwunderlich! Physiker und Physiklehrer haben das Aufstellen und — wo das möglich ist — das Lösen von Differentialgleichungen gelernt, bzw. sich an den Formalismus gewöhnt. Daher erscheint ihnen die Sprechweise von „Zustandsgrößen“ und „Änderungsraten“ zunächst als ungewohnt oder „(um-) gewöhnungsbedürftig“. Schülern, die noch keine lange physikalische Sozialisation hinter sich haben, fällt die Gewöhnung an systemdynamische Kategorien leichter.

Die spezifische Herangehensweise der Systemdynamik soll daher nochmals mit einer anderen Form der mathematischen Modellierung verglichen werden, die man als „Funktionsplot“ bezeichnen kann. Abbildung 2.13 zeigt zwei Modelle zum radioaktiven Zerfall. Das linke Modell wurde bereits im 1. Kapitel vorgestellt (vgl. Abb. 1.6). In seinem Kern besteht es aus der Annahme, daß die Aktivität einer Probe proportional zur Anzahl der vorhandenen Mutterkerne ist. Algebraische Kenntnisse reichen für die mathematischen Schritte bei der Modellbildung vollkommen aus. Ohne die Kenntnis der Lösungsverfahren für Differentialgleichungen oder von e-Funktionen kann man damit Aktivitätsverläufe vorhersagen. Eine Funktion des Typs $N=N_0e^{-\lambda t}$ erscheint nicht. Vielmehr werden Aktivität und Anzahl_der_ Kerne schrittweise numerisch berechnet.



2.13 Zwei Modelle zum radioaktiven Zerfall. Links eine systemdynamische Herangehensweise mit Zustandsgröße und Änderungsrate, die in eine Differenzengleichung für die Anzahl_der_ Kerne eingehen. Rechts ein „Modell“, bei dem die analytische Lösung der Differentialgleichung dN/dt=-l·N als bekannt vorausgesetzt wird (l: Zerfallskonstante).

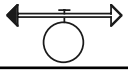
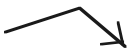
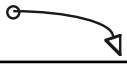
Im rechten Modell setzt man dagegen die Kenntnis der Funktion N(t) voraus, die typischerweise einen radioaktiven Zerfallsprozeß beschreibt. In einer solchen Sichtweise geht es lediglich darum, den Funktionsverlauf darzustellen, d.h. die Lösungsfunktion zu plotten. Auch das ist mit einem Programm wie STELLA möglich, wie das rechte „Modell“ in Abbildung 2.13 zeigt. Beide Modelle kommen zu gleichen Vorhersagen. Allerdings sind Modellbildungssysteme für Modelle des rechten Typs eigentlich „überqualifiziert“, denn ihre Stärke liegt in der numerischen Lösung von Differenzengleichungen. Jedes „richtige“ systemdynamische Modell enthält mindestens eine Zustandsgröße und eine Änderungsrate. Für Modelle, in denen ausschließlich Funktionen und Konstanten

auftauchen, sollte man eher auf spezielle Funktionsplot-Programme oder Computeralgebrasysteme wie MATHEMATICA zurückgreifen, die bessere Möglichkeiten der grafischen Darstellung bieten, z.B. 3D-Grafiken oder Phasen-3D-Diagramme.

Die systemdynamischen Sprachelemente *Zustandsgröße* und *Änderungsrate* sind keine der Physik künstlich aufgesetzte Kategorien. Die grundlegenden Bedeutungen vieler physikalischer Begriffe können daran gut herausgearbeitet werden. Bei Unterrichtserprobungen im Bereich der Kinematik haben sich häufig ausgiebige Diskussionen mit Schülern darüber ergeben, wie der Begriff „Beschleunigung“ zu kategorisieren sei, als Funktion oder als Änderungsrate. Schüler denken bei „Beschleunigung“ nach den Ergebnissen von Untersuchungen über das Schülervorverständnis (z.B. Schecker 1985) vorrangig an „Geschwindigkeitszunahme“, d.h. an die Änderung statt an die Änderungs*rate*. Hohe Beschleunigung bedeutet in diesem Verständnis große Geschwindigkeitszunahme. Abgesehen vom Vorzeichen der Beschleunigung wird ihr intensiver Charakter, d.h. ihr Bezug auf Geschwindigkeitsänderungen *pro Zeitintervall*, vernachlässigt. Der Zwang, bei kinematischen Modellen über die Einordnung der Größe „Beschleunigung“ nachzudenken, erwies sich für die qualitative Klärung ihrer begrifflichen Bedeutung als hilfreich.

2.4 Grafikorientierung

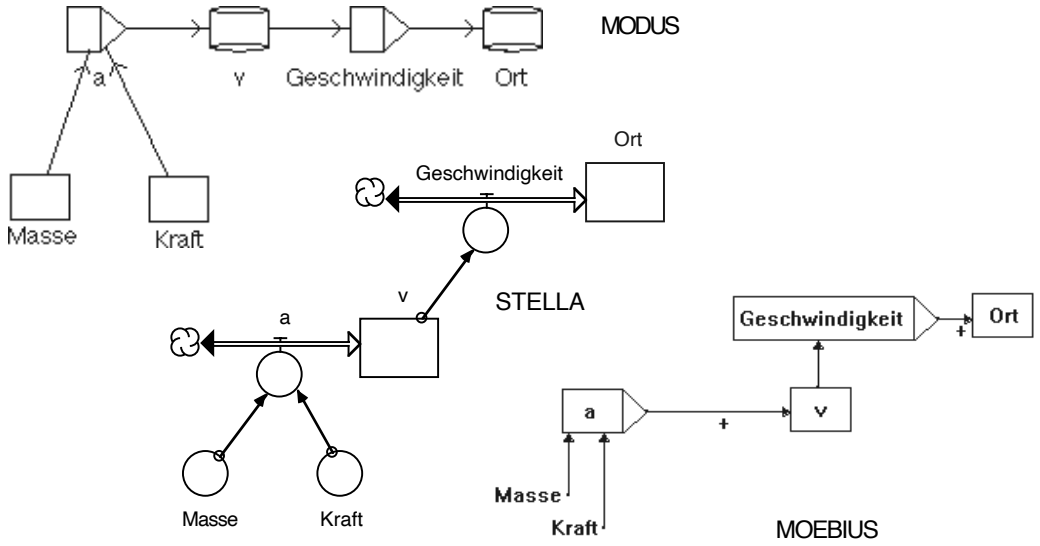
Die Bedeutung von „grafikorientiert“ oder auch „symbolisch“ im Zusammenhang mit Modellbildungssystemen ist implizit im vorangehenden Abschnitt bereits angesprochen worden: Die Kategorien, nach denen die Systemdynamik die Größen eines Systems ordnet (Zustand, Rate, Einflußgröße), werden durch bestimmte grafische Symbole gekennzeichnet. Unterschiedliche Programme benutzen dabei unterschiedliche Symbole (s. Tabelle 2.2).

Programm	Zustand	Rate	Einfluß	Einflußgröße	Konstante
STELLA					
MODUS					
POWERSIM					
MOEBIUS					

Tab. 2.2 Systemdynamische Bauelemente in der Symbolik grafikorientierter Programme.

Mit Hilfe dieser Symbole wird über direkte Manipulation von Bildschirmobjekten ein grafisches Begriffsnetz zusammengesetzt, aus dem die Zusammenhänge zwischen den Systemgrößen deutlich werden (vgl. Abb. 2.14).

Grafikorientierung ist kein notwendiger Bestandteil der systemdynamischen Betrachtungsweise. Eine Charakterisierung der verschiedenen Größentypen kann auch in Textform erfolgen (z.B. bei dem Programm SIMTEK). Die von Forrester entwickelte Simulationssprache DYNAMO hatte noch keine grafische Ebene. Die Vorteile der grafischen Editierung eines Modells wurden erst mit STELLA auf Personalcomputern verfügbar. Vorher konnte man sich dadurch behelfen, das Begriffsnetz mit Papier und Bleistift zu skizzieren.



2.14 Modell zur gleichmäßig beschleunigten Bewegung; modelliert mit MODUS, STELLA und MOEBIUS.

Zwischen den Befürwortern grafikorientierter und zeilenorientierter (d.h. Programmiersprachenähnlicher) Modellbildungssysteme kommt es immer wieder zu teils heftigen Diskussionen. Ein typischer Verlauf sieht etwa so aus:

Programmierer: Das mit den Symbolen sieht zwar ganz schön aus, aber mich verwirrt das eher. Warum soll man nicht gleich die Gleichungen eingeben?

Grafiker: Die grafische Modellebene verdeutlicht doch erst richtig, wie die einzelnen Größen zusammenhängen und was man alles berücksichtigen muß!

P: Das sogenannte grafische „Modell“ ist doch nur eine andere — und wie ich finde umständlichere — Form, die Differentialgleichungen darzustellen.

G: Nein, ganz im Gegenteil: Die Gleichungen stehen erst an zweiter Stelle. Primär geht es um die Entwicklung der grundsätzlichen Zusammenhänge in qualitativen Überlegungen. Schließlich treiben wir Physik und keine Mathematik.

P: Aber in der Physik sind doch die Gleichungen das Wesentliche. Ich befürchte, daß die Schüler bei der grafikorientierten Modellbildung hinterher die Gesetze nicht kennen. Wenn wir keinen Computer haben, schreiben wir doch auch die Gleichungen hin.

G: Eben. Wir *rechnen* im Physikunterricht viel zu viel und vernachlässigen dabei das *Sprechen* über die Zusammenhänge, die in Gleichungen quantifiziert werden. Dieses Defizit können wir mit grafikorientierten Programmen abbauen. Außerdem brauchen Schüler bei zeilenorientierten Programmen Grundkenntnisse einer Programmiersprache. Und das dürfen wir im Physikunterricht nicht voraussetzen.

P: Bei Euch müssen die Schüler dafür diese komische Symbolsprache lernen, das nimmt viel Zeit in Anspruch.

G: Aber es lohnt sich, weil die Modellbildung über die gesamte Oberstufenphysik genutzt werden kann.

... usw., usw.

An dieser Stelle soll die Diskussion, die oft zu keinem Konsens führt, abgebrochen werden — zu unterschiedlich sind die Vorerfahrungen und Vorlieben der Beteiligten. Physiker, bzw. Physiklehrer sind „mit Gleichungen aufgewachsen"; Gleichungen sind für sie auch *Symbole*, mit denen sie z.T. virtuos hantieren können. Der Übergang zur grafischen Ebene erscheint ihnen dann als ein Rückschritt, weil sie die Gleichungen eigentlich direkt hinschreiben könnten. Bei Schülern liegen die Verhältnisse anders. Da ihnen die Sozialisation des Gleichungsdenkens fehlt, empfinden viele Schüler die grafische Modelleditierung als sehr hilfreich und als Vorstufe zur Quantifizierung. Sie brauchen nicht „umzulernen".

Ich will die praktischen Vorteile grafikorientierter Modellbildung in drei Punkten hervorheben:

- Das grafische Begriffsnetz ist *zweidimensional*. Dies ergibt eine bessere Übersicht über das Modell als bei einem Gleichungssystem, das *linear* verkettet ist. Besonders bei Modellen mittlerer Komplexität (grob geschätzt 3 bis 8 Zustandsgrößen, bis zu 20 Einflußgrößen) werden die Vorteile deutlich. Bei sehr einfachen Modellen ist auch ein Gleichungssystem überschaubar. Darüber muß man ein grafisches Modell in Teilmodelle aufspalten, um es visuell erfassen zu können.
- Die *Reihenfolge* der Modellgleichungen, die im Hintergrund der grafischen Ebene entstehen, ergibt sich *automatisch* aus dem Begriffs- und Beziehungsnetz. Bei den meisten zeilenorientierten Modellbildungssystemen muß der Nutzer dagegen genau darauf achten, wie die Gleichungen aufeinander folgen.
- Die Umbenennung einer Modellgröße, z.B. aufgrund eines Schülervorschlags zur Verdeutlichung ihrer Bedeutung, führt zu einer automatischen Änderung der Bezeichner in allen Modellgleichungen. Es entfällt die Notwendigkeit, die Gleichungen einzeln zu editieren.

An dieser Stelle werden lediglich die praktischen, bzw. softwaretechnischen Vorteile von grafikorientierten gegenüber zeilenorientierten Modellbildungssystemen herausgestellt. Gegenüber klassischen Programmiersprachen ergeben sich zahlreiche weitere Vorteile, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll. So brauchen numerische Verfahren, Grafik-/Tabellenausgabe usw. nicht selbst programmiert zu werden. Der *fachdidaktische* Begründungszusammenhang für die Nutzung von Modellbildungssystemen im Physikunterricht wird unter Punkt 4 dargelegt.

2.5 Computerunterstützung

Weder Modellbildung noch Systemdynamik sind prinzipiell auf den Einsatz von Computern angewiesen. Die wesentlichen Schritte bei der Entwicklung von Modellen sind gedanklicher Art und erfolgen im Kopf des Modellierers. Modellbildungssoftware kann den Modellbildungsprozeß jedoch umfassend *unterstützen*:

- bei der Sammlung von Ideen, welche Größen für das betrachtete Phänomen relevant sind und welche Zusammenhänge (Einflüsse) zwischen ihnen bestehen,

→ durch die grafische Repräsentation mit Möglichkeiten zur (Um-) Benennung, Verschiebung, Verknüpfung und Gruppierung von (Begriffs-) Objekten auf dem Bildschirm, d.h. durch größere Flexibilität, als das mit Tafel und Kreide oder Papier und Bleistift erreichbar wäre;

- bei der Quantifizierung des Begriffsnetzes,

→ durch Hinweise auf vernachlässigte Variablen oder Zirkelbezüge, durch Bereitstellung einer Funktionsbibliothek, durch kontextsensitive Fehlermeldungen bei syntaktischen Fehlern;

- bei der Formulierung des Systems der Differenzen- und Funktionsgleichungen,

→ durch automatische Anordnung der Modellgleichungen in der Reihenfolge ihrer Ausführung, durch Vorgabe der Differenzengleichungen auf Basis der grafischen Verknüpfungen von Zuständen und Raten;

- bei der numerischen Lösung des Gleichungssystems,

→ durch fertige Bereitstellung mehrerer numerischer Verfahren, durch automatische Anpassung der Iterationsschrittweite, durch Ausführung der Iterationen;

- bei der Aufbereitung und Präsentation der Simulationsergebnisse,

→ durch vorstrukturierte, benutzerdefinierbare Grafik- und Tabellenausgaben, durch Animationsmöglichkeiten, durch Druckoptionen und Datenexport;

- bei der Revision und Fortentwicklung des Modells (Komplexitätssteigerung),

→ durch Strukturierungshilfen (Teilmodelle, Hierarchieebenen der Modelldarstellung), durch Möglichkeiten zum Kopieren von Modellstrukturen.

Grafikorientierte Modellbildungssysteme wie STELLA erfüllen diese Anforderungen in hohem Maße. Die Programme ebnen jedoch keinen automatischen Weg zum physikalischen Modell. Anders als Simulationsprogramme beinhalten Modellbildungssysteme keinerlei Expertenwissen über Physik. Lediglich mathematisches Wissen (über numerische Verfahren, Iterationen usw.) ist implementiert. Dennoch wird die Modellierung komplexerer physikalischer Phänomene erst mit Rechnerhilfe möglich.

2.6 Vorgehensweise bei der Modellbildung

Über die Phasen, die bei einem Modellbildungsprozeß zu durchlaufen sind gibt es viele verschiedene Aufstellungen (z.B. Bossel 1992, 196). Eine eigene — sicherlich nicht vollständige oder einzig mögliche — Strukturierung sieht folgende Schritte vor:

Wortmodell

- Ziele und Zweck des Modells beschreiben;
- Elemente und Grenzen des Systems benennen und begründen;
- Beziehungen zwischen den Elementen des Systems verbal beschreiben;
- erwartetes Verhalten des Modells angeben (Referenzverhalten);

Systemdynamische Formalisierung

- verbale Beschreibungen in Form eines grafischen Wirkungsnetzes mit Begriffsknoten und Beziehungslinien skizzieren;
- Modellelemente nach Typen (Zustandsgröße, Rate, Einflußgröße) und Art der Beziehungen unterscheiden (iterativ, d.h. zeitlich vermittelt, oder funktional);
- Modellelemente und Beziehungen quantifizieren: Funktionen definieren, Parameterwerte angeben, Anfangsbedingungen setzen;

Simulationslauf

- Beschreibung in eine für den Computer lesbare Form bringen (grafische „Programmierung“)
- Numerik festlegen;
- Systemverhalten in bestimmten Szenarien berechnen und die Simulationsergebnisse darstellen;
- Ergebnisse anhand von Realerfahrungen, Messungen oder Prognosen (Referenzverhalten) bewerten;
- ggf. Modellstruktur modifizieren und neuen Simulationslauf durchführen;

Dokumentation

- Ziele, Grenzen und Modellannahmen angeben;
- Modellstruktur erläutern;
- ausgewählte Simulationsergebnisse vorstellen.

Dieser idealtypische Zyklus kann als Orientierung für einen Unterrichtsgang dienen. Nach den Erfahrungen des Verfassers werden häufig im Unterricht die Phasen 1 und 4 vernachlässigt. Die Anwendung eines Modells in möglichst vielen Szenarien scheint Lehrern wichtiger zu sein als die ausführliche Diskussion der eingehenden Modellannahmen. Dahinter kann die Lehrervorstellung vermutet werden, die Ziele eines Modells seien den Schülern ohnehin klar, und es komme entscheidend auf die Formalisierung, insbesondere die Quantifizierung an. Die Möglichkeiten grafikorientierter Modellbildungssysteme zur qualitativen Klärung von Systemzusammenhängen werden so nicht genügend ausgeschöpft. Auf die Bedeutung der Verbalisierung von Modellstrukturen und der Diskussion der Ergebnisse im Lichte der Erwartungen muß daher eindringlich hingewiesen werden. Ich gehe darauf in den Kapiteln 4 (Didaktik) und 5 (Methodik) ausführlich ein.

3. Ganz ohne Numerik geht es nicht

Modellbildungssysteme dienen u.a. dazu, die Nutzer von mathematischen Anforderungen zu entlasten, insbesondere von der Anwendung numerischer Verfahren. Dennoch sind zum Verständnis der Arbeitsweise von Modellbildungssystemen Grundkenntnisse über Lösungsverfahren von Differenzengleichungen sinnvoll. Für den Einsatz von Modellbildungssystemen in der Schule ist dies keine Voraussetzung. Leser, die sich damit zunächst nicht detaillierter befassen möchten, können das Kapitel überspringen.

Die Vorhersage des Systemverhaltens, das sich aus einem Modell ergibt, wird bei Modellbildungsprogrammen auf numerischem Wege gewonnen. Modellbildungssysteme liefern keine geschlossenen Lösungen für den Verlauf der Zustandsgrößen $Z = f(X,Y,...,t)$, so wie es mit Computeralgebrasoftware bei manchen Modellen möglich wäre, sondern eine Abfolge diskreter Werte für $Z(t_i)$. Obwohl die Betrachtung der Numerik der Berechnungen ganz überwiegend nicht zum physikalischen Verständnis des modellierten Sachverhalts beiträgt, ist für den fortgeschrittenen Nutzer eine Auseinandersetzung damit nicht ganz zu vermeiden. Im Unterricht kann auf eine systematische Behandlung verzichtet werden, wenn der Lehrer die möglichen numerischen Probleme kennt und Schülern bei ihrem Auftreten konkrete Ratschläge geben kann.

Beim Umgang mit Modellbildungssystemen ist zwischen Größen zu unterscheiden, die Zeit*punkten* zugeordnet sind, und solchen, die sich auf Zeit*intervalle* beziehen. Sonst verschwimmen Differential- und Differenzenquotient. Das Verhalten des Systems wird für die numerische Simulation diskretisiert. Zustandsgrößen beschreiben das System zu bestimmten Zeitpunkten t_i. Änderungsraten beziehen sich dagegen auf Zeitintervalle Δt_i. Bei geschlossenen Lösungen auf der Basis von Differentialgleichungen sind wegen des Grenzübergangs $\Delta t \rightarrow 0$ auch die Differentialquotienten Zeit*punkten* zugeordnet.

Die aus der Diskretisierung entstehenden Probleme sind für physikalische Untersuchungen unabhängig vom Einsatz von Modellbildungssystemen durchaus vertraut. Sie treten bei der Ermittlung von Änderungsraten aus den Daten von Experimenten in gleicher Weise auf. Bei der Berechnung von Geschwindigkeiten aus einer Weg-Zeit-Meßreihe muß man ebenfalls beachten, daß man durch $v=\Delta s/\Delta t$ nur Intervallgeschwindigkeiten erhält. Bei einer grafischen Auftragung von $v(t)$ ist zu überlegen, welchem Zeitpunkt t_i man das jeweilige v_i sinnvollerweise zuordnet. Einfach zu entscheiden ist das nur bei einer gleichförmigen oder gleichmäßig beschleunigten Bewegung (Mitte des Zeitintervalls).

Entsprechend ist die Änderungsrate bei der numerischen Simulation als eine *mittlere* Änderungsrate im Zeitintervall Δt zu verstehen. Die Änderungsrate hat in STELLA-Gleichungen daher keinen Zeitindex. Danach, *wie* man die Mittelung durchführt, richten sich die numerischen Lösungsverfahren. Die Iterationsgleichungen ändern ihr Aussehen nicht:

$$\text{Zustandsgröße}(t+\Delta t) = \text{Zustandsgröße}(t) + \text{Änderungsrate} \cdot \Delta t$$

Drei Verfahren zur Ermittlung der mittleren Änderungsrate sollen am Beispiel des radioaktiven Zerfalls vorgestellt werden.

3.1 Euler-Verfahren

Die einfachste Möglichkeit besteht darin, auf eine Mittelung zu verzichten und die Änderungsrate, d.h. beim radioaktiven Zerfall die Aktivität, am Beginn des Zeitintervalls als Aktivität für das gesamte Intervall Δt anzusetzen:

Ausgangszustand:	$N(t_i)$
Änderungsrate:	$\text{Aktivität}(\Delta t_i) = \text{Aktivität}(t_i) = N(t_i) \cdot \text{Zerfallskonstante}$
Änderung :	$\Delta N = \text{Aktivität}(t_i) \cdot \Delta t$
Folgezustand:	$N(t_i+\Delta t) = N(t_i) - \Delta N$

Bei diesem sogenannten *Euler-Verfahren* wird so getan, als bliebe die Aktivität im Zeitintervall Δt konstant. Sie wird aus der Zerfallskonstanten und der *am Beginn* des Intervalls vorhandenen Anzahl $N(t_i)$ berechnet. Es wird nicht berücksichtigt, daß während des Zeitintervalls die Anzahl der vorhandenen Kerne sinkt, d.h. die Aktivität kleiner wird. Die vorhergesagte Änderung im Zeitintverall Δt wird also zu groß, bzw. die Anzahl der noch vorhandenen Kerne im Folgezustand zu gering.

3.2 Verfahren Runge-Kutta-2

Die nächstbessere Näherung besteht darin, zunächst nach dem einfachen Euler-Verfahren, d.h. mit der $\text{Aktivität}(t_i)$ den Folgezustand $N(t_i+\Delta t)$ zu schätzen, dann die $\text{Aktivität}(t_i+\Delta t)$ zu berechnen, die dem Folgezustand zuzuordnen wäre und schließlich die beiden Aktivitäten zu mitteln, um damit von $N(t_i)$ ausgehend eine verbesserte Vorhersage des Folgezustands $N(t_i+\Delta t)$ zu machen.

1. Schätzung des Folgezustands nach dem *Euler-Verfahren*:

Ausgangszustand:	$N(t_i)$
Änderungsrate 1:	$\text{Aktivität}(t_i) = N(t_i) \cdot \text{Zerfallskonstante}$
Änderung :	$\Delta N_1 = \text{Aktivität}(t_i) \cdot \Delta t$
Folgezustand:	$N(t_i+\Delta t) = N(t_i) - \Delta N_1$

2. Erneute Berechnung der Änderungsrate:

Änderungsrate 2:	$\text{Aktivität}(t_i+\Delta t) = N(t_i+\Delta t) \cdot \text{Zerfallskonstante}$
mittlere Änderungsrate:	$\text{Aktivität}(\Delta t_i) = 1/2 \cdot \{\text{Aktivität}(t_i) + \text{Aktivität}(t_i+\Delta t)\}$

3. Verbesserte Vorhersage:

Ausgangszustand:	$N(t_i)$
Änderung :	$\Delta N_2 = \text{Aktivität}(\Delta t_i) \cdot \Delta t$
Folgezustand:	$N(t_i+\Delta t) = N(t_i) - \Delta N_2$

Das zweite Verfahren heißt bei STELLA *Runge-Kutta-2*. Es ähnelt dem *Halbschrittverfahren*, wie es bei vielen einfachen Simulationsprogrammen verwendet wird. Das Verfahren liefert dann Vorhersagen, die mit denen einer analytischen Lösung übereinstimmen, wenn die Änderungsrate sich im Zeitintervall Δt linear mit der Zeit ändert. Ein Beispiel ist die Vorhersage des Ort-Zeit-Zusammenhangs bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung. Die Änderungsrate des Ortes ist die Geschwindigkeit. Diese ist linear von der Zeit abhängig.

3.3 Verfahren Runge-Kutta-4

Das Runge-Kutta-Verfahren zweiter Ordnung ist im allgemeinen ebenfalls nur eine, wenn auch verbesserte, Schätzung für die Änderungsrate. Das gilt auch für das Beispiel des radioaktiven Zerfalls. Man kann zu verfeinerten numerischen Berechnungsverfahren übergehen, um die Schätzung weiter zu verbessern. STELLA bietet das Verfahren *Runge-Kutta-4* an. Dabei wird das Zeitintervall Δt halbiert und folgende Aktivitäten A für die Mittelung berechnet (const.: Zerfallskonstante):

1. Mit dem Euler-Verfahren die Änderungsrate am Zeitpunkt t_i berechnen:

   Ausgangszustand: $N(t_i) = N_1$

   Änderungsrate 1: $A_1 = N(t_i) \cdot \text{const.}$

2. Mit Änderungsrate 1 den Zwischenzustand in der Mitte des Intervalls schätzen und die zugehörige Änderungsrate berechnen:

   Zwischenzustand: $N_2 = N(t_i+1/2\Delta t) = N_1 - A_1 \cdot \Delta t/2$

   Änderungsrate 2: $A_2 = N_2 \cdot \text{const.}$

3. Mit Änderungsrate 2 ausgehend vom Ausgangszustand erneut den Zwischenzustand schätzen und die Änderungsrate neu berechnen:

   Zwischenzustand: $N_3 = N(t_i+1/2\Delta t) = N_1 - A_2 \cdot \Delta t/2$

   Änderungsrate 3: $A_3 = N_3 \cdot \text{const.}$

4. Mit Änderungsrate 3 den Folgezustand schätzen und die Änderungsrate am Endzeitpunkt berechnen:

   Folgezustand: $N_4 = N(t_i+\Delta t) = N_1 - A_3 \cdot \Delta t$

   Änderungsrate 4: $A_4 = N_4 \cdot \text{const.}$

Mit Runge-Kutta-4 erhält man 4 Änderungsraten, die am Anfang, zwei für den mittleren Zeitpunkt des Zeitintervalls und eine für das geschätzte Ende des Intervalls. Dabei werden die Ergebnisse vorhergehender Iterationen für die Verbesserung der Schätzung verwendet. Die schließlich verwendete Änderungsrate ergibt sich als gewichtetes Mittel der Änderungsraten 1 bis 4:

mittlere Änderungsrate: $A(\Delta t_i) = 1/6 \cdot (A_1 + 2A_2 + 2A_3 + A_4)$

Erst mit dieser mittleren Änderungsrate wird der endgültige Iterationsschritt vollzogen:

$N(t_i+\Delta t) = N(t_i) - A(\Delta t_i) \cdot \Delta t$

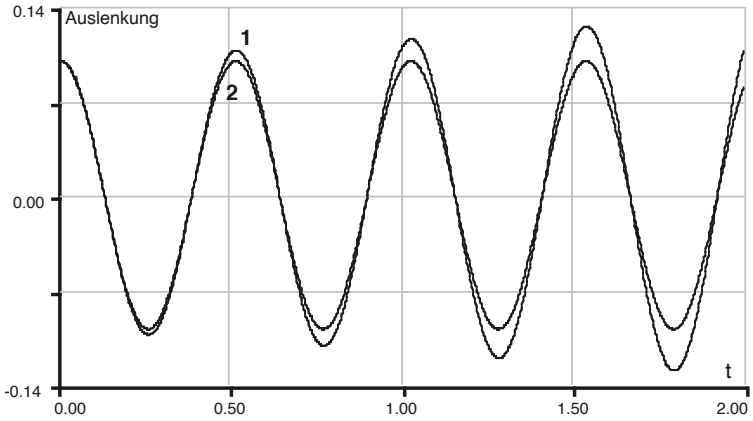
Ein großer Vorteil von Modellbildungssystemen gegenüber Tabellenkalkulationssystemen, die ebenfalls für die Modellierung physikalischer Vorgänge empfohlen werden (z.B. Misner 1991) liegt darin, daß mehrere Verfahren zur Auswahl „per Mausklick“ bereitstehen. Der Anwender braucht die Lösungsverfahren nicht selbst zu formulieren, was bei Tabellenkalkulationsprogrammen schnell aufwendig wird. Das Verfahren zur Mittelung der Änderungsrate $R(\Delta t_i)$ bleibt bei Modellbildungssystemen im Hintergrund. Das ist sinnvoll, da es um die Unterstützung *physikalischer* Reflexion geht und nicht um numerische Mathematik.

Die Wahl des geeigneten numerischen Verfahrens ist bei vielen physikalischen Modellen von entscheidender Bedeutung, wenn die Vorhersage eines Modells, das von der physikalischen Struktur her korrekt ist, nicht durch numerische Artefakte überdeckt sein soll.

3.4 Beispiel Federschwingung:

Zustandsgrößen:	Geschwindigkeit $v(t_i)$
	Auslenkung $l(t_i)$
Änderungsraten:	Intervallbeschleunigung $a(\Delta t_i)$
	$a = -D \cdot l / m$
	Intervallgeschwindigkeit $v(\Delta t_i)$
Einflußgrößen:	Federkonstante D = 15 N/m
	Pendelmasse m = 0,1 kg
Startbedingungen:	$v(t_0) = 0$ m/s
	$l(t_0) = 0{,}1$ m
Differenzengleichungen:	$v(t_i+\Delta t) = v(t_i) + a(\Delta t_i) \cdot \Delta t$
	$l(t_i+\Delta t) = l(t_i) + v(\Delta t_i) \cdot \Delta t$

Die verschiedenen numerischen Verfahren unterscheiden sich bei diesem Beispiel in der Berechnung der Änderungsraten $v(\Delta t_i)$ und $a(\Delta t_i)$. Abbildung 3.1 zeigt die Vorhersagen mit den Verfahren Euler (Kurve 1) und Runge-Kutta-2 (Kurve 2). Die Schrittweite beträgt Δt=0,002 s. Das ergibt bei einer Periodendauer von ca. 0,5 s immerhin etwa 250 Iterationsschritte. Dennoch zeigt Kurve 1 eine deutliche Amplitudenzunahme bereits nach 1 Periode.



3.1 Berechnung einer Federschwingung mit unterschiedlichen numerischen Verfahren. Kurve 1: Euler, Kurve 2: Runge-Kutta-2, Schrittweite jeweils Δt=0,002 s.

Während eine *Vergrößerung* des Zeitschritts im obigen Beispiel um den Faktor 10 beim Runge-Kutta-Verfahren unkritisch bleibt, ändert selbst eine weitere *Verkleinerung* der Zeitschritte nichts am Problem des Euler-Verfahrens, das bei Schwingungsvorgängen besonders deutlich wird: Bei einer Sinuskurve ist die Änderungsrate bei der positiven Halbwelle am Beginn eines Zeitintervalls immer größer als am Ende des Intervalls oder in der Mitte — bei der negativen Halbwelle entsprechend kleiner (ausgenommen in der Umgebung der Wendepunkte). Die Abweichungen von der „eigentlichen“ Kurve zeigen immer von der Kurve fort und kumulieren. Das führt zu einem „Aufbiegen“ der Kurve.

Verwendet man bei periodischen Prozessen (z.B. Schwingungen, Planetenbahnen) das einfache Euler-Verfahren, dann kann die physikalische Interpretation der Modellvorhersage zu unsinnigen Ergebnissen führen, obwohl die physikalische Beschreibung des Phänomens korrekt vorgenommen wurde. Solche numerischen Artefakte, z.B. nicht-geschlossene Bahnen der Erde um die Sonne, sind natürlich für den Unterricht höchst unerwünscht.

3.5 Wie findet man die passende Numerik?

Die Wahl des Näherungsverfahrens erfolgt in der Abwägung zwischen Genauigkeit und Rechenzeit. Mit Verfahren höherer Ordnung sind längere Rechenzeiten verbunden. Man kann sich mit einigen Faustregeln behelfen, um Probleme zu vermeiden:

- Schätzen Sie ein sinnvolles Δt *physikalisch* ab. Beispiele:

  Liegt bei einer Pendelschwingung die Periodendauer T bei etwa 1 s, sollte Δt nicht größer als 0,05 s gewählt werden, um eine Periode noch sinnvoll auflösen zu können. Um die Bewegung des Mondes um die Erde zu modellieren, reicht dagegen ein Δt von ca. 5·28·3600 s aus.
- Prüfen Sie die Stabilität des Modells gegen Änderungen von Δt:

  Wenn sich eine Halbierung des Zeitschritts Δt qualitativ in der Form einer vorhergesagten Kurve oder quantitativ in deutlich anderen Tabellenwerten niederschlägt, ist Δt weiter zu verkleinern.
- Bei periodischen Vorgängen:

  Verwenden Sie Runge-Kutta-2 oder Runge-Kutta-4. Mit Runge-Kutta sind Sie im Zweifelsfall auf der sicheren Seite. Die längere Rechenzeit wird teilweise dadurch ausgeglichen, daß man größere Zeitschritte Δt wählen kann.

Wünschenswert wären Modellbildungssysteme, bei denen die Wahl geeigneter numerischer Verfahren und angepaßter Schrittweiten Δt automatisch erfolgt. Man könnte sich dann noch stärker auf die physikalischen Aspekte der Modellbildung konzentrieren. Grafikorientierte Modellbildungssysteme für den Bildungsbereich sind damit bisher nicht ausgestattet.

Die Auswirkungen einer ungünstig gewählten Numerik können anschaulich an folgendem Beispiel gezeigt werden: Bei Simulationsläufen mit einem Modell zur Streuung von α-Partikeln an Goldatomen (Rutherfordstreuung) trat zur Überraschung des Modellierers der Effekt auf, daß das α-Teilchen geradlinig am Kern vorbeiflog. Das Modell erschien strukturell korrekt und die Parameter (Ladungen, Konstanten, kinetische Energie) waren richtig gewählt. Der Fehler bestand in einer physikalisch falschen, nämlich zu groß gewählten Simulationsschrittweite Δt. Für die Rutherford-Streuung von α-Teilchen an Goldatomen benötigt man ein Δt in der Größenordnung von 10^{-21} s. Bei zu großem Δt „sieht“ das α-Teilchen das Goldatom beim Vorbeiflug gar nicht, weil es keine ausreichende Zeit zum Wechselwirken hat.[9]

---

[9] STELLA erlaubt bis zur Version II-3.x keine Eingabe von Zeiteinheiten $\Delta t<10^{-6}$ oder $\Delta t>1$. Diese Begrenzung ist für viele physikalische Anwendungen ein ärgerliches Hindernis (vgl. die obigen Beispiele). Um im SI-Einheitensystem (m, kg, s) zu bleiben, müssen Zeitskalierungsfaktoren in die Modelle eingebracht werden. Anderenfalls müssen universelle physikalische Konstanten in andere Einheiten umgerechnet werden (z.B. Gravitationskonstante von $\gamma = 6{,}7\cdot10^{-11}$ $m^3kg^{-1}s^{-2}$ in $\gamma = 8{,}7*10^{-4}$ $m^3kg^{-1}d^{-2}$). Ab Version II-4.0 ist die Beschränkung wieder aufgehoben.

4. Wozu dient der Einsatz von Modellbildungssystemen im Physikunterricht? — Der fachdidaktische Begründungszusammenhang

Grafikorientierte Modellbildungssysteme können zur Verbesserung des Physikunterrichts beitragen. Diese These wird unter Bezugnahme auf Ergebnisse fachdidaktischer Forschung über Lernen und Lernschwierigkeiten im Physikunterricht entwickelt. Die potentiellen Beiträge liegen in der Betonung der begrifflichen Struktur der Physik, der Einbeziehung komplexer Phänomene aus Natur und Technik sowie in Möglichkeiten zur Förderung der Eigentätigkeit der Schüler. Der Abbau mathematischer Schranken öffnet den Weg zu physikalisch interessanten Themen, die sonst wegen des erforderlichen formalen Aufwands kaum untersucht werden. Es werden Kriterien vorgeschlagen, um zu entscheiden, ob der systemdynamische Ansatz für das Verständnis eines bestimmten Sachverhalts hilfreich ist. Am Beginn stehen Betrachtungen zu den Ursachen der immer noch geringen Computernutzung im Physikunterricht.

4.1 Computereinsatz im Physikunterricht — Die momentane Situation

Nach dem Scheitern des „Computerunterstützten“ oder auch „Programmierten Unterrichts“ Ende der sechziger Jahre beschäftigen sich Bildungsplaner, Erziehungswissenschaftler, Fachdidaktiker und Lehrer seit den achtziger Jahren erneut mit dem Einsatz des Computers in der Schule, besonders in den mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern. Beispiele sind die NATO Advanced Research Workshops „Student Development of Physics Concepts: The Role of Educational Technology“ (Pavia, 1989) sowie „Advanced Technologies in the Teaching of Mathematics and Science“ (Milton Keynes, 1990; s. Ferguson 1993). Laut diSessa (Universität Berkeley, Kalifornien) befinden wir uns längst in der *Third Revolution in Computers and Education*.

> *We have an opportunity for the first time to build a legitimate scientific and engineering base for science education. Computers play a central role in this opportunity, but in order for us to realize these hopes, we must set our sights above the hubub of „getting computers into schools,“ and on fundamental issues of how people learn, what and how we should teach.* (diSessa 1987, 343)

Das Zitat benennt einen wichtigen Fortschritt in den Arbeiten zur Implementierung des Computereinsatzes in der Schule: Das Feld ist nicht mehr den Technologie-Experten überlassen. In zunehmendem Maße formulieren Fachdidaktiker und Kognitionsforscher die konzeptuellen Grundlagen für den Computereinsatz. Aus der Zusammenarbeit läßt sich ein Synergie-Effekt aktueller Lehr-/Lernforschung und neuer Unterrichtstechnologien erhoffen. Vor diesem Hintergrund ist es überraschend, daß die Nutzung von Softwarewerkzeugen im Unterricht noch keine große Bedeutung erlangt hat. Lernen mit dem Computer findet selbst in vermeintlich computernahen Fächern wie in Mathematik und in den Naturwissenschaften kaum statt (vgl. Lang 1994, 181). Vergleicht man die Berichte über die jährlichen Teffen des deutschen Arbeitskreises „Computer im Physikunterricht“, so zeichnet sich nicht einmal eine Tendenz dazu ab. So hieß es 1988 u.a.:

> *Der Rechnereinsatz im Physikunterricht der Schule ist die Ausnahme. Der Rechner wird hauptsächlich von engagierten Lehrern mit eigener Erfahrung im Programmieren und im Umgang mit Hardware (Meßinterfaces) eingesetzt; diese berichten von positiven Unterrichtserfahrungen und hoher Motivation der Schüler.* (Krämer 1988)

Drei Jahre später klang es nicht anders:

> *Trotz (der) recht positiven Bilanz der Möglichkeiten des Computers im realen Physikunterricht ... muß man einschätzen, daß sich der Computer als Unterrichtsmittel im Fach Physik noch nicht in großer Breite durchgesetzt hat. Nur wenige engagierte Physiklehrer nutzen ihn punktuell mit relativ gutem Erfolg.* (Ciesla 1991, 8)

Auch in den USA wird das didaktische Potential des Computereinsatzes insgesamt zu wenig realisiert, obwohl große Anstrengungen unternommen werden. Drei Projekte seien stellvertretend genannt:

- Computer as Lab Partner (M.C. Linn, University of Berkeley, California),
- Comprehensive Unified Physics Learning Environment (CUPLE; J.M. Wilson, Rensselear Polytechnic Institute, Troy, New York),
- Workshop Physics (P. Laws, Dickinson College, Carlisle, Pennsylvania).

Woher kommt die Lücke zwischen den fachdidaktischen Bemühungen zur Einführung des Computers als Unterrichtswerkzeug und seiner tatsächlichen unterrichtlichen Nutzung , wenn die Computerexperten unter den Fachdidaktikern von „nachweisbar positiven Wirkungen auf den Schüler, den Lehrer und den Unterrichtsprozeß“ (Ciesla 1991, 4) sprechen? Vordergründige Faktoren sind die mangelnde Ausstattung der Physiksammlungen mit modernen, leistungsfähigen Computersystemen oder Zeitmangel. Die Hauptursachen des geringen Nutzungsgrades liegen in *konzeptuellen* Mängeln:

- mangelnde fachdidaktische Reflexion des Computereinsatzes,
- falsche Schwerpunkte der Inhalte und Formen des Computereinsatzes,
- schlechte didaktische und medientechnische Qualität des Angebots an Unterrichtssoftware.

Ein Hinweis auf diese Faktoren findet sich implizit im obigen Zitat von Krämer:

> *Der Rechner wird hauptsächlich von* engagierten Lehrern *mit eigener* Erfahrung im Programmieren *und im Umgang mit Hardware (Meßinterfaces) eingesetzt.*
> (Hervorhebungen d. Verf.)

Ciesla meint mit den „engagierten Physiklehrern“ den gleichen Kreis solcher Lehrkräfte, die weniger über die Frage, welchen Beitrag der Rechner zur Fortentwicklung der didaktisch-methodischen Möglichkeiten des Physikunterrichts erbringen kann, zum Computereinsatz im Physikunterricht gekommen sind, als vielmehr über ein persönliches, aus dem privaten Umgang mit dem Medium erwachsenes Interesse. Daß dies eher die Programmierer und Elektroniker unter den Physiklehrern sind, kann nicht verwundern.

Diese Gruppe stellt jedoch nicht die Mehrheit der Physiklehrer. Um eine Breitenwirkung zu erzielen, müssen die fachdidaktischen Bemühungen einer anderen Adressatengruppe zugewendet werden: Den Computerlaien, den Computer-Skeptikern, bzw. allgemeiner den *Nicht-Computerexperten*. Diese wird man nicht über eine Faszination des Mediums gewinnen, sondern nur über eine schlüssige didaktische Begründung mit konkreten Beispielen für eine Verbesserung des Physikunterrichts. Dazu gehören Materialien, die der Fachlehrer zusammen mit seiner Lerngruppe an die situativen unterrichtlichen Bedürfnisse anpassen kann und bei denen die Lerngruppe Fragestellungen und Art des Einsatzes bestimmt.

Um die Konzeption des Einsatzes von Modellbildungssystemen in einen fachdidaktischen Begründungszusammenhang einbetten zu können, sollen zunächst kurz einige Erkenntnisse über Verstehens- und Lernprozesse im Physikunterricht referiert werden.

4.2 Schülervorverständnis und Physiklernen

Neben der Elementarisierung fachlicher Inhalte für den Physikunterricht hat sich seit den siebziger Jahren eine physikdidaktische Forschungstradition entwickelt, die sich empirisch mit Verstehens- und Lernprozessen bei Schülern beschäftigt. *Research in Physics Learning* (vgl. Duit 1992) ist gekennzeichnet durch Begriffe wie „Schülervorstellung", „Schülervorverständnis", „constructivist approach" oder „learning pathways". Einen Überblick über den Stand der Arbeiten bietet die Bibliographie von Pfundt und Duit (1993). Aus den Studien, die weltweit betrieben werden, kristallisieren sich einige gemeinsame Ergebnisse heraus:

- Wie ein Schüler sich mit einem physikalischen Problem auseinandersetzt, hängt entscheidend davon ab, welche Denkrahmen (z.B. über Ziele und Vorgehensweisen der Physik), Vorstellungen (zu Begriffen wie Kraft, Energie, Wärme, Elektron), Kenntnisse und Interessen er in den Unterricht mitbringt.
- Dieses *Vorverständnis* entscheidet wesentlich mit darüber, welche Beobachtungen ein Schüler bei einem Experiment macht und wie er Informationen, die der Lehrer anbietet, interpretiert. Die Wahrnehmungen und Erklärungsansätze des Schülers können deutlich von denen des Lehrers abweichen.
- Die Vielfalt des Schülerverhaltens kann auf eine begrenzte Anzahl grundlegender *Vorverständniselemente* zurückgeführt werden, deren Kenntnis es einem Beobachter (Lehrer, Fachdidaktiker) erleichtert, den Schüler, insbesondere seine Lernschwierigkeiten, zu verstehen.
- *Lernen* kann man umschreiben als eine Fortentwicklung des Vorverständnisses. Man kann im Unterricht mehr oder weniger günstige Rahmenbedingungen für Lernen schaffen. Lernprozesse lassen sich jedoch nicht von außen steuern.
- Ein Ansatz zur Verbesserung des Lernumfelds besteht darin, die Schülervorstellungen im Unterricht direkt anzusprechen. Die Schüler erhalten Gelegenheiten, ihre eigenen Ideen aktiv zu entwickeln, um Unterschiede zur naturwissenschaftlichen Beschreibung *bewußt* verarbeiten zu können.
- Es gibt systematische Unterschiede im Problemlösungsverhalten von Experten und Lernern. Experten schätzen eine Fragestellung zunächst begrifflich ein (Energieerhaltung, Impulserhaltung, Bezugssystem o.ä.), bevor sie auf Formeln und Rechnungen zurückgreifen. Novizen lassen sich dagegen von einzelnen Schlüsselwörtern im Aufgabentext leiten (z.B. „freier Fall" oder „Schwingung") und versuchen daraus die passende Formel zu „erraten".

Die wesentliche Konsequenz für den Physikunterricht besteht darin, ein stärkeres Gewicht auf die Förderung begrifflich-physikalischer Kompetenz zu legen. Physikalische Konzeptualisierungsfähigkeit wird in erster Linie durch ein qualitatives Verständnis von Begriffen und Problemlösungsstrategien gefördert. Formelkenntnis und Rechenfertigkeiten kommen erst an zweiter Stelle. Die Hinwendung zu mehr *qualitativen* und *halb-quantitativen* Betrachtungen im Unterricht hat im Zweifelsfall zu Lasten eines Teils der formalen Anteile zu geschehen. Unbeschadet der Bedeutung exakter Messungen und mathematischer Operationen in der Physik sollten mehr Phänomenbetrachtungen in den Unterricht eingehen, die nicht allein zur Bestätigung von Gesetzesformeln oder der Quantifizierung von Naturkonstanten entwickelt wurden, sondern die der Anwendung und Vertiefung grundlegender physikalischer Begrifflichkeiten dienen und die offen sind für eigene kreative Überlegungen der Schüler.

4.3 Zum Beitrag der Systemdynamik

Seit einigen Jahren widmet sich der Begründer der Systemdynamik, Jay Forrester, dem Einsatz von Systemdynamik in der Schule. Seine Kritik des Bildungssystems zielt insbesondere auf die

Diskrepanz zwischen dem passiven Lernen einer großen Zahl einzelner „Fakten“ und ihrer nur geringen aktiven Anwendung in konkreten Problemzusammenhängen (Forrester 1990, 1). Forrester verlangt eine stärkere Beachtung und Förderung der Schüleraktivität im Unterrichtsprozeß, d.h. den aktiven, selbstbestimmten Lerner. Dafür steht der Begriff des „learner-directed learning“. Diese Forderung steht in guter Übereinstimmung mit den skizzierten Konsequenzen aus fachdidaktischen Forschungsergebnissen (vgl. Punkt 4.2).

Als wesentlichen Ansatzpunkt sieht Forrester die Systemdynamik. Unter der Nutzung von Softwarewerkzeugen wie STELLA werde der Lerner in die Lage versetzt, dynamische Prozesse seiner Umwelt — von physikalischen Pendelschwingungen bis hin zu sozialen Interaktionen — zu untersuchen und zu verstehen. Das gemeinsame begriffliche Netz werde von der Systemdynamik bereitgestellt. Damit könne die Fragmentierung der einzelnen Fächer überwunden und das gesamte Curriculum unter das gemeinsame Prinzip der systemdynamischen Herangehensweise gestellt werden:

> *The dynamic structure that causes a pendulum to swing is identically the same as the core structure that causes employment and inventories to fluctuate in a product-distribution system and in economic business cycles*. (Forrester 1990, 6)

In dieser Sichtweise Forresters erscheinen physikalische, biologische, ökonomische, soziale Prozesse — bzw. das Wissen darüber — *wesensgleich*. Dies ist ein prinzipieller Unterschied zu der These, man könne *strukturgleiche* Beschreibungen bestimmter ökonomischer, physikalischer oder biologischer Prozesse mit Hilfe systemdynamischer Methoden anstellen. Erkenntnisgewinnung erfolgt schon in der Physik anders als in der Schwester-Naturwissenschaft Chemie. Umso stärker verschieden sind die Erkenntniswege und Arten der Wissensbestände in der Physik und Sozialökonomie, ganz zu schweigen von den Literaturwissenschaften.

Damit stellt sich die Frage nach dem *Sinn* systemdynamischer Betrachtungen in den einzelnen Fächern, d.h. danach, ob sie dem jeweiligen Unterrichtsgegenstand angemessen sind. Ein Extrembeispiel soll diese Frage akzentuieren: Von Hopkins (1990) liegt ein Unterrichtsvorschlag zu Shakespeares Drama „Hamlet“ vor. Darin wird Hamlets Drang modelliert, Claudius zu töten und damit den Tod seines Vaters zu rächen. Im Fortgang der einzelnen Szenen bewirkt das Auftauchen neuer Hinweise auf Claudius Mord an Hamlets Vater eine Steigerung von Hamlets Rachedrang. Hopkins berichtet über sehr intensive Diskussionen in den Schülergruppen über die Auswirkungen einzelner Handlungsereignisse auf Hamlets Gemütszustand. Kristallisationspunkt dieser Überlegungen waren Versuche, die Bedeutung der Ereignisse im Modell zu quantifizieren.

Während der Wert der Arbeit mit STELLA als Auslöser von Gesprächen über das Drama, die sonst vielleicht nicht in dieser Intensität geführt worden wären, durchaus positiv zu bewerten ist, muß doch bezweifelt werden, ob der Ansatz, das Verhalten literarischer Personen mit Differentialgleichungen zu rekonstruieren, der Interpretation solcher Texte angemessen ist.

Für die Schule gewendet bedeutet dies, daß Fächer*überschreitung* nicht zu einer Fächer*vereinheitlichung* unter dem Dach einer abstrakten „Übertheorie“ führen kann und darf, die sich zudem in Form eines Computerprogramms konkretisiert. Es ist jeweils fachimmanent zu prüfen, für welche Phänomengruppen eine systemdynamische Betrachtungsweise *angemessen* ist. Ihre formale Anwendbarkeit allein reicht als Begründung einer verständnisfördernden Wirkung nicht aus — es sei denn, man sieht die Funktion eines Modellbildungssystems, unabhängig von den Inhalten, vorrangig als Stimulanz des Denkens und Sprechens *über* die jeweiligen Inhalte, so wie im Hamlet-Beispiel. Dann trägt weniger die Systemdynamik zum Lernen bei, als die unterrichtliche Verfahrensweise.

Kehren wir zu fach-, d.h. physikdidaktischen Überlegungen zurück. Folgende Gesichtspunkte

können dazu dienen, über die Angemessenheit der Anwendung der systemdynamischen Betrachtungsweise zur Unterstützung von Lehr-/Lernprozessen im Physikunterricht zu entscheiden:

Der systemdynamische Ansatz ist *inhaltlich angemessen*, ...

... wenn das Phänomen üblicherweise über ein System von Differentialgleichungen beschrieben wird und mit Hilfe der Systemdynamik die begrifflichen Grundlagen dieser Gleichungen herausgearbeitet werden können. Dies gilt für viele physikalische Grundphänomene (Pendel, ..., Zerfallsreihen).

... wenn das System prinzipiell als formalisierbar und quantifizierbar betrachtet wird, jedoch aufgrund mathematischer Komplexität bisher in der Schule nicht entsprechend verfahren wird. Das gilt für viele Phänomene, die physikalisch interessant, aber mathematisch schwierig sind, so daß z.B. Linearisierungen vorgenommen werden mußten (z.B. Pendel bei großen Amplituden).

... wenn das System für exakte Vorhersagen nur begrenzt formalisierbar ist, sich jedoch wichtige Grundstrukturen seines qualitativen Verhaltens modellieren lassen.

Der systemdynamische Ansatz ist *inhaltlich nicht angemessen*, ...

... wenn das System zwar formalisierbar erscheint, jedoch die konkrete Kenntnis der Systemparameter für eine Quantifizierung nicht ausreicht, selbst wenn man sich auf qualitative Grundstrukturen des Systemverhaltens beschränken möchte.

... wenn keine Vergleichsdaten aus eigenen Recherchen (z.B. Experimenten) oder aus der Literatur zur Verfügung stehen, um die Angemessenheit eines Modells überprüfen zu können.

... wenn eine mathematische Formalisierung und Quantifizierung zwar möglich ist, die damit gewonnene Prognosefähigkeit jedoch nur mit einer großen Komplexitätsreduktion erkauft werden kann, so daß der Bezug zum realen Ausgangsphänomen verloren geht.

Eine Konkretisierung der physikalischen Inhaltsbereiche, die *strukturell* für eine systemdynamische Modellierung geeignet sind, wird am Beginn von Teil II unter Punkt 6.2 vorgenommen. Gesichtspunkte für die Einschätzung, welche Einsatzbereiche *didaktisch* einen besonderen Sinn machen, werden unter Punkt 4.4 behandelt. Nicht jedes potentiell systemdynamisch modellierbare Phänomen trägt in besonderem Maße zum physikalischen Verständnis bei.

Die genannten Kriterien sind auf andere Fächer übertragbar. Der erste Spiegelstrich der Positivliste deutet an, daß Fächer wie Physik und Ökonomie wegen des großen Anteils mathematisch-analytischer Methoden direkter von der Verfügbarkeit von Modellbildungssystemen in der Schule profitieren als etwa die Biologie oder sozialwissenschaftliche Fächer. Die Frage nach der Angemessenheit für ein bestimmtes Unterrichtsthema kann letztlich nur im Hinblick auf die Unterrichtsziele entschieden werden. Dabei sind unterschiedliche Wertungen möglich. So kann man bei der Abwägung zwischen den jeweils letzten Spiegelstrichen, angewendet auf die Modellierung eines Ökosystems, zu unterschiedlichen Entscheidungen kommen, je nachdem ob man mehr Wert auf das Herausarbeiten von Grundstrukturen (z.B. Lotka-Volterra Gesetze bei Räuber-Beute-Systemen) oder auf den Erhalt der Komplexität eines konkreten Ökosystems legt.

Bei der Einführung in den Umgang mit den Modellbildungswerkzeugen im Physikunterricht stellt sich die Frage, ob man eher auf themenübergreifende, im eigentlichen Sinne systemdynamische Aspekte abheben soll (z.B. auf Typen von Wirkungsbeziehungen) oder von vornherein konkrete, fachspezifische Anwendungen heranziehen soll. Ich befürworte den zweiten Weg aus folgenden Gründen:

- Ohne Anwendung auf Inhalte, die mit konkreten Erfahrungen und Vorstellungen verknüpft sind, bleibt Modellbildung beliebig und „leer“. Diese Inhalte sollten im Physikunterricht auf das Fach Physik bezogen sein.

- Modellbildungsumgebungen dienen uns als *Unterrichtswerkzeuge*. Ziel ihres Einsatzes ist die Lösung *physikalischer* Probleme, nicht die Vermittlung der Systemtheorie.
- Die zentralen Strukturelemente der Systembeschreibung *Zustandsgröße* und *Änderungsrate* haben originäre physikalische Bedeutung. Es bedarf keiner Hilfskonstruktionen aus anderen Inhaltsbereichen, um sie einzuführen und zu veranschaulichen.

Man begegnet bei dieser Entscheidung dem Einwand, die Möglichkeit zu verschenken, im Physikunterricht ein generelles komplexes, vernetztes Denken zu fördern. Ohne Zweifel gewinnt das systemische Denken in unserer Gesellschaft zunehmend an Bedeutung, aber abgesehen von der Frage, ob der Physikunterricht mit dieser Forderung nicht noch weiter überfrachtet wird, ist es nach dem bisherigen Forschungsstand offen, ob komplexe Problemlösungsstrategien inhaltsunabhängig trainierbar sind und ob Modellbildungssysteme dazu beitragen können (vgl. Klieme 1991, 8-14). Andererseits sind positive Wirkungen auf das fachinhaltliche Verständnis durchaus nachweisbar (s. Schecker 1992). Die Ziele des Einsatzes von Modellbildungssystemen werden daher im nächsten Punkt unter *physikdidaktischen Gesichtspunkten* formuliert.

4.4 Ziele des Einsatzes von Modellbildungssystemen

Die Nutzung von Modellbildungssystemen im Physikunterricht kann auf dreierlei Art eine bessere Förderung physikalischen Verständnisses bewirken:

- durch Betonung der grundlegenden begrifflichen Struktur der Physik (qualitatives Verständnis),
- durch Einbeziehung komplexer Phänomene aus Natur und Technik, die die physikalische Kompetenz stärker herausfordern (Lebensweltbezug),
- durch mehr Möglichkeiten für Schüler zur Entfaltung ihrer eigenen Ideen (Schülerorientierung).

Diese drei Aspekte, die den didaktischen Begründungszusammenhang des Computereinsatzes herstellen, werden im folgenden ausgeführt.

4.4.1 Betonung grundlegender physikalischer Strukturen

Die Struktur einer physikalischen Theorie drückt sich in einer begrenzten Zahl von Grundbegriffen (z.B. Kraft, Energie, Impuls) und Sätzen aus, die bei der Beschreibung eines Sachverhalts meist in ein System von Differentialgleichungen münden. Im Unterricht werden die Schüler mit einer großen Zahl von Formeln konfrontiert (wie $s=1/2at^2$), die sich aus der Lösung des Differentialgleichungssystems unter speziellen Randbedingungen ergeben. Diese „Formeln“ werden von vielen Schülern als die Quintessenz physikalischer Theoriebildung betrachtet. Sie konzentrieren ihre Aufmerksamkeit auf das (Auswendig-) Lernen und Anwenden solcher Gleichungen. Die Vielfalt der im Unterricht auftretenden Gleichungen (in der Mechanik z.B. $s=v\cdot t$; $s=1/2at^2$; $s=s_0\cdot\sin(\omega t)$; $v=a\cdot t+v_0$; usw.) macht es Schülern schwer, die dahinterliegenden Gemeinsamkeiten im Blick zu behalten. Bei Übungsaufgaben fragen sich die Schüler dann nicht etwa als erstes, welche physikalische Struktur das Problem hat, sondern welche Gleichung passen könnte. Nach der Behandlung des radioaktiven Zerfalls memorieren Schüler eher die Exponentialfunktion $N=N_0e^{-\lambda t}$ — also ein mathematisches Objekt — als die physikalischen Annahmen, aus denen sie sich mathematisch ergibt, nämlich daß von einem vorhandenen Anzahl von Kernen stets ein bestimmter Prozentsatz pro Zeiteinheit zerfällt.

Ergebnisse fachdidaktischer Forschung belegen eine Lücke zwischen formalen Fertigkeiten und begrifflichen Vorstellungen. So kennen alle Schüler nach einem Mechanikkurs die Gleichung „$F=m\cdot a$“, die meisten können sie auch in Berechnungen anwenden, doch verbindet kaum jemand

mit der Formel eine korrekte physikalische, d.h. Newtonsche Kraftvorstellung. Obwohl das Symbol „a“ in der Gleichung auf die Beschleunigung verweist, denken Schüler viel eher an eine Kopplung von Kraft und *Geschwindigkeit*.

Der Einsatz von grafikorieniterten Modellbildungssystemen kann die Gewichtung des Unterrichts stärker zu den Grundstrukturen verlagern, so daß es für Schüler leichter wird, den *begrifflichen Kern* einer physikalischen Theorie zu erkennen und ihm die zentrale Bedeutung zuzumessen. Eine systemdynamische Modellierung beginnt mit *qualitativen* Überlegungen: Welche Größen sind wichtig? Welche Wirkungszusammenhänge bestehen? Dadurch wird die *physikalische* Reflexion stimuliert. Schüler können sich nicht auf den Versuch zurückziehen, das Problem mit Gleichungen („Formeln“) *mathematisch* zu lösen. Damit soll der verbreiteten Formel-Orientierung der Schüler entgegengewirkt werden. Die Schüler sollen erkennen, daß die wenigen Grundbegriffe und Sätze der Physik geeignet sind, eine Vielzahl von Phänomenen einheitlich zu beschreiben, während die große Zahl spezieller Lösungen sich jeweils nur auf Spezialfälle beziehen.

Die physikalischen Grundbegriffe und Sätze sind auch dann noch anwendbar, wenn man mathematisch keine geschlossene Lösung für das Problem findet. Ein Beispiel dafür ist das Drei-Körper-Problem (entsprechende Modelle werden unter Punkt 9.5 beschrieben). Aber auch bei einfacheren Problemen, für die man eine geschlossene Lösung finden kann, verdeutlicht die systemdynamische Beschreibung die physikalische Struktur. Einheitliche Grundmuster treten durch die objektorientierte, grafische Modellebene deutlicher vor Augen als das bei alleiniger Betrachtung des Gleichungssystems der Fall ist. So tritt die Beziehungskette $F \rightarrow a \rightarrow \Delta v \rightarrow v \rightarrow \Delta s \rightarrow s$ in praktisch allen Modellen über Bewegungsvorgänge hervor. Die physikalische Reflexion konzentriert sich auf die Frage, *welche Kräfte* im Spiel sind und wie die Kräfte von anderen Systemgrößen abhängen (z.B. von der Geschwindigkeit, dem Ort, der Masse usw.). Das Grundmodell bleibt erhalten — unabhängig davon, ob mechanische, elektrische oder magnetische Kräfte vorliegen.

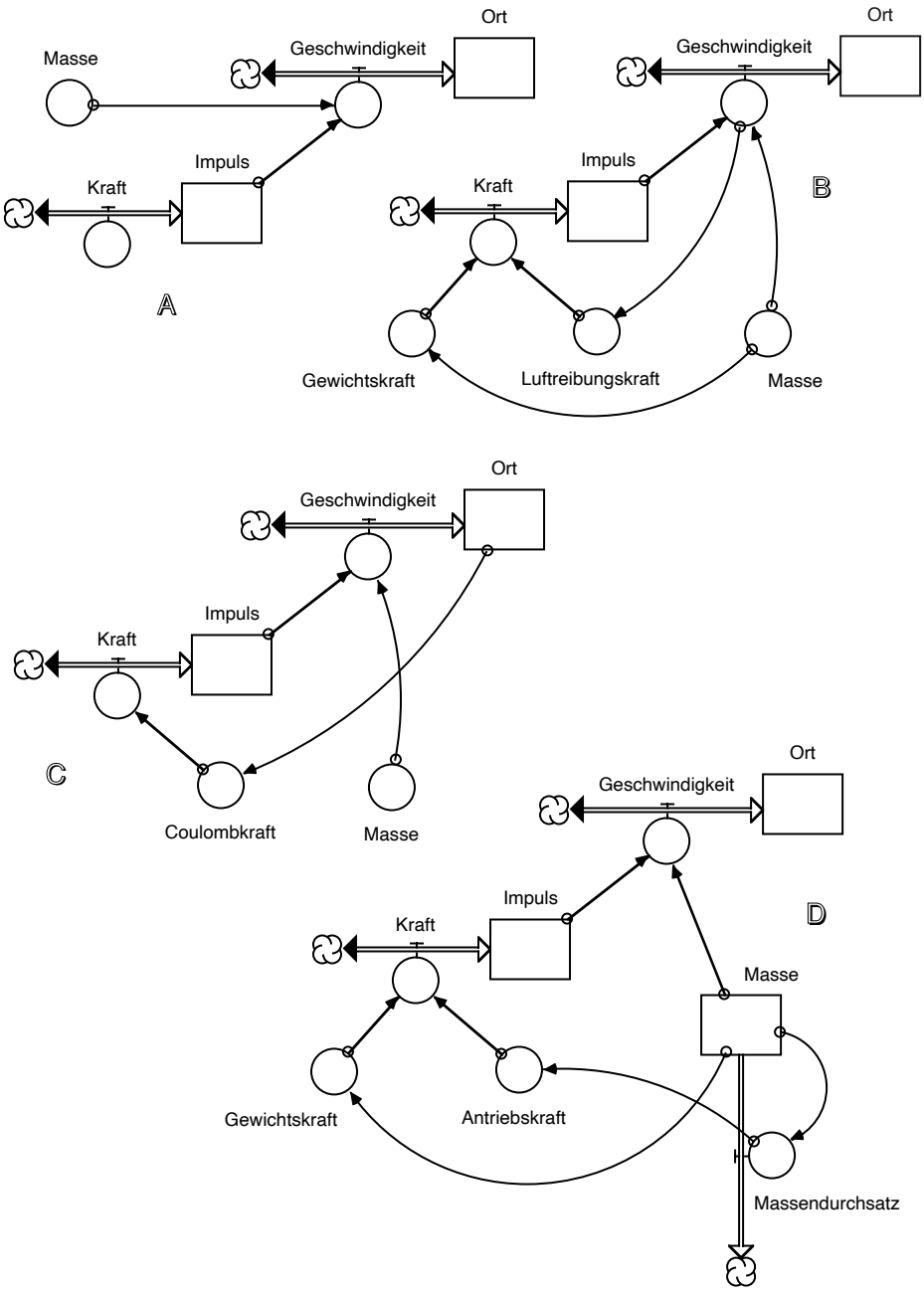
In Abbildung 4.1 wird das dynamische Grundmodell in der Formulierung mit Kraft und Impuls in verschiedenen Varianten angewendet.[10] Die Grundstruktur tritt in jeder Variante deutlich hervor:

- die (resultierende) Kraft ändert den Impuls des Körpers,
- aus Masse und Impuls wird die Geschwindigkeit berechnet,
- die Geschwindigkeit ändert den Ort des Körpers.

In Variante B ist der Fall eines Körpers unter Einfluß der Luftreibungskraft modelliert. Die resultierende Kraft setzt sich aus zwei Einzelkräften (Gewichtskraft und Luftreibungskraft) zusammen. Die Geschwindigkeit hat einen Einfluß auf die Luftreibungskraft. Modell C behandelt die zentrale Rutherford-Streuung, d.h. die radiale Annäherung eines leichten, geladenen Teilchens an einen schweren Kern. Die Coulombkraft hängt vom Ort (Abstand vom Kern) ab. Modell D bezieht sich auf eine senkrecht nach oben abgeschossene Rakete. Die Kraft ergibt sich hier aus dem Massendurchsatz des Raketentreibstoffs ($F=\Delta m/\Delta t \cdot$Austrittsgeschwindigkeit). Die Masse nimmt während der Bewegung ab.

Während beim Übergang von einer Bewegung mit konstanter Kraft (F=const.) zur Bewegung unter Newtonscher Reibung ($F_{Reib} \sim v^2$) die mathematischen Lösungen der Gleichungssysteme kaum noch darauf hinweisen, daß die Physik sich begrifflich nicht verändert hat, erkennt man im grafikorientierten Modell sofort, daß physikalisch lediglich eine Rückkopplung zwischen F und v hinzukommt (s. Abb. 4.2). Das kann prinzipiell auch den Differentialgleichungen entnommen werden, die Visualisierung des Gesamtzusammenhangs ist im grafischen Modell jedoch deutlicher. Die grafische Kette $F \rightarrow a \rightarrow \Delta v \rightarrow v \rightarrow \Delta s \rightarrow s$ kann als *Gestalt* zusammenhängend wahrgenommen

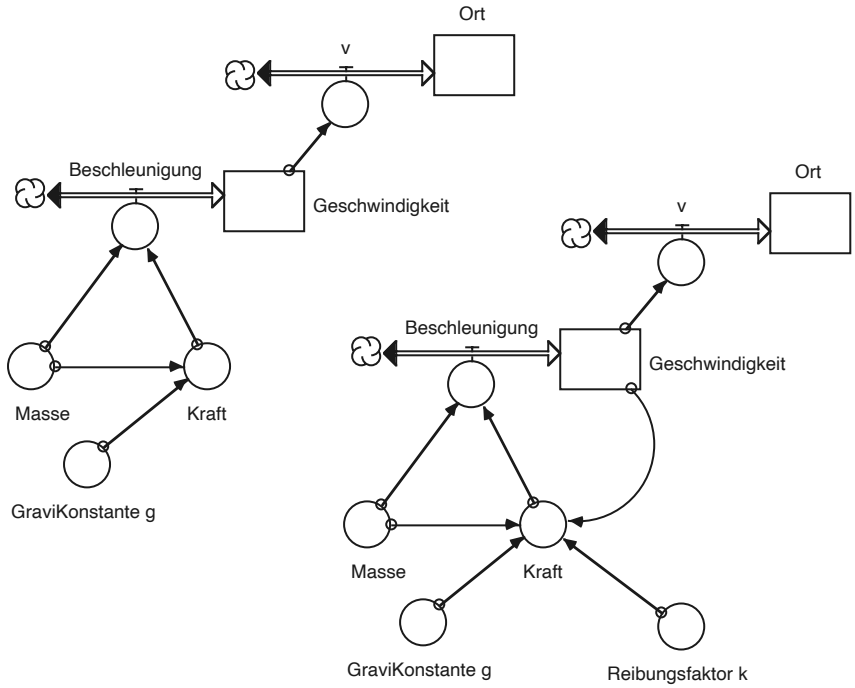
[10] In den Modellen werden zur Verdeutlichung der Struktur nicht alle Parameter, wie Gravitationskonstante, Ladung, Luftdichte usw., explizit gezeigt.



4.1 Dynamisches Grundmodell in verschiedenen Variationen (Erläuterungen im Text).

werden. Dagegen müssen Gleichungen *nacheinander* erschlossen und in einen Zusammenhang gebracht werden. Im Gleichungssystem wird die Rückkopplungschleife erst dann deutlich, wenn man 3 Gleichungen analysiert und „im Kopf“ verknüpft: F=-k·v·|v| ; a=F/m ; Δv=a·Δt.

Mit der grafischen Modellbildung ist eine veränderte Herangehensweise an physikalische Probleme verbunden. Lehrer und Schüler, die einer mathematischen Formalisierung stark verhaftet sind, fällt es teilweise schwer, sich einer qualitativen, strukturorientierten Herangehensweise zu öffnen. In Unterrichtserprobungen war häufiger festzustellen, daß dem grafischen Modellentwurf im Vergleich mit der Quantifizierung des Modells und der Darstellung von Ergebnissen aus Simulationsläufen zeitlich zu wenig Gewicht beigemessen wurde. Man kann das auf die vorherrschende Gleichungs- und Rechnungsorientierung des Physikunterrichts zurückführen. Ein Teil der Nutzer sah sich dem Problem gegenübergestellt, eine im Kopf bereits geformte Differentialgleichung mit den verfügbaren Strukturelementen grafisch auf dem Bildschirm zu präsentieren. Sie empfanden den Modelleditor nicht als *Hilfe* sondern als *Schranke* vor dem Gleichungsfenster. Die Vorzüge des grafischen Editors erwiesen sich besonders dann, wenn es um komplexe Sachverhalte geht, bei deren Strukturierung eine gewisse Unsicherheit und Offenheit herrschte, zumindest bei der Frage, ob man alle relevanten Parameter berücksichtigt hat.



$$v(t) = g \cdot t + v_0 \qquad v(t) = \sqrt{\frac{g}{k}} \cdot \frac{e^{2\cdot\sqrt{g\cdot k}\cdot t} + 1}{e^{2\cdot\sqrt{g\cdot k}\cdot t} - 1} + v_0 = \sqrt{\frac{g}{k}} \cdot \tanh(\sqrt{g\cdot k}\cdot t) + v_0$$

4.2 Vergleich der Modelle und der analytischen Lösungen für eine Fallbewegung mit konstanter Gravitationskraft (links) und mit zusätzlicher reibungsabhängiger Kraft F~v² (rechts).

Die grafische Modellebene eröffnet *zusätzliche* Zugänge zur Beschreibung eines Phänomens, ohne daß die Gleichungsebene wegfiele. Natürlich sollen die Schüler auch Gleichungen wie $s=1/2at^2$ handhaben können. Sie sind bei vielen Phänomenen zumindest als Faustformeln zur Abschätzung von Bewegungsverläufen wichtig. Der Vorteil analytischer Lösungsansätze liegt darin, daß im Gegensatz zur systemdynamischen Herangehensweise Lösungsfunktionen gefunden werden können, die unter bestimmten Randbedingungen für beliebige Parameterwerte gelten, während man das systemdynamische Modell für jeden neuen Parametersatz neu durchrechnen muß. Man erhält jeweils Vorhersagen für den Einzelfall — allerdings auch für Fälle, bei denen der analytische Ansatz versagt. Es geht also nicht darum, analytische Vorgehensweisen aus dem Physikunterricht zu verdrängen, sondern das große Übergewicht analytischer Problembetrachtungen abzubauen. Systemdynamische Betrachtungen und analytische Lösungen *ergänzen* einander beim Verständnis physikalischer Sachverhalte.

4.4.2 Erweiterung des Themenspektrums um komplexe Phänomene

Macdonald (1988) unterscheidet bei den Ergebnissen der Physik zwischen den *power tools of physics* (Grundbegriffen) und den *gimmicks* (Einzellösungen). Im herkömmlichen Unterricht prägen die *gimmicks* und die zugeordneten Laborphänomene (wie lineare, reibungsfreie Bewegungen auf Luftkissenfahrbahnen) den Unterricht. Den Schülern fällt es schwer, die Bedeutung der *power tools* zu erkennen, weil sie meist auf *gimmick*-Phänomene angewendet werden. Damit im Zusammenhang steht die oft beklagte Theorielastigkeit des Physikunterrichts. Theorien werden scheinbar um ihrer selbst willen vermittelt. Dieser Eindruck entsteht, wenn die Phänomene, an denen eine Theorie erarbeitet wurde, im wesentlichen den Phänomenvorrat bilden, auf den sie Anwendung findet.

Das soll am Beispiel der Mechanik verdeutlicht werden. Das zweite Newtonsche Axiom wird üblicherweise anhand von Fahrbahnexperimenten eingeführt, bei denen Experimentierwagen unterschiedlicher Masse durch angehängte Gewichtsstücke beschleunigt werden. Anschließend werden Übungsaufgaben folgenden Typs gerechnet: „In einem Bergwerksschacht wird der Förderkorb (Masse 3 Tonnen) in 3 Sekunden auf die Geschwindigkeit 0,75m/s beschleunigt. Welche konstante Kraft üben die Halteseile auf den Förderkorb aus?“. Phänomene mit *nicht konstanter* Beschleunigung, bzw. Kraft, für die die Grundgleichung der Dynamik ja auch gilt und die viel zahlreicher sind als die Sonderfälle mit F=const., treten im Unterricht selten auf. In der Wahrnehmung der Schüler degeneriert „$F=m\cdot a$“ zu einer Berechnungsvorschrift für (konstante) Beschleunigungswerte. Ihre universelle Aussage über den Zusammenhang zwischen Kraft und Impulsänderung, die für *alle* Bewegungsvorgänge und beliebige Kraftverläufe gilt, geht verloren.

Die Behandlung „gereinigter Phänomene“ im Unterricht begründet sich aus der Systematik der Begriffsbildung und der Einführung in Meßverfahren: Die Definition der Konzepte „Intervallgeschwindigkeit“, „Beschleunigung“ oder „Kraft“ ist an konstruierten, vereinfachten Beispielen leichter möglich. Der Sinn des Baus von Luftkissenfahrbahnen liegt in der Herausarbeitung der *Idee* der gleichförmigen, bzw. gleichmäßig beschleunigten Bewegung. Die Untersuchung komplexer Phänomene erfolgt in der Tradition Galileis anhand ihrer gedanklichen Zerlegung in eine Überlagerung prototypischer, idealisierter Phänomene. Zu leicht verbleibt man im Unterricht jedoch bei diesen konstruierten Sonderfällen von Bewegungen stehen und erwähnt vielleicht noch, *daß* man bei genauerem Hinsehen, die Reibungseffekte einbeziehen *müßte*. *Wie* das geschieht und welche Konsequenzen das für die Beschreibung des Bewegungsablaufs hat, wird dann kaum noch behandelt. Nicht die *physikalischen Anforderungen*, sondern der *mathematische Aufwand*, der für die Einbeziehung von dissipativen Reibungskräften erforderlich wird, leitet die Phänomenauswahl an.

So verzichtet man auf viele *physikalisch* interessante und für die Schüler motivierende Betrachtungen, weil *mathematische* Schranken im Wege stehen. Der Geschwindigkeitsverlauf beim Fall-

schirmsprung bleibt ausgeklammert, weil auf Schulniveau sich keine einfache Gleichung dafür herleiten läßt. Bei den Schülern wird so die Vorstellung induziert, die Physik befasse sich mit idealen Labor- oder Gedankenexperimenten und leiste für das Verständnis alltäglicher Beobachtungen keine Beiträge.

Durch Einsatz von Modellbildungssystemen wird es möglich, Phänomene in den Unterricht einzubeziehen, die einen stärkeren Bezug zu realen Vorgängen in Natur und Technik aufweisen — und das bei gleichzeitiger Entlastung des Unterrichts von mathematischen Anforderungen. Dies erscheint nur auf den ersten Blick als ein Widerspruch. Er wird dadurch aufgelöst, daß die Steigerung *physikalischer* Komplexität von *mathematischer* Komplexitätssteigerung entkoppelt ist. Dadurch, daß der Computer die Lösung des Differenzengleichungssystems übernimmt, können im Unterricht alltags- und techniknähere Phänomene physikalisch strukturiert und gleichzeitig anhand konkreter, quantitativer Vorhersagen untersucht werden. Die notwendige elementare Physik steht dafür in vielen Fällen bereit. Beim genannten Fallschirmspringerbeispiel benötigt man formal nicht mehr als die Definitionen von Geschwindigkeit und Beschleunigung, das zweite Newtonsche Axiom und eine Quantifizierung der Luftreibungskraft ($F \sim v^2$). Um Planetenbahnen vorherzusagen, braucht man lediglich als spezielle Kraft die Gravitationskraft; mathematische Untersuchungen von Keplerellipsen werden entbehrlich (s. Punkt 9). Einschwingvorgänge und Phasenverschiebungen bei erzwungenen elektrischen Schwingungen können mit den Grundkenntnissen über die Spannungsabfälle an den einzelnen Bauteilen (Spule, Kondensator, Widerstand) modelliert werden, ohne eine inhomogene Differentialgleichung lösen zu müssen (s. Kapitel 11).[11] Viele weitere Beispiele werden zugänglich, wenn man sich von mathematisch bedingten Restriktionen bei der Phänomenauswahl freimacht.

4.4.3 Orientierung des Physikunterrichts am Schülervorverständnis

> *‚Learner-directed learning' (...) shifts the role of the teacher from being a dispenser of knowledge for students as passive receptors to a mode where small teams of students work together to help one another and the ‚teacher' becomes a learning participant acting as guide and resource person, not as an authoritarian figure who is dictating each step of the educational process.* (Forrester 1990, 10f.)

Diese Aussage Forresters deckt sich mit den Zielen sogenannter „konstruktivistischer Unterrichtsstrategien", die den Aktivitäten des einzelnen Schülers die zentrale Bedeutung im Lernprozeß zuordnen (s. z.B. Scott 1992). Es wird für die Entwicklung physikalischen Verständnisses als wichtig angesehen, daß die Schüler zumindest phasenweise eigene Fragestellungen entwickeln und eigene Erklärungsansätze verfolgen können. Der Lehrer soll den Schülern Gelegenheit geben, ihre eigenen Vorstellungen zu artikulieren. Diskrepanzen zur etablierten physikalischen Vorstellung sollen nicht einfach als „Fehler" der Schüler abgetan und unterdrückt werden. Vielmehr sollen die Unterschiede alternativer Schülervorstellungen, die häufig auf alltagssprachliche Belegungen der Begriffe (z.B. Kraft, Wärme, Licht) zurückgehen, zu den physikalischen Konzepten herausgearbeitet und den Schülern bewußtgemacht werden.

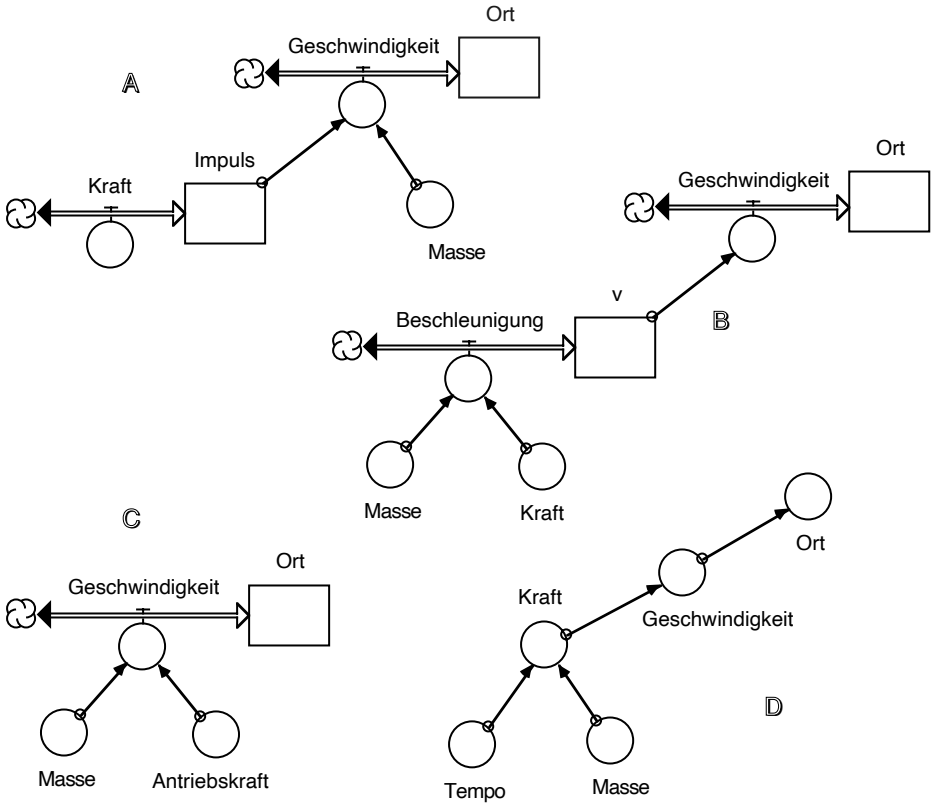
Der Einsatz von Modellbildungssystemen kann sowohl die Möglichkeiten der Schüler erweitern, eigene Fragestellungen zu bearbeiten und Erklärungsansätze zu erproben als auch die Möglichkeiten des Lehrers erweitern, im Unterricht auf die Vorschläge und Ideen von Schülern einzugehen. Schülervorstellungen kommen besonders dann zum Vorschein, wenn neue, ungewöhnliche und nicht mehr mit eingeübten Standardverfahren lösbare Aufgaben behandelt werden. Dann entschei-

---

[11] Ein Schüler äußerte sich nach einer Modellierung der elektrischen Schwingung erstaunt und erfreut darüber, daß man „das so einfach machen kann, ohne diesen ganzen Sinus-Kram". Gemeint war: ohne die Lösung einer Differentialgleichung mit Hilfe trigonometrischer Funktionen.

det sich, ob Schüler auf intuitive, durch Alltagsvorstellungen geprägte Zugangsweisen zurückgreifen oder eine systematische, physikalische Konzeptualisierung versuchen. Setzt man an dieser Stelle ein strukturorientiertes, grafisches Modellbildungssystem ein, bleibt es nicht bei einem unverbindlichen, verbalen Lösungsvorschlag. Die Schüler werden veranlaßt, ihre internen, mentalen Modelle in eine explizite, diskutierbare Form zu bringen. Driver hat diesen Aspekt von Computer-Modellen folgendermaßen benannt:

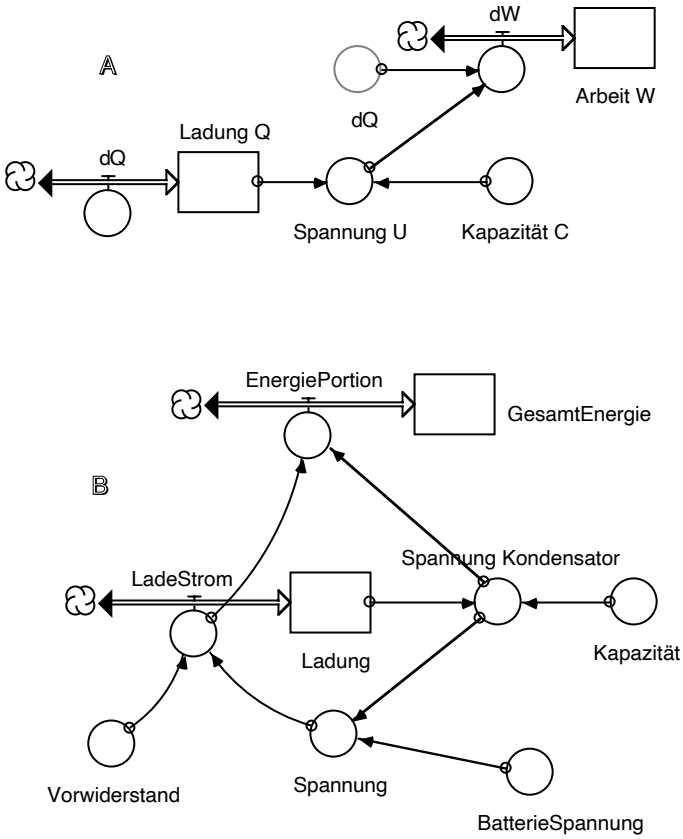
- *They require children to make their implicit reasoning explicit (through, for example, simulations of object motion or collisions),*
- *they enable children to visualize the consequences of their reasoning and provide an object for reflection and communication with others,*
- *they provide pictorial representations and dynamic displays of models of phenomena which could form useful bridging analogies.* (Driver 1988, 6)



4.3 Vier Modelle zum Zusammenhang von Kraft und Bewegung. Die Modelle A und B sind physikalisch korrekt, während C und D typische Fehlvorstellungen von Schülern darstellen. Modell C beruht auf der Annahme, daß die Geschwindigkeit eines Körpers direkt von der Antriebskraft abhängt („Je größer die Kraft, desto höher die Geschwindigkeit"). In Modell D kommt zusätzlich die komplementäre Annahme zum tragen, daß die „Kraft eines Körpers" mit seinem Tempo zusammenhängt („Je schneller, desto wuchtiger"). Im Modell treten keine Zustandsgrößen auf, d.h. die Kraft wirkt nicht zeitlich vermittelt auf die Geschwindigkeit sondern direkt funktional.

Bildliche Repräsentationen von Modellstrukturen, wie sie bei strukturorientierten, grafischen Modellbildungssystemen erscheinen, sind den *concept maps* vergleichbar, mit denen Novak arbeitet, um das Vorverständnis von Schülern zu aktivieren und Veränderungen anzuregen (Novak 1983). Schüler und Lehrer können sich in der Erarbeitungsphase auf diese Repräsentationen beziehen. Die schülereigene Struktur kann der *scientific map*, d.h. der physikalisch etablierten Modellstruktur, gegenübergestellt werden. Durch Modellbildungssysteme wird zusätzlich die Ebene der funktionalen Beziehungen zwischen den Modellgrößen angesprochen. So können im Unterricht z.B. aristotelische Schülervorstellungen über den Zusammenhang von Kraft und Geschwindigkeit (F~v) aufgegriffen und anhand ihrer unmittelbaren Konsequenzen für Bewegungsverläufe diskutiert werden. Abbildung 4.3 zeigt zwei physikalisch korrekte Modelle für den Zusammenhang zwischen Kraft und Bewegung sowie, zwei Modelle, in denen alternative Schülervorstellungen zum Ausdruck kommen.

Freiräume für eigene Fragestellungen sind bisher im wesentlichen auf Experimente begrenzt. Hier können die Schüler Änderungen an bestehenden Experimentalanordnungen vornehmen



4.4 Zwei unterschiedliche Modelle zur Kondensatorladung (aus Schüler-Gruppenarbeit). In Modell B wird der zeitliche Verlauf des Ladestroms modelliert, während in Modell A eine konstante Ladungsmenge pro Zeiteinheit auf den Kondensator fließt. Bezüglich der zu verrichtenden Arbeit kommen beide Modelle zur gleichen Vorhersage.

oder ganz eigene Versuche aufbauen. Bei theoretischen Zugängen zu einer Fragestellung sind die Variationsmöglichkeiten durch begrenzte mathematische Fertigkeiten für das Austesten der Konsequenzen aus den gemachten physikalischen Annahmen eher gering und im Vergleich zu eigenen experimentellen Untersuchungen bei den Schülern eher unbeliebt. Setzt man ein Modellbildungssystem für Schülergruppenarbeit ein und stellt ihnen frei, welche Modellstruktur sie entwickeln, werden die Modelle der Schüler sich nicht nur in ihrem äußeren Erscheinungsbild — Namen der physikalischen Größen, Anordnung der Elemente auf dem Bildschirm, Formen der grafischen Darstellung von Ergebnissen — unterscheiden, sondern häufig auch in der physikalischen Grundstruktur. Abbildung 4.4 zeigt ein Beispiel aus Unterrichtserprobungen mit 16- bis 17-jährigen Schülern. Modelliert wird die Arbeit bei der Aufladung eines Kondensators. Beide Gruppen kommen zu einer sinnvollen Vorhersage der aufzuwendenden Arbeit. Die Vorgehensweisen sind jedoch unterschiedlich. Während die erste Schülergruppe (Modell A) vereinfachend eine zeitlich konstante Ladungsänderung $\Delta Q/\Delta t$ ansetzt, berücksichtigt die zweite Gruppe den korrekten zeitlichen Verlauf von Q(t). Aus der Wahl der Bezeichner im zweiten Modell kann man entnehmen, daß die Gruppe sich für das Modell anschaulich am experimentellen Aufbau orientiert hat (Vorwiderstand, Batteriespannung), während die erste Gruppe eher formal vorgeht (dQ, dW).

Der Umgang mit Modellbildungssystemen gibt Schülern die Möglichkeit zum Experimentieren mit eigenen theoretischen Ideen. Dadurch wird eine entscheidende Verstärkung theorieorientierter Eigentätigkeiten der Schüler möglich, die sonst fast ausschließlich beim Lehrer angesiedelt sind. Ob dieser Aspekt im Unterricht tatsächlich realisiert wird, hängt entscheidend von der methodischen Konzeption ab, die der Lehrer verfolgt. Hinweise dazu werden im nächsten Kapitel gegeben.

5. Wie setzt man ein Modellbildungssystem im Unterricht ein? — Methodische Aspekte

Modellbildungssysteme können in ganz unterschiedlicher Weise in den Unterricht eingebettet werden — zur Unterstützung eigenständiger, kreativer Schülerbeiträge ebenso wie zur Verstärkung eines vom Lehrer dominierten Frontalunterrichts. In diesem Kapitel wird dafür plädiert, die physikalische Struktur von Modellen gemeinsam mit den Schülern im Unterrichtsgespräch oder in Gruppenarbeit zu erarbeiten. Aus der damit verbundenen Öffnung des Unterrichts für Ideen und Vorschläge von Schülern ergeben sich neue fachliche und methodische Anforderungen an den Lehrer. Bei der Einbindung computergestützter Modellbildung in den Physikunterricht ist eine enge Verzahnung mit den experimentellen Anteilen anzustreben. Modellbildung kann so als Bindeglied zwischen Theorie und Experiment dienen. Die methodischen Hinweise für die unterrichtliche Einführung der Schüler in den Gebrauch eines Modellbildungssystems werden an einem Beispiel aus der Kinematik veranschaulicht.

5.1 Interaktive Entwicklung der Modelle im Unterricht

Beim Einsatz von Modellbildungssystemen im Physikunterricht soll die *Erarbeitung* physikalischer Beschreibungsstrukturen im Vordergrund stehen. Modellbildungssysteme sind keine Hilfsmittel für den Lehrer, um zu Hause schöne, komplizierte Modelle zu konstruieren, die dann im Unterricht nur noch in Simulationsläufen angewendet werden. Um die physikalischen Annahmen eines Modells transparent und für alle Schüler einsichtig zu machen, kommt es entscheidend darauf an, daß die Schüler an ihrer Erarbeitung aktiv beteiligt sind. Selbst für Modellbildungsexperten ist es manchmal schwierig, fertig vorgelegte Modelle zu entschlüsseln. Ganz anders liegen die Verhältnisse, wenn ein Modell schrittweise gemeinsam im Unterricht formuliert wird. Auch wenn nicht jeder Schüler dabei eigene Ideen einbringt, hat er doch die Möglichkeit, den Gang der Überlegungen mitzuvollziehen. Man muß dabei nicht immer bei Null beginnen, sondern kann auf Teilstrukturen aus bereits vorher behandelten Modellen zurückgreifen, z.B. auf die dynamische Grundstruktur bei Bewegungen unter dem Einfluß von Kräften (s. Kapitel 7). Das Einbringen vorbereiteter Modelle ist nur dann sinnvoll, wenn vorher einfachere Fälle zum gleichen Themenbereich im Unterricht modelliert worden sind. Ein Beispiel wäre das Modell zu einem Doppelsternsystem, das Grundstrukturen aufgreift, die mit den Schülern an einfachen Planetenbewegungen vorher erarbeitet wurden.

Ein Modellbildungssystem wird nur dann von den Schülern als Hilfsmittel für das Verständnis physikalischer Zusammenhänge akzeptiert, wenn sie sich potentiell in der Lage sehen, davon eigenständig Gebrauch zu machen. Herrscht der Eindruck vor, man brauche ein Expertenwissen, über das nur der Lehrer verfüge, und bildet der Rechner bereits optisch eine Barriere zwischen Lehrer und Lerngruppe, sind dafür schlechte Voraussetzungen gegeben. Modellbildungssysteme sollten daher zumindest phasenweise für Gruppenarbeit der Schüler zur Verfügung stehen. Zur formalen Vorbereitung der Gruppenarbeit zählen eine klare Aufgabenstellung und eine Vorgabe der Form der Ergebnisdarstellung. Die Aufgabenstellung sollte leistungsdifferenziert sein, d.h. neben einer Grundaufgabe verschiedene Vertiefungen enthalten, so daß einerseits schwächere Gruppen zu einem für sie befriedigenden Ergebnis gelangen und andererseits leistungsstarke Gruppen sich zusätzlich gefordert sehen. Diese Differenzierung wird dadurch unterstützt, daß ein Modell unter Beibehaltung seiner Kernstruktur sukzessive verfeinert werden kann, z.B. indem

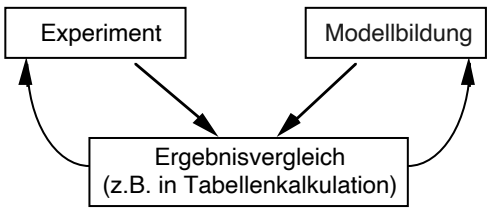
man in erster Näherung konstante Modellgrößen funktional von anderen Parametern abhängig macht (z.B. Luftdichte konstant oder höhenabhängig).

Wenn Gruppenarbeit wegen des notwendigen Zugangs zum Rechnerarbeitsraum nicht möglich ist, kann die Arbeit mit dem Modellbildungssystem jedoch auch im Klassenunterricht in die Hand der Schüler gelegt werden. Der Lehrer beauftragt jeweils wechselnde Schüler damit, den Rechner zu starten und die Eingaben zu machen. Der Lehrer begibt sich in die Lerngruppe und moderiert die Diskussion über die Modellstruktur. Die Unterrichtsfallstudie in Kapitel 15 beruht auf einer solchen Verfahrensweise. Die Übertragung der Computerbedienung an Schüler im Klassenunterricht hat für den Lehrer einen nicht zu unterschätzenden praktischen Vorteil. Er ist von manuellen Tätigkeiten entlastet und kann sich stärker dem Gespräch mit der Lerngruppe zuwenden. Dabei sind besonders solche Schüler zu berücksichtigen, die aus dem Freizeitbereich keine computerspezifischen Vorkenntnisse mitbringen. Der Computereinsatz darf nicht zu einer unerwünschten Binnendifferenzierung im Physikunterricht zwischen Computer-"Freaks" und Computer-Neulingen führen. Nach den Ergebnissen eigener Untersuchungen (Schecker 1992) befürchten Schüler eine solche Entwicklung. Ihr kann durch besondere Sorgfalt bei der Benutzungsfreundlichkeit von Rechnersystemen und Anwendungssoftware entgegengewirkt werden, die es jedem Schüler ermöglicht, mit dem Medium funktional umzugehen.

5.2 Verzahnung von Modellbildung mit Experimenten

Da ein Modellbildungssystem über keine internen Kriterien verfügt, an denen es ein Modell auf physikalische Angemessenheit überprüfen könnte, ist es wichtig, daß ein aus anderen Quellen stammender Vergleichsmaßstab zur Verfügung steht. Die Einschätzung, ob ein Modell physikalisch sinnvoll ist, erfolgt in der Regel anhand der grafischen Darstellung von Simulationsergebnissen: Liegt die vorhergesagte Kurve nach Form und Wertebereichen im Rahmen der Erwartung? Der Erwartungshorizont kann auf Plausibilitätsüberlegungen beruhen oder auf Literaturangaben (z.B. über Umlaufzeiten von Planeten bei einem Kepler-Modell) — besser jedoch auf Ergebnissen von eigenen Experimenten. Es kommt entscheidend darauf an, die Erwartungen im Unterricht zu diskutieren, *bevor* ein entsprechender Simulationslauf gestartet wird. Die Schüler müssen dazu angeregt werden, ihre Erwartungen ausführlich zu artikulieren und zu begründen. Erst vor diesem Hintergrund wird es möglich, ein Simulationsergebnis als Bestätigung der eigenen Annahmen oder als Widerspruch zu sehen. Besonders aus Diskrepanzen bei der Gegenüberstellung von Modellierungs- und Meßdaten ergeben sich wertvolle Anstöße für physikalische Vertiefungen.

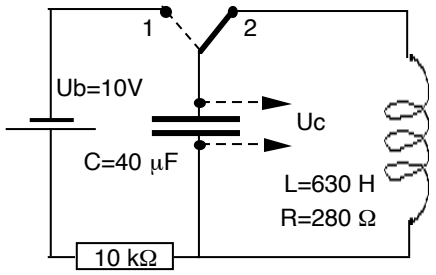
Moderne Softwareentwicklungen für den Physikunterricht unterstützen den Datenfluß zwischen verschiedenen Programmen. So wird es möglich, die Ergebnisse einer computergestützten Messung unmittelbar den Vorhersagen eines zum gleichen Phänomen erstellten Modells gegenüberzustellen. Unterschiede von Simulationsvorhersagen und Meßdaten führen zur Modifizierung des Modells und/oder zu weiteren experimentellen Untersuchungen. Aus dem Wechselspiel von Modellierung und Experiment ergeben sich Anregungen zur vertieften physikalischen Reflexion des Vorgangs. Der Computereinsatz unterstützt diesen Prozeß dadurch, daß neue Ideen für Messungen und neue Modellierungsansätze ohne langwierige Datenaufnahmen oder mathematisch-formale Operationen umgesetzt und erprobt werden können. Ein Beispiel wurde eingangs am radioaktiven Zerfall gegeben. Ein weiteres Beispiel soll am elektrischen Schwingkreis gezeigt werden.



5.1 Zusammenwirken von Modellbildung und computergestützter Erfassung von Meßdaten.

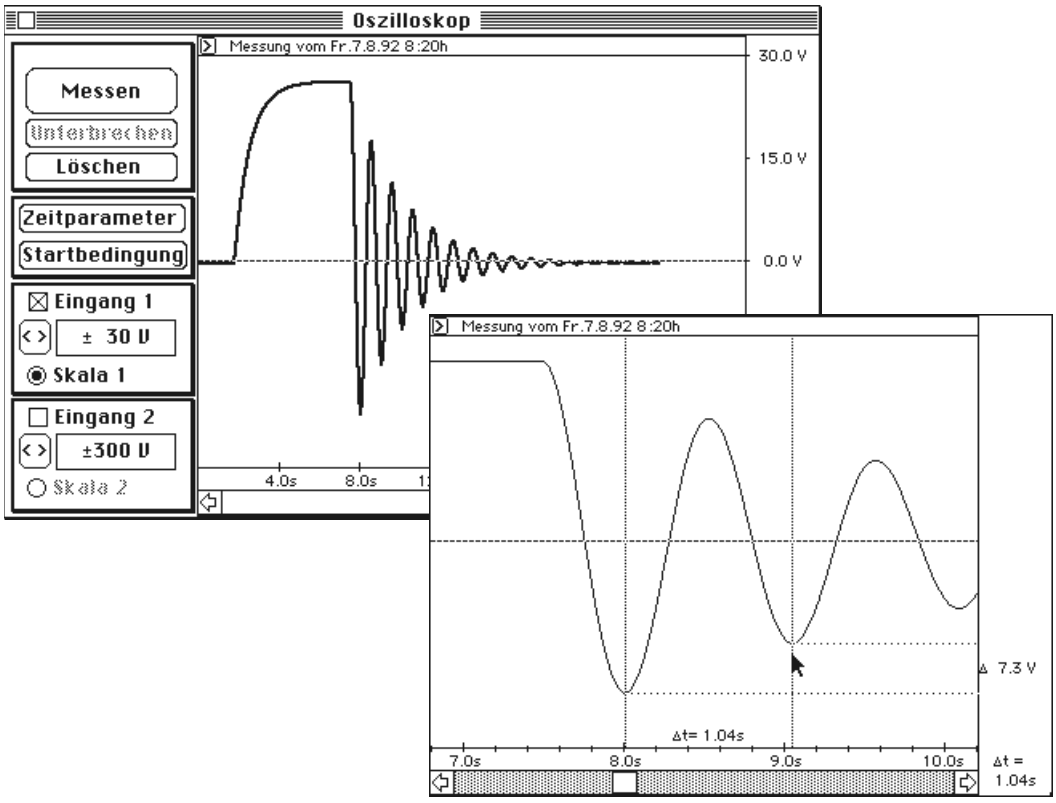
Beispiel: gedämpfte elektrische Schwingungen

Die experimentelle Untersuchung des einfachen elektrischen Schwingkreises erscheint auf den ersten Blick nicht unbedingt eine computergestützte Untersuchung zu erfordern: Der Vorgang ist weder zu schnell, um ihn nicht mit konventionellen Mitteln aufzeichnen zu können, noch ist die analytische Lösung für die Schule zu aufwendig. Das Beispiel wird jedoch zeigen, daß sich im Zusammenspiel mit einem Modellbildungssystem Einsichten ergeben, die sonst kaum zu erzielen wären.



5.2 Serienschwingkreis mit Spule hoher Induktivität, Kondensator und ohmschem Spulenwiderstand.

Der Kondensator wird über einen Schutzwiderstand geladen (Schalterstellung 1). Durch Umlegen des Schalters in Stellung 2 wird der Schwingkreis geschlossen. Die Spannung Uc am Kondensator wird mit einem Interface gemessen.



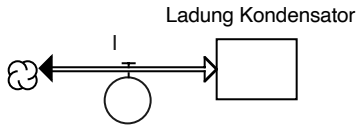
5.3 Gemessener Spannungsverlauf am Kondensator, Ermittlung der Periodendauer T=1,04s.

Abbildung 5.3 zeigt die erhaltene Spannungskurve. Die Periodendauer kann aus den Zeitdifferenzen zwischen zwei Maxima abgelesen werden. Sie beträgt etwa 1s.

Im nächsten Schritt wird der Vorgang mit STELLA modelliert (s. Abb. 5.4). Das Modell wird unter Punkt 11.4 ausführlicher erläutert: Hier nur eine Kurzfassung:

- Der Schwingkreis wird durch die beiden Zustandsgrößen Ladung_Kondensator und Stromstärke beschrieben.
- Die Änderungsrate der Ladung_Kondensator ist die Stromstärke „I“. Sie gibt an, wie stark sich die Ladung auf dem Kondensator pro Zeiteinheit ändert

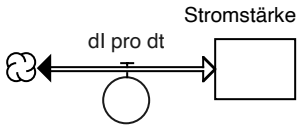
  $I = \Delta Q/\Delta t \Rightarrow \Delta Q = I \cdot \Delta t$



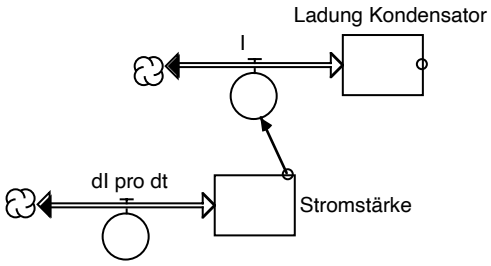
- Die Stromstärke ist nicht konstant. Ihre Änderungsrate dI_pro_dt ergibt sich aus:

  $U_{Spule} = L \cdot \Delta I/\Delta t$ (L : Induktivität)

  $\Rightarrow \Delta I/\Delta t = U_{Spule}/L$



Diese Formulierung erscheint auf den ersten Blick überraschend, weil man gewohnt ist, die Spannung über der Spule als Ergebnis einer Stromänderung durch die Spule zu betrachten. Wie so oft in der Physik muß man sich jedoch von Kausalitäten bei genauerer Betrachtung trennen. (Auch beim dritten Newtonschen Axiom sind *actio* und *reactio* gleichzeitig auftretende Kräfte und unterliegen keiner kausalen Reihenfolge.)



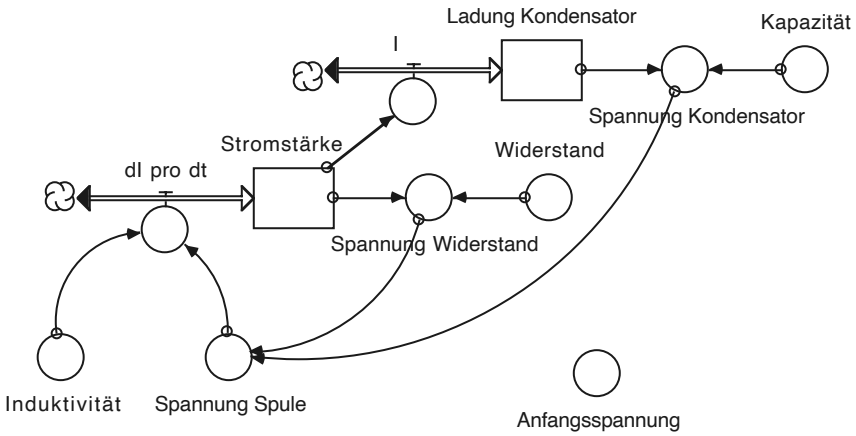
- Die Modellkette „dI_pro_dt → Stromstärke → I → Ladung Kondensator“ entspricht formal einer Differentialgleichung zweiter Ordnung oder zwei Differenzen- bzw. Differentialgleichungen erster Ordnung, ihre Lösung also einer zweifachen Integration.

  $I = \int \dot{I} \cdot dt \quad ; \quad Q = \int I \cdot dt$

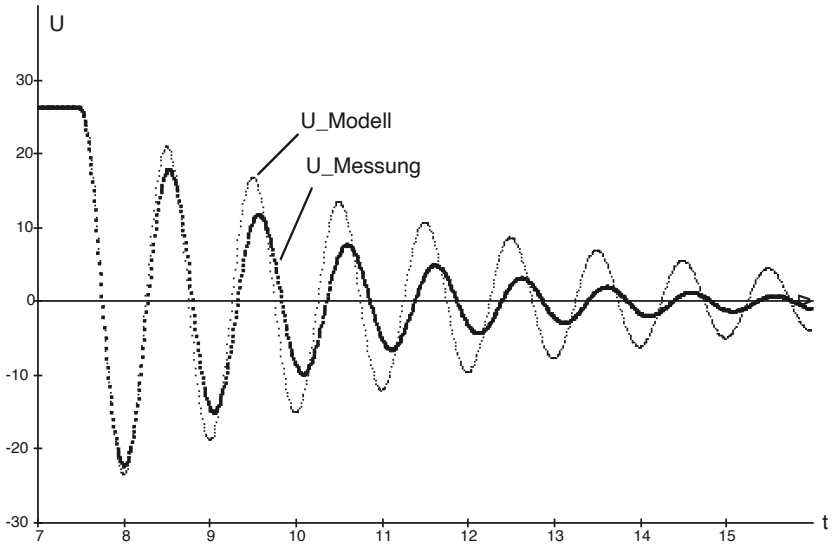
- Die Änderungsrate dI_pro_dt ergibt sich wie oben angegeben aus der Induktivität L (Konstante) und dem Spannungsabfall an der Spule Spannung_Spule. Im Modell wird die Spannung an der Spule über die Annahme bestimmt, daß die Summe aller Spannungsabfälle im Schwingkreis Null ergibt (freie Schwingung). Die Teilspannungen Spannung_Widerstand und Spannung_Kondensator lassen sich aus der herrschenden Stromstärke und der Ladung auf dem Kondensator berechnen. Als Parameter braucht man lediglich noch den Ohmschen Widerstand (Gleichstromwiderstand der Spule) und die Kapazität des Kondensators.
- Die Differenzengleichungen lauten:

  Ladung_Kondensator(t) = Ladung_Kondensator(t - dt) + (I) * dt
  Stromstärke(t) = Stromstärke(t - dt) + (dI_pro_dt) * dt

Die gemessenen Daten und die vom Modell vorhergesagte Datentabelle werden an ein Tabellenkalkulationsprogramm exportiert und in einer Grafik gemeinsam dargestellt (s. Abb. 5.5).



5.4 Modell zum Serienschwingkreis.



5.5 Darstellung der Daten aus Experiment und Modell mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms.

- Die gemessene und die simulierte Kurve zeigen einen ähnlichen Verlauf, der darauf schließen läßt, daß die gewählte Modellstruktur zu prinzipiell sinnvollen Vorhersagen führt.
- Die Periodendauern bei Messung und Simulation weichen leicht voneinander ab.
- Die Dämpfung der gemessenen Schwingung ist deutlich größer als die der simulierten.

Die Abweichung bei den Periodendauern liegt im Bereich der Toleranzen der für Spule und Kondensator angegebenen Induktivität, bzw. Kapazität. Mit Hilfe der Messung einer Ladungskurve beim Kondensator und des Verlaufs des Einschaltstroms könnnen die Parameter *experimentell* bestimmt werden. Im Modell werden die Werte entsprechend geändert, so daß die Periodendauern gut übereinstimmen. Änderungen an der *Struktur* des Modells sind hierfür nicht erforderlich.

Eine einfache Möglichkeit zur Anpassung der Modellvorhersage an die Meßkurve besteht darin, den Parameter Widerstand auf 500 Ω zu ändern. Das Modell stimmt dann gut mit der Messung überein. Eine tatsächliche Messung des Ohmschen Widerstandes ergab jedoch nur einen Wert von 312 Ω. Dies gab Anlaß, über die Modell*struktur* nachzudenken. Eine größere Dämpfung kann aus einer Entladung des Kondensators über den Eingangswiderstand des Interfaces ($R \approx 10^6 \Omega$), einem Leckstrom im Kondensator oder Ummagnetisierungsverlusten im Eisenkern der Spule aufgrund der Hysterese resultieren . Die beiden ersten Faktoren lassen sich durch rechnerische Abschätzung ($C = 40\ \mu F$, $R = 10^6\ \Omega$) der Entladungskurve oder durch Messungen als unbedeutend ausgrenzen. Messungen der Hystereseschleife (die eingeschlossene Fläche ist ein Maß für die Energieverluste) deuten dagegen auf nicht zu vernachlässigende Verluste hin, die zu einer Erhöhung der Dämpfung führen und im Modell berücksichtigt werden müssen.

Wie man bei der Fortentwicklung der Modellstruktur im einzelnen vorgeht, soll an dieser Stelle nicht beschrieben werden. Hier kam es darauf an, zu zeigen, wie im Zusammenspiel von Experiment und Modell ein physikalischer Sachverhalt vertieft werden kann. Anstöße zur kritischen Reflexion des Modells, besonders hinsichtlich der Dämpfung, ergaben sich aus dem direkten Vergleich mit Referenzdaten aus dem Experiment. Damit kann auch der Befürchung entgegengetreten werden, daß durch Einsatz computergestützter Modellbildung Experimente aus dem Unterricht verdrängt würden. Im Gegenteil: Bei methodisch durchdachter Verzahnung können Experimente intensiver ausgewertet und der Zusammenhang von Theorie (Modell) und Realität (Messung) stärker herausgestellt werden.

5.3 Offene Unterrichtsgestaltung

Angesichts der Bedeutung des Schülervorverständnisses für das Physiklernen (s. Punkt 4.2) werden zunehmend Unterrichtsstrategien vorgeschlagen, in denen Schülervorstellungen und physikalische Deutungsmuster explizit einander gegenübergestellt werden. Als Voraussetzung hierfür müssen die Schüler Raum haben, ihre eigenen Ideen im Unterricht zu artikulieren und anzuwenden (*elicitation of students' ideas*; Driver 1986, Niedderer 1987). Es gelingt jedoch bei Schülern kaum, ein intuiv-alltagssprachliches Verständnis physikalischer Begriffe dauerhaft gegen ein systematisch-physikalisches auszutauschen. Eine erfolgversprechendere Zielsetzung besteht darin, Schüler zu befähigen, auf einer bewußten Ebene zwischen verschiedenen Zugangsweisen zu physikalischen Phänomenen zu unterscheiden und kontextabhängig zu entscheiden (z.B. zwischen „Kraft" in der Alltagssicht als „Eigenschaft eines bewegten Körpers" in Abgrenzung zum physikalischen Ratenbegriff als „Intensität einer Impulsänderung"). Da hierfür die Fähigkeit zur Selbstreflexion erforderlich ist, erscheint die Lehrstrategie eher für die Sekundarstufe II geeignet. Es gibt jedoch auch Beispiele aus Lernstudien mit jüngeren Schülern (Scott 1992). Modellbildungssysteme sind im Rahmen solcher schülerorientierten Unterrichtsstrategien ein gutes Hilfsmittel, wenn man sich entscheidet, sie *offen* zu nutzen.

Bei einer offenen Unterrichtsgestaltung muß der Lehrer damit rechnen, daß Schüler Fragestellungen entwickeln und Lösungsansätze verfolgen, die vom Lehrer als unproduktiv oder falsch eingeschätzt werden. Für den Unterrichtsprozeß ist es entscheidend, wie der Lehrer mit dieser Situation umgeht. Im Normalfall erfährt der Schüler, daß eigenständiges Denken — und damit auch Kreativität — nicht belohnt wird. Wenn seine Beobachtungen, Ideen und Fragen in eine vom Lehrer nicht gewollte Richtung gehen, werden sie durch entsprechende Verhaltensweisen — Nichtbeachtung, Umformulieren, Warten auf die „richtige" Frage oder Antwort — unterdrückt. Angewendet auf den Computereinsatz drückt sich ein solches Lehrerverhalten darin aus, daß bei der Erarbeitung eines dynamischen Modells im Klassenunterricht nur solche Vorschläge für Modellgrößen und deren Verknüpfungen aufgegriffen werden, die dem Modell entsprechen, das der Lehrer sich in seiner Unterrichtsvorbereitung überlegt hat. Bei der Betreuung von Schüler-

gruppen entspricht dem die schnelle Korrektur „falscher“ Modellansätze, bzw. umfangreiche Hilfestellungen, wenn Schüler bei der Bearbeitung ins Stocken geraten. Die Schüler „lernen“ allmählich, eigene Ideen gar nicht mehr zu äußern.

Ein Grund für diese Verfahrensweise besteht in der Befürchtung des Lehrers, daß alternative Herangehensweisen der Schüler in eine Sackgasse führen, die beide Seiten frustriert, den Unterrichtsgang behindert und keinen physikalischen Kompetenzzuwachs bewirkt. Die Befürchtung ist berechtigt, wenn die Ideen von den Schülern nicht so weit konkretisiert werden können, daß zumindest halbquantitative Schlußfolgerungen aus ihnen gezogen werden können. Sie bleiben dann auf „Man könnte vielleicht ...“ oder „Ich stelle mir das so vor, daß ...“ Beiträge beschränkt.

Die inhaltliche Offenheit von Modellbildungssystemen gibt dem Lehrer neue Möglichkeiten, auf Themenvorschläge von Schülern einzugehen, die von Standardbeispielen mit einfachen mathematischen oder experimentellen Lösungen abweichen. Die Schüler können die Konsequenzen ihrer Annahmen selbst austesten. Der Lehrer kann darauf vertrauen, daß das simulierte Systemverhalten genügend Anstöße dafür gibt, ein Modell zu revidieren. Da mit Hilfe von Modellbildungssystemen aufwendige, frustrationsfördernde Berechnungen abgekürzt werden, steht mehr Zeit für das Beschreiten von vermeintlichen „Irrwegen“ und die physikalische Reflexion der Ergebnisse zur Verfügung. Selbst substantielle Änderungen an Modellen sind mit den benutzungsfreundlichen Modelleditoren von STELLA oder MOEBIUS schnell und einfach machbar.

Offenheit und Gestaltbarkeit stellen höhere Ansprüche an die physikalische Kompetenz der Schüler, bzw. ihre Bereitschaft, sich aktiv mit neuen Sachverhalten auseinanderzusetzen, statt vorgegebene Lösungen nachzuvollziehen und anzuwenden. Einfache formale Lösungen, auf die sich schwächere Schüler bei „physikalischen Rechenaufgaben“ gerne zurückziehen, fehlen. Bei komplexeren Modellen gibt es teilweise keine eindeutigen Lösungen mehr. Die Konsequenz lautet, Zeit und Anstrengungen, die sonst für formal-mathematische Betrachtungen oder langwierige Datenerhebungen eingesetzt wird, jetzt für die eingehendere Betrachtung der grundlegenden physikalischen Zusammenhänge zu nutzen. Dadurch sollen gerade die mathematisch leistungsschwächeren Schüler an physikalische Diskussionen herangeführt werden.

Ebenso ist der Lehrer stärker fachlich und methodisch gefordert. Er muß sich im Unterricht spontan auf Lösungsansätze von Schülern einstellen, die er nicht vorher durchdenken konnte. Bei Gruppenarbeit werden seine Betreuungsmöglichkeiten bis an die Grenze beansprucht, wenn fünf Gruppen vielleicht fünf verschiedene Modelle entwickeln. Solche Belastungen sind Merkmal jeder offenen Unterrichtsgestaltung — ob mit oder ohne Computereinsatz. Eine Entlastung erfährt der Lehrer, wenn er Schüler aus fortgeschrittenen Gruppen ermuntert, anderen Schülern zu helfen. Nach eigenen Beobachtungen führt Modellentwicklung im Gruppenunterricht zu einem intensiven Austausch der Schüler untereinander. Unter methodischen Aspekten müssen Hard- und Software in der Bedienung weitgehend selbsterklärend sein, damit der Lehrer sich bei der Betreuung von Schülergruppen auf die *physikalischen* Fragen konzentrieren kann. Mangelnde Benutzungsfreundlichkeit ist eine der Ursachen dafür, daß sich bisher zu wenige Physiklehrer auf eine konsequente Umsetzung des didaktisch-methodischen Potentials des Computereinsatzes eingelassen haben.

5.4 Die ersten Unterrichtsstunden mit einem Modellbildungssystem

Für die Einführung in Modellbildungssysteme im Physikunterricht gibt es mehrere Möglichkeiten:

- Einführung in die Grundlagen der Systemdynamik,
- Veranschaulichung der Symbolik anhand materieller Flüsse,
- direkter Einstieg über das anstehende physikalische Unterrichtsthema.

Eigene Erfahrungen liegen überwiegend aus der gymnasialen Oberstufe vor. Die folgenden Ausführungen gehen von etwa 15 bis 16 Jahre alten Schülern aus. Es gibt auch Erprobungen des Einsatzes mit jüngeren Schülern (s. z.B. Klieme 1991). Die Anforderungen, die Modellbildungssysteme an die Abstraktionsfähigkeit der Schüler stellen, sollten jedoch nicht unterschätzt werden — besonders wenn es um den kreativen, eigenständigen Umgang der Schüler mit dem Werkzeug geht.

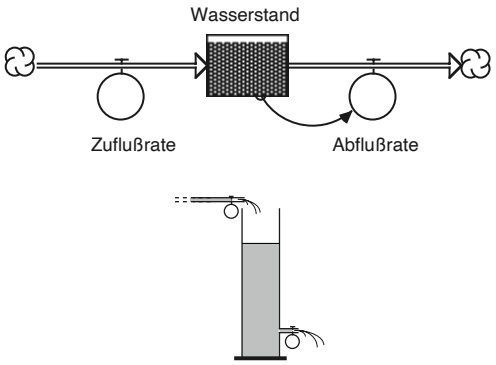
Ein Einstieg mit allgemeinen Ausführungen über die Grundlagen der Systemdynamik — Systembegriff, Modellbegriff, Rückkopplungsschleifen usw. — erscheint wenig geeignet. Es sollte von Beginn an ein unmittelbarer Bezug zu physikalischen Inhalten hergestellt werden. Nach mehrmaligem Gebrauch von Modellbildungssystemen, also auf der Grundlage eigener praktischer Erfahrungen, ist eine systematische Reflexion der Vorgehensweise dagegen durchaus sinnvoll. Man kann dann auch fachübergreifende Bezüge der Systemdynamik aufgreifen und den Sinn systemdynamischer Methoden in Nachbardisziplinen, etwa in der Ökologie oder der Chemie, aufzeigen.

Einstieg über materielle Flüsse

Eine anschauliche Einführung der Sprachelemente der Systemdynamik — Zustand, Rate, Einfluß — kann an *materiellen Flüssen* erfolgen. Man macht sich dabei die „Klempner-Metaphorik“ von STELLA zunutze (Riley 1990, 257): Änderungsraten sind in dieser anschaulichen Sichtweise „Ventile“ an Rohrleitungen, in denen etwas Materielles, z.B. Wasser, in „Zustandbehälter“ fließt. Der Zustand entspricht dem Wasserstand im „Vorratskasten“. Diese Analogie wurde bereits unter Punkt 2.3.3 verwendet.

Bei einer parallelen Durchführung entsprechender Versuche kann der Zusammenhang zwischen Modellbildung und Experiment hergestellt werden. Besonders interessant ist an diesem Beispiel die Untersuchung der Abhängigkeit der Abflußrate vom Wasserstand.

Die Wasser-Analogie verweist stark auf einen Materiefluß im System. Solche Flüsse sind in der Physik eher selten. Beispiele sind die Ladungsmenge, die auf einen Kondensator fließt, oder der Abfluß von zerfallenen Kernen aus dem Vorrat des Mutter-Nuklids beim radioaktiven Zerfall. Überwiegend hat man es in der Physik mit nichtmateriellen Zustandsgrößen zu tun. Geschwindigkeit, Ort, Impuls oder Stromstärke sind keine Größen, die anschaulich gesehen durch Röhren fließen.[12] Zusätzliche Probleme mit der materiellen Anschaulichkeit ergeben sich, wenn Geschwindigkeit im gleichem Modell sowohl als Zustandsgröße („Vorratskasten“) als auch als Rate („Ventil“) auftritt (s. dazu Punkt 2.3). Die Flüssig-



5.6 ‚Klempner-Metaphorik‘ bei STELLA. Beim Standzylinder regulieren die beiden Ventile den Zufluß und den Abfluß des Wassers. Im Modell deutet der Pfeil von der Zustandsgröße Wasserstand zur Abflußrate an, daß die Abflußrate im Gegensatz zur Zuflußrate nicht konstant ist, sondern von der Zustandsgröße Wasserstand abhängt.

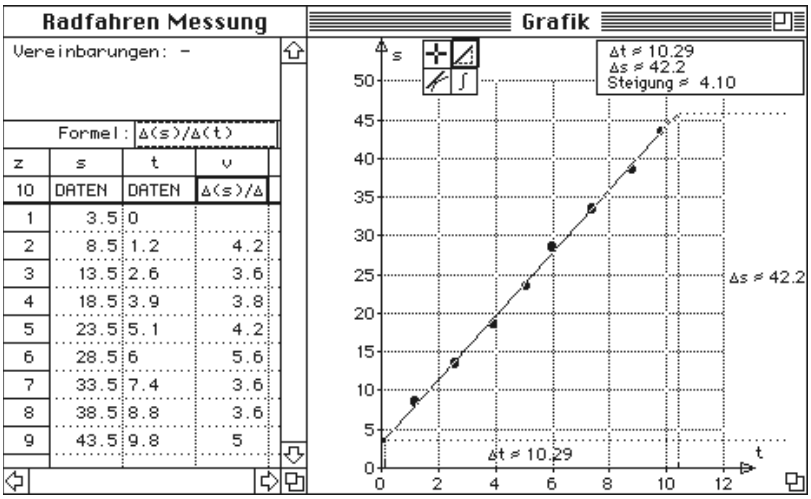
[12] Herrmann (1977) hat ein Unterrichtskonzept entwickelt, in dem viele physikalische Größen, z.B. Impuls, Drehimpuls, Entropie, als quasi-materielle *mengenartige* Größen aufgefaßt werden, die in Körper hinein, bzw. herausfließen. Das Konzept wurde als „Karlsruher Physikkurs“ bekannt. In diesem Konzept ist die STELLA-Symbolik sehr anschaulich zu nutzen.

keitsanalogie ist daher nur bedingt hilfreich. Eine Abstraktion vom Materiefluß wird schnell notwendig.

Ich bevorzuge es, die Klempner-Metaphern von STELLA im Unterricht nicht zu betonen und bei der Erläuterung von Modellen Formulierungen zu vermeiden wie „die Kraft steuert, wieviel Impuls in den Körper hineinfließt“ zugunsten abstrakterer Aussagen wie „die Kraft bestimmt, wie stark sich der Impuls des Körpers zeitlich ändert“.

Ein Beispiel für den Einstieg im Bereich der Kinematik

Die Einführung in Modellbildungssysteme sollte unmittelbar anhand der im Unterricht anstehenden physikalischen Themen erfolgen. Ein Sonderthema, das nur zum Zwecke der Veranschaulichung systemdynamischer Modellierung gewählt wird, belegt unnötig Unterrichtszeit und kann den Eindruck erwecken, daß die Methode von außen an die Unterrichtsgegenstände herangetragen wird. Wenn man am Beginn der Oberstufe in die Arbeit mit einem Modellbildungssystem einführt, ist vom Lehrplan meist die Kinematik vorgesehen. Als Einstiegsbeispiel hat sich hier die Untersuchung der Bewegung eines Radfahrers bewährt. Ausgangspunkt sind Messungen: Ein Schüler erhält den Auftrag, auf dem Schulhof eine abgesteckte Meßstrecke mit möglichst gleichbleibender Geschwindigkeit zu durchfahren. Entlang der Strecke stehen in gleichen Abständen Schüler mit Stoppuhren, die den Zeitpunkt festhalten, an dem der Radfahrer an ihnen vorbeifährt. Dem Beginn der Meßstrecke wird bewußt eine von Null verschiedene Ortskoordinate zugewiesen, z.B. indem der erste Schüler auf dem Maßband an der Marke 3,5 m aufgestellt wird.



5.7 Tabelle mit Meßdaten der Bewegung eines Radfahrers und grafische Darstellung (erstellt mit dem Tabellenkalkulationsprogramm MATHELAB).

Die Daten werden in eine Tabelle eingetragen und in einem s(t)-Diagramm grafisch dargestellt. Aus den Teilstrecken Δs und den Zeitintervallen Δt werden die Intervallgeschwindigkeiten $v=\Delta s/\Delta t$ berechnet. Trotz leichter Schwankungen kann man von einer näherungsweise konstanten Geschwindigkeit von etwa 4,1 m/s ausgehen.

Auf Grundlage der Meßdaten und der Definition der Intervallgeschwindigkeit $v=\Delta s/\Delta t$ sind Vorhersagen über den weiteren Bewegungsverlauf möglich. Wenn der Radfahrer sich zum Zeitpunkt

t=9,8 s an der Wegmarke s=43,5 m befindet, wo wird er dann zu den Zeitpunkten 10 s, 11 s, 13 s, 15 s, ... sein? Das sollen die Schüler „per Hand“ schrittweise in Tabellenform berechnen. Als Iterationsformel wird ausgehend von $v=\Delta s/\Delta t$ erarbeitet:

$$\Delta s = v\cdot\Delta t \Rightarrow s_{neu} = s_{alt} + v\cdot\Delta t = s_{alt} + v\cdot (t_{neu} - t_{alt})$$

Es kommt darauf an, daß die Schüler an dem Beispiel folgende Punkte erkennen:

- In jedem Zeitintervall kommt eine neue Teilstrecke Δs hinzu. Die Größe dieser Teilstrecke hängt von der Geschwindigkeit v ab und dem Zeitraum Δt, über den die Geschwindigkeit wirkt.
- Um die neue Gesamtstrecke s_{neu} vorherzusagen, muß man neben der zusätzlichen Teilstrecke Δs auch die bereits zurückgelegte Strecke s_{alt} kennen.
- Durch mehrmaliges Anwenden dieser Strategie kann man von Punkt zu Punkt fortschreiten.

s_{alt}	t_{alt}	t_{neu}	t	s=v· t	s_{neu}
43,5	9,8	10,0	0,2	4,1· 0,2=2,1	45,6
45,6	10	11	1	4,1· 1=4,1	49,7
49,7	11	13	2	4,1· 2=8,2	57,9
57,9	13	15	2	4,1· 2=8,2	66,1
...	...	...	...	...	...

Tab. 5.1 Prognose des Bewegungsverlaufs über die Intervallgeschwindigkeit $v=\Delta s/\Delta t=4{,}1$ m/s.

Natürlich gibt es auch eine recht einfache Formel, mit der man die gewünschten Vorhersagen schneller berechnen kann. Einige Schüler werden sie in verkürzter Form als „s=v·t“ kennen und ausprobieren. Sie werden dann feststellen, daß sie zu falschen Vorhersagen kommen, da die Anfangsstrecke $s_0=3{,}5$ m nicht berücksichtigt ist. An dieser Stelle kann gut auf den Unterschied zwischen der allgemeingültigen Definition der Geschwindigkeit als $v=\Delta s/\Delta t$ hingewiesen werden, die für beliebige v(t) anwendbar ist, während „s=v·t“, nur unter den Bedingungen v=const. und $s_0=0$ gilt. „s=v·t“ ist eben nicht einfach eine Umstellung der Gleichung „$v=\Delta s/\Delta t$“.

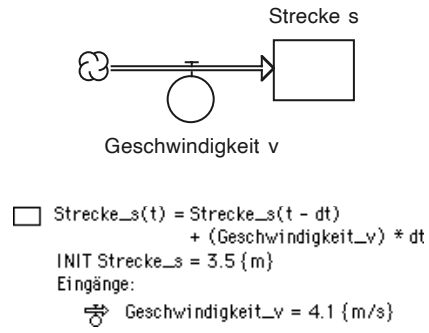
Auch wenn Schüler die vollständige Bahngleichung für gleichförmige Bewegungen $s=v\cdot t+s_0$ kennen bzw. herausfinden, erfüllt die schrittweise Berechnung der Bahn „per Hand“ ihren Sinn als Veranschaulichung der prinzipiellen Vorgehensweise von Modellbildungssystemen bei der numerischen Berechnung von Systemverläufen. Implizit wurde das Eulersche Verfahren angewendet (s. Kapitel 3). Der Hinweis auf andere Verfahren ist bei dem gewählten Beispiel sachlich nicht notwendig. Ob später darauf eingegangen werden soll (z.B. im Zusammenhang mit mechanischen Schwingungen), hängt von der Frage ab, wieviel Wert der Lehrer auf die mathematische Klärung der Numerik legt. Unter *physikalischen* Aspekten reicht die Kenntnis der Eulerschen Vorgehensweise für die Schüler aus.

Es folgt die Erläuterung eines ersten STELLA-Modells durch den Lehrer. Ziel ist eine Vorhersage des Bewegungsverlaufs, die mit dem gemessenen übereinstimmt. Der Lehrer entwickelt das einfache Modell im Unterricht und erläutert jeden einzelnen Schritt seines Vorgehens, einschließlich der Bedienung des Programms (Starten des Programms, Mausoperationen zur Plazierung der Symbole auf dem Bildschirm usw.). Dabei entsteht das Modell in Abbildung 5.8.

Die erläuternden Sätze können im Kern etwa lauten:

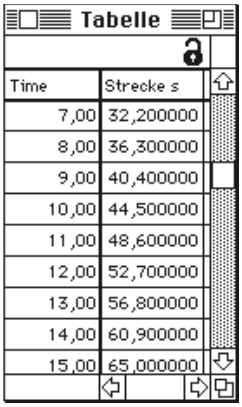
- Die wichtigste Größe im Modell ist die zurückgelegte Strecke_s. Sie kennzeichnet den Bewegungszustand. Ihre zeitliche Entwicklung soll vorhergesagt werden. Für solche zentralen Größen, deren Wert sich zeitlich ändert, nimmt man als Symbol das Rechteck. Sie heißen allgemein „Zustandsgrößen“.
- Die Zustandsgröße Strecke_s ist nicht konstant, sondern sie ändert sich ständig. Wie intensiv diese Änderung ist, wird durch die herrschende Geschwindigkeit bestimmt. Die Geschwin-

digkeit bestimmt, wieviel neue Teilstrecke pro Zeiteinheit hinzukommt. Größen, die die Änderung einer Zustandsgröße *pro Zeiteinheit* bestimmen, nennt man Änderungs*raten*. Die Geschwindigkeit ist physikalisch als eine *Rate* definiert: $v=\Delta s/\underline{\Delta t}$.



5.8 STELLA-Modell zur gleichförmigen Bewegung (Radfahrer).

Wichtig ist, daß zur Quantifizierung der Geschwindigkeit und des Startwerts für die Strekke_s die Werte aus dem Experiment herangezogen werden. Die Vorhersage des Modells kann in Tabellenform ausgegeben werden. Beim Vergleich mit der selbstberechneten Tabelle zeigen sich leichte Unterschiede in den Werten für die zurückgelegte Strecke (s. Tab. 5.2). Andererseits kann nachvollzogen werden, daß STELLA offensichtlich nach dem gleichen Schema wie bei der Berechnung „per Hand" vorgegangen ist. In jedem Zeitintervall $\Delta t=1$ s vergrößert sich die Strekke um $\Delta s=v\cdot\Delta t=$ 4,1m/s·1s = 4,1m. Die Unterschiede beruhen auf dem gerundeten Wert von v=4,1 m/s für die Geschwindigkeit. Beginnt man in der selbstberechneten Tabelle bei t=0 s mit der Geschwindigkeit v=4,1 m/s, so kommt man genau zu der Vorhersage, die auch das Modell liefert. Die Schüler erhalten durch diese Überprüfung eine gewisse Sicherheit, daß sie die Vorhersage des Modells *im Prinzip* im einzelnen nachvollziehen können. Es geschieht nichts Geheimnisvolles. Das schafft eine Vertrauensbasis für spätere, komplexere Modelle.



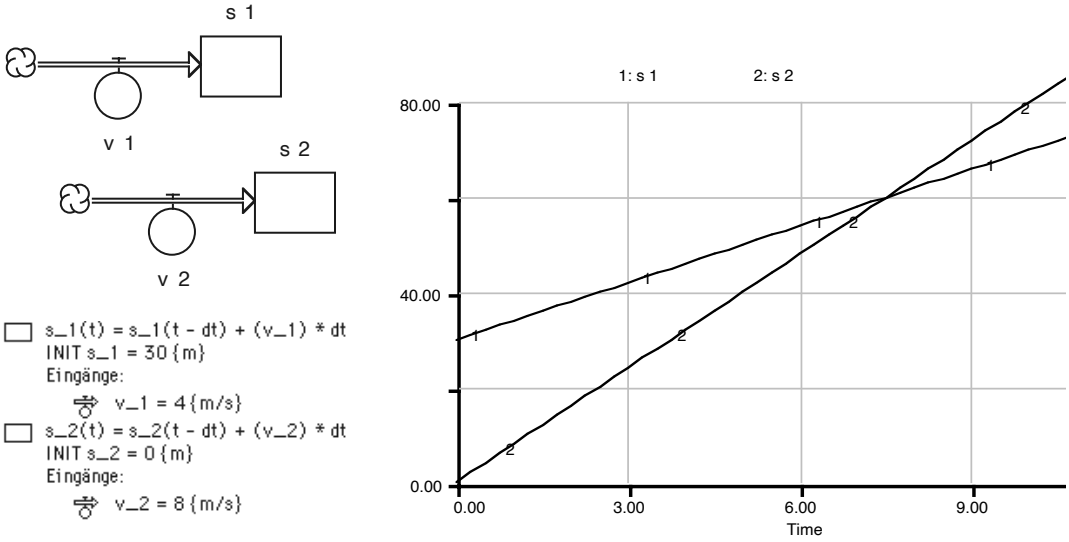
Time	Strecke s
7,00	32,200000
8,00	36,300000
9,00	40,400000
10,00	44,500000
11,00	48,600000
12,00	52,700000
13,00	56,800000
14,00	60,900000
15,00	65,000000

Tab. 5.2 Modellvorhersage der Radfahrer-Bewegung . Bei der STELLA-Tabelle wurde ein Ausgabeintervall von 1 s gewählt, bei einem Zeitschritt von Δt=0,25 s. Die zum Vergleich „per Hand" gerechneten Werte stehen in Tabelle 5.1.

Das Modell kann etwas interessanter gestaltet werden, wenn man eine Variante mit zwei Radfahrern einführt. Die Frage lautet: Wo und wann holt ein schneller Radfahrer einen langsamen Radfahrer ein, der zu Beginn einen gewissen Vorsprung hat. Dafür müssen die bereits vollzogenen Schritte bei der Modellkonstruktion ein zweites Mal durchlaufen werden. Bereits an dieser Stelle sollte ein *Schüler* das Modellbildungssystem handhaben, auch wenn er dabei großer Hilfestellung durch den Lehrer und andere Schüler bedarf.

Vor dem Start des Simulationslaufs sollen die Schüler abschätzen, nach wieviel Sekunden der zweite Radfahrer den ersten einholt. Eine algebraische Lösung durch Gleichsetzung der Gleichungen $s_1=v_1\cdot t+s_{1,0}$ und $s_2=v_2\cdot t+s_{2,0}$ ($\Rightarrow t_x$=7,5 s) kann gegebenenfalls zur Überprüfung des Simulationsergebnisses herangezogen werden.

Die nächste Fortentwicklung des Modells kann darin bestehen, daß der langsame Radfahrer den schnelleren auf sich zukommen sieht und daraufhin seine Geschwindigkeit steigert. Das Modell erfährt eine strukturelle Erweiterung, die in folgenden Kernsätzen zum Ausdruck gebracht werden kann:



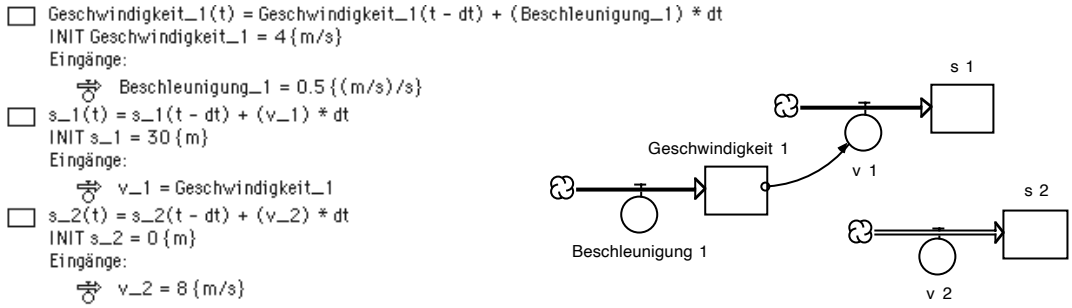
5.9 Modell und Vorhersage zur Radfahrer-Verfolgung. Man achte auf die nachträglich vorzunehmende gleiche Skalierung der Hochachse für s_1 und s_2.

- Neben den beiden Zustandsgrößen s_1 und s_2 erlangt eine weitere Größe zentrales Interesse: die Geschwindigkeit des ersten Radfahrers. Sie ändert sich im Unterschied zu den bisherigen Modellen zeitlich Schritt für Schritt und wird als weitere Zustandsgröße Geschwindigkeit_1 modelliert.
- Die Änderungsrate der Geschwindigkeit ist die Beschleunigung. Sie definiert als $a=\Delta v/\Delta t$. die Beschleunigung gibt also an, wieviel zusätzliche Geschwindigkeit Δv pro Zeitintervall Δt hinzukommt. Im Beispiel nehmen wir an, daß pro Sekunde eine Zusatzgeschwindigkeit von 0,5 m/s dazukommt.
- Die so von der Beschleunigung zeitlich beeinflußte Zustandsgröße Geschwindigkeit_1 ändert ihrerseits die von Radfahrer 1 zurückgelegte Strecke. Die Geschwindigkeit ist also einerseits eine *Zustandsgröße*, die der zeitlichen Einwirkung der Beschleunigung unterliegt, und agiert gleichzeitig als *Änderungsrate* der Zustandsgröße s_1. Die Geschwindigkeit erscheint daher im Modell in zwei Symbolen mit unterschiedlicher Bedeutung. Der Wert von Geschwindigkeit_1 und v_1 ist jedoch gleich. Unterschiedliche Bezeichner verwendet man, weil jedes Element des Modells einen eigenen Namen haben muß.

Anhand der Modellentwicklung kann der Beschleunigungsbegriff in Analogie zum Geschwindigkeitsbegriff eingeführt werden. Die Gemeinsamkeiten liegen im *Ratencharakter* der beiden Größen:

- Die Geschwindigkeit ist die *Intensität* der Streckenänderung. Sie ist auf ein Zeitintervall Δt bezogen, in dem sich die zurückgelegte Strecke ändert.
- Die Beschleunigung ist die *Intensität* der Geschwindigkeitsänderung. Sie ist auf ein Zeitintervall Δt bezogen, in dem sich die Geschwindigkeit ändert.

Im Unterricht sollte auf die Diskussion dieser qualitativen Aussagen viel Zeit verwendet werden. Nach vorliegenden Erfahrungen ist es für Schüler unproblematisch, die *Geschwindigkeit* als Rate zu verstehen. Die *Beschleunigung* ist nicht in gleicher Weise intuitiv auf einen Zeitraum Δt bezogen. In der Wahrnehmung der Schüler dominiert der Betrag der *Geschwindigkeitsänderung* Δv.



5.10 Erweitertes Modell zur Radfahrer-Verfolgung. Fahrer 1 beschleunigt mit 0,5 (m/s)/s.

Beschleunigung ist für viele Schüler das *Ergebnis* eines Prozesses der Geschwindigkeitsänderung und nicht eine Größe für den *Verlauf* dieses Prozesses. Über die Frage „Ist es sinnvoll Beschleunigung als eine Rate zu modellieren?“ kann man sehr interessante physikalische Diskussionen in Gang setzen, in denen Schülervorstellungen zum Ausdruck kommen.

Allein aufgrund der in Analogie zur Geschwindigkeit begründeten Definition der Beschleunigung als $a=\Delta v/\Delta t$ können bereits Beispiele quantitativ behandelt werden, *ohne* daß spezielle Bewegungsgleichungen wie $v=a\cdot t$ oder $s=1/2at^2$ hergeleitet sind. Es bietet sich an, die Schüler in einer Hausaufgabe den Geschwindigkeitsverlauf des Radfahrers 1 in Tabellenform berechnen zu lassen, bevor das Modell in einem entsprechenden Simulationslauf zur Anwendung kommt. Die Kontrolle „per Hand“ wird bei späteren, komplexeren Modellen wegen des erforderlichen Rechenaufwands seltener erfolgen. Um so wichtiger ist es, daß die Schüler am Beginn einfache Beispiele im Detail nachvollziehen.

Um zu gleichen Vorhersagen zu kommen (s. Tab. 5.3), ist unbedingt darauf zu achten, daß in beiden Fällen das Δt gleich gewählt wird (im vorliegenden Beispiel Δt=1s). Außerdem muß auf saubere Vorgehensweise bei der Iteration geachtet werden. In Spalte 4 („Δs1“, s. Tab. 5.3, linke Tabelle) wird die neue Zusatzsstrecke Δs1 mit der Geschwindigkeit v1 aus dem *vorhergehenden* Zeitintervall, bzw. am *Beginn* des aktuellen Zeitintervalls, berechnet („:v1“ bedeutet „Vorgänger von v1“), nicht etwa mit der Geschwindigkeit, die in der vorhergehenden Spalte gerade neu berechnet wurde. Letztere ist die Geschwindigkeit am *Ende* des aktuellen Zeitintervalls.[13]

Wenn die Rechnerausstattung in genügender Anzahl zur Verfügung steht, sollte man an dieser Stelle zur Gruppenarbeit übergehen und alle Schüler das letzte Modell nachbauen lassen. Variationen sind den Schülern offengestellt, z.B. auch dem zweiten Radfahrer eine Beschleunigung zu verleihen. Die Schüler haben am Beginn praktische Probleme zu überwinden. Sie müssen den handwerklichen Umgang mit dem Modellbildungssystem lernen, z.B. wie man eine Modellgröße aktiviert, um sie zu definieren, wie man eine Grafik erstellt usw. Die Gewöhnung daran dauert jedoch nur bei wenigen Schülern länger als eine Unterrichtsstunde. Danach überwiegt die Arbeit an den Modellstrukturen. Der Lehrer sollte die Gruppen immer wieder dazu anhalten, die Modellstrukturen in Worte zu fassen, zu erläutern und zu begründen. Schüler tendieren dazu, möglichst schnell Grafiken und Tabellen zu erzeugen und sich weniger über die Modellstrukturen zu unterhalten. Zu den Aufgabenstellungen muß daher gehören, das Modell schriftlich zu erläutern.

---

[13] Viele käufliche Simulationsprogramme berechnen die Veränderung einer Zustandsgröße mit dem *neuen* Wert der Änderungsrate, statt mit der Änderungsrate, die im vorhergehenden Zeitintervall ermittelt wurde. Dies ist zwar strenggenommen ein Verstoß gegen das Euler-Verfahren, hat aber Vorteile bei Schwingungsvorgängen, da so ein „Aufschaukeln“ der Amplituden vermieden wird.

v2 = 8; a = 0.5; Δt = 1;

Formel: v2*Δ(t)

t	Δv1	v1	Δs1	s1	Δs2	s2
:t+Δt	a*Δ(t)	:v1+Δv	:v1*Δ(	:s1+Δs	v2*Δ(t	:s2+Δs
0		4		30		0
1	0.5	4.5	4	34	8	8
2	0.5	5	4.5	38.5	8	16
3	0.5	5.5	5	43.5	8	24
4	0.5	6	5.5	49	8	32
5	0.5	6.5	6	55	8	40
6	0.5	7	6.5	61.5	8	48
7	0.5	7.5	7	68.5	8	56
8	0.5	8	7.5	76	8	64
9	0.5	8.5	8	84	8	72

t	v 1	s 1	s 2
0	4,00	30,00	0,00
1	4,50	34,00	8,00
2	5,00	38,50	16,00
3	5,50	43,50	24,00
4	6,00	49,00	32,00
5	6,50	55,00	40,00
6	7,00	61,50	48,00
7	7,50	68,50	56,00
8	8,00	76,00	64,00
9	8,50	84,00	72,00
10	9,00	92,50	80,00
11	9,50	101,50	88,00
12	10,00	111,00	96,00

Tab 5.3 Datentabellen zum erweiterten Radfahrer-Verfolgungsmodell, links Berechnung „per Hand“, rechts die STELLA-Tabelle.

Im Anschluß an die Modellierungsphase können wieder Realexperimente stehen. Man kann z.B. eine t(s)-Meßreihe zur Anfahrbewegung eines Radfahrers erstellen, der „voll in die Pedale tritt“, d.h. so stark wie möglich beschleunigt. In guter Näherung ermittelt man daraus eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung — die natürlich wieder modelliert werden kann.

Weitere Anregungen, im Mechanikunterricht fortzufahren, werden in einer Unterrichtsfallstudie in Kapitel 15 gegeben. Folgende Aspekte der Einführung sollen nochmals hervorgehoben werden:

- Das gewählte Beispiel „Radfahren“ stand in unmittelbaren Zusammenhang mit den im Sachgebiet Kinematik anstehenden Unterrichtsthemen. Es war nicht speziell unter Modellbildungsaspekten konstruiert.
- Die Einführung der systemdynamischen Konzepte Zustandsgröße und insbesondere *Rate* diente gleichzeitig dazu, den Kern physikalischer Begriffe — Geschwindigkeit und Beschleunigung — zu verdeutlichen.
- Auf ein Herausstellen der „Klempner-Metaphorik“ von STELLA wurde verzichtet.
- Modellbildung und Experiment waren aufeinander bezogen. Die im Modell behandelten Phänomene hatten einen für die Schüler erkennbaren Zusammenhang zum experimentellen Teil des Unterrichts.
- Die Schüler konnten im einzelnen nachvollziehen und nachrechnen, wie der Computer zu seinen Vorhersagen kommt. Die Schüler sollen erkennen, daß das Modellbildungssystem physikalisch ein unbeschriebenes Blatt ist. Das Programm führt nur das aus, was bei der Formulierung des Modells von den Nutzern, Schülern und Lehrer, eingegeben wurde.
- Die Bedienung des Modellbildungsprogramms wurde so früh wie möglich in die Hände der Schüler gelegt. Dies gilt sowohl im Klassenunterricht als auch für Gruppenarbeit.

Die Einführungsphase umfaßt einen Zeitraum von ca. 5 bis 8 Unterrichtsstunden, einschließlich der Experimente, der Einführung der Begriffe (Intervall-) Geschwindigkeit und Beschleunigung sowie der Tabellenberechnungen. Der Aufwand ist nicht zu hoch, insbesondere wenn man bedenkt, daß dabei die Physik mindestens den gleichen Stellenwert hatte wie die Systemdynamik. Es kommt in der Folge darauf an, systemdynamische Modellbildung im weiteren Fortgang des Unterrichts *wiederkehrend* zu nutzen, um physikalische Sachverhalte zu klären.

Teil II

Die Modelle

6. Einführung

7. Kräfte und Bewegungen

8. Regentropfen, Fallschirmspringer und Meteoriten
Bewegungen mit Strömungsreibung

9 Planeten, Raumkapseln und Ionen: Bewegungen in Feldern

10. Mechanische Schwingungen

11. Spule und Kondensator im Stromkreis

12. Radioaktiver Zerfall

13. Energie

6. Einführung

Das Einführungskapitel des zweiten Buchteils gibt einen Überblick über die Konzeption der Materialien und beschreibt die wichtigsten Einsatzbereiche systemdynamischer Modellierungen im Physikunterricht. Die nachfolgenden Modellpakete zeigen das Einsatzspektrum exemplarisch auf.Die Sammlung ist keine daher vollständige Modellbibliothek, sondern ein Bestand an Kernstrukturen physikalischer Modelle aus verschiedenen Sachgebieten, die noch vielfältig variiert und für komplexere Phänomene fortentwickelt werden können. Die konkrete Realisierung systemdynamischer Modelle im Unterricht muß den aktuell dort auftretenden Fragestellungen und Vorschlägen der Schüler angepaßt werden.

6.1 Konzeption der Materialien

Die Modellpakete in den folgenden Kapiteln sollen die Unterrichtsvorbereitung *unterstützen*, ohne den Unterricht auf bestimmte Themen, Behandlungsweisen oder Abfolgen *festzulegen*. Sie sind nicht als geschlossene Unterrichtseinheiten oder Rezepte für die Gestaltung einzelner Stunden zu verstehen. In den Materialien wird ein *Spektrum von Möglichkeiten* aufgezeigt, wie das Werkzeug Modellbildungssystem sich in autonom zu gestaltende Unterrichtszusammenhänge einordnen läßt. Die Materialien geben dem Lehrer die Sicherheit, *daß* ein lauffähiges Modell zum jeweiligen Themenbereich existiert. Sie bieten eine Orientierung bei der Unterrichtsvorbereitung und ein „Auffangnetz“ beim eigenständigen Arbeiten. Bei konsequenter Nutzung der Flexibilität und Offenheit von Modellbildungssystemen werden die dann im Unterricht erstellten Modelle jedoch ein anderes Aussehen haben als die Musterbeispiele. Sie werden sich strukturell — z.B. durch geringere oder höhere Komplexität der Phänomenbeschreibung — zumindest aber in der Anordnung und Benennung der im Modell berücksichtigten Größen davon unterscheiden. Ein erfolgreicher Unterrichtsverlauf im Sinne der didaktischen und methodischen Hinweise in Teil I zeichnet sich dadurch aus, daß das interaktiv im Unterricht erarbeitete Modell gerade *nicht* so aussieht, wie sein abgedrucktes Vorbild.

Merkmale einer offenen Lernumgebung liegen darin, daß

- Fragestellungen und/oder Lösungsansätze nicht fest vorgegeben sind, sondern von Lehrern und Schülern gemeinsam entwickelt werden,
- Modelle im Klassenunterricht oder in Gruppenarbeit interaktiv am Computer schrittweise selbst erstellt werden,
- spezifische Schwierigkeiten in der Lerngruppe bei der begrifflichen Erfassung eines Problems auch in „falschen“ Modellen deutlich und diskutiert werden,
- „unübliche“ Problemvarianten, die im Lehrbuch nicht behandelt sind, zugelassen und bearbeitet werden.

Dem angestrebten Werkzeugcharakter des Computereinsatzes würden genaue Angaben zum Zeitbedarf, zur Formulierung von Aufgabenstellungen oder zu einzelnen Schritten bei der Konstruktion eines Modells im Unterricht widersprechen. Völlig mißverstanden wäre die Idee der computergestützten Modellbildung, wenn der Lehrer fertige Modelle von Diskette als Simulationsprogramme startet.

6.2 Physikalische Inhaltsbereiche systemdynamischer Modellbildung

Die Modellbeispiele in Teil II stammen aus folgenden Sachgebieten:

- Mechanik: Kinematik, Dynamik, Reibungsphänomene, Planetenbewegungen,
- Schwingungen: mechanische Pendel, elektrischer Schwingkreis
- Elektrodynamik: Kondensator, Spule, Wechselstromkreis
- Kernphysik: Rutherford-Streuung, radioaktiver Zerfall

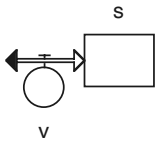
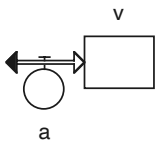
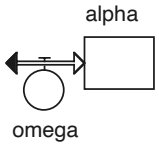
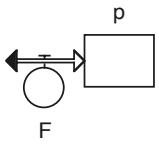
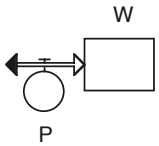
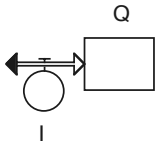
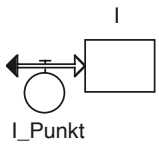
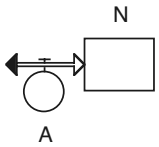
Die Auswahl zeigt die wichtigsten Einsatzfelder systemdynamischer Modellbildungssoftware: Behandelt wird die *zeitliche* Entwicklung physikalischer Größen (Zustandsgrößen), deren *Änderungsraten* funktional beschrieben werden können. Den Änderungen liegen kausale Antriebe zugrunde. In vielen Beispielen wird der Bewegungszustand eines Körpers (Ort und Geschwindigkeit bzw. Impuls) unter dem Einfluß von Kräften (Änderungsraten: Verformungskraft, Gravitationskraft, Coulombkraft) behandelt.

Systeme, deren Zustand sich zeitlich nicht verändert, oder Systeme, für die eine geschlossene Beschreibung vorliegt, aus der sich unter gesetzten Randbedingungen alle Systemgrößen funktional herleiten lassen, sind für systemdynamische Betrachtungen nicht sinnvoll. Ein Beispiel ist die Berechnung von Stromstärke und Spannungsabfällen bei einem Gleichstromkreis mit konstanten Ohmschen Widerständen mit Hilfe der Kirchhoffschen Regeln. Baut man jedoch einen Kondensator in den Stromkreis ein und untersucht den Ladevorgang, dann ist eine systemdynamische Modellierung wiederum angebracht, um die zeitliche Entwicklung des Ladungszustands des Kondensators zu ermitteln. Schon der Einschaltvorgang bei einer Glühlampe ist systemdynamisch untersuchenswert, da der Widerstand des Glühfadens temperatur- und damit zeitabhängig ist.

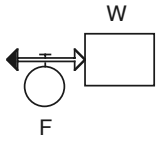
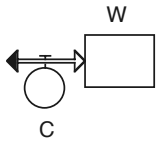
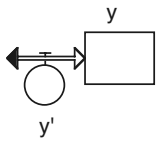
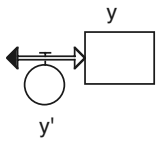
Tabelle 6.1 zeigt im Überblick wichtige Paare von Zustandsgrößen und Änderungsraten, die in systemdynamischen Modellen für den Physikunterricht auftreten. Die Liste ist einfach erweiterbar, z.B. um Drehmoment→Drehimpuls oder Winkelbeschleunigung→Winkelgeschwindigkeit.

Obwohl systemdynamische Betrachtungen in aller Regel *zeitliche* Entwicklungen eines Systems betreffen, lassen sich auch andere Laufparameter als die Zeit verwenden (s. Tab. 6.2). Man muß dazu allerdings „t“ und „dt“ bzw. „Δt“ in die entsprechenden Parameter, z.B. den Ort „s“ und die Verschiebung „ds“ bzw. „Δs“ umdeuten. Die Rate ist dann keine *zeitliche* Änderungs-Intensität mehr, sondern z.B. auf die Änderung der Zustandsgröße bei kleinen Verschiebungen Δs bezogen. In den Modellgleichungen von STELLA kann das Symbol nicht verändert werden.

Die beiden unteren Zeilen in Tabelle 6.2 leiten über zu Betrachtungen, bei denen *mathematische* Objekte mit Hilfe eines Modellbildungssystems untersucht werden. Der Verlauf einer Funktion, d.h. eines mathematischen Objekts, kann mit der numerischen Lösung von Differentialgleichungen vorhergesagt werden. Dieses Verfahren läßt sich bis hin zur Quantenphysik einsetzen, um dort Wellenfunktionen für Atom- und Molekülzustände zu berechnen (s. Niedderer 1990). Auf einem solchen Wege wären auch optische Phänomene modellierbar, wenn man die allgemeine Wellengleichung in zwei Differenzengleichungen erster Ordnung aufsplittet. Für das *begriffliche* Verständnis von Brechung, Beugung und Interferenz trüge das jedoch wenig bei. Das Modellbildungssystem nimmt dann eher die Funktion einer Rechenhilfe ein, ohne die physikalisch-begrifflichen Zusammenhänge zu veranschaulichen.

Änderungsrate	Symbol	Zustand	Beispiel
Geschwindigkeit $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$		Ort (ggf. Komponente) $s_{(t)} = s_{(t-\Delta t)} + v_{(t-\Delta t)} \cdot \Delta t$	geradlinige und gekrümmte Bewegungen (in Komponenten) z.B. Wurf
Beschleunigung $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$		Geschwindigkeit (ggf. Komponente) $v_{(t)} = v_{(t-\Delta t)} + a_{(t-\Delta t)} \cdot \Delta t$	geradlinige und gekrümmte Bewegungen (in Komponenten) z.B. freier Fall
Winkel-geschwindigkeit $\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}$		Drehwinkel $\alpha_{(t)} = \alpha_{(t-\Delta t)} + \omega_{(t-\Delta t)} \cdot \Delta t$	Drehbewegungen z.B. Fadenpendel
Kraft $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$		Impuls (ggf. Komponente) $p_{(t)} = p_{(t-\Delta t)} + F_{(t-\Delta t)} \cdot \Delta t$	Impulsänderungen durch beliebige Kräfte
Leistung $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$		Energie $W_{(t)} = W_{(t-\Delta t)} + P_{(t-\Delta t)} \cdot \Delta t$	Energieflüsse (mechanisch, elektrisch usw.)
Stromstärke $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$		elektrische Ladung $Q_{(t)} = Q_{(t-\Delta t)} + I_{(t-\Delta t)} \cdot \Delta t$	Ladungsänderung z.B. Kondensatorladung / -entladung
Strom-änderung $\dot{I} = \frac{\Delta I}{\Delta t}$		Stromstärke $I_{(t)} = I_{(t-\Delta t)} + \dot{I}_{(t-\Delta t)} \cdot \Delta t$	Ein- und Ausschalten des Spulenstroms, z.B. $\dot{I} = -\frac{R \cdot I}{L}$
Aktivität $A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$		Kern-Anzahl (Mutterkerne bzw. Tochterkerne) $N_{(t)} = N_{(t-\Delta t)} + A_{(t-\Delta t)} \cdot \Delta t$	Radioaktive Zerfallsprozesse

Tab. 6.1 Beispiele für physikalische Kernstrukturen dynamischer Modelle.

Änderungsrate	Symbol	Zustand	Beispiel
Kraft $F = \frac{\Delta W}{\Delta s}$		Arbeit $W_{(s)} = W_{(s-\Delta s)} + F_{(s-\Delta s)} \cdot \Delta s$	Spannen einer Feder Arbeit gegen Reibungskräfte
Wärme-kapazität $C = \frac{\Delta W}{\Delta T}$		Wärme $W_{(T)} = W_{(T-\Delta T)} + C_{(T-\Delta T)} \cdot \Delta T$	thermische Energieübertragung von warmem in kalten Körper
Steigung, Gradient $y' = \frac{\Delta y}{\Delta x}$		Funktionswert $y_{(x)} = W_{(x-\Delta x)} + F_{(x-\Delta x)} \cdot \Delta x$	Stehende Wellen z.B. auf Seilen, Membranen
Krümmung $y'' = \frac{\Delta y'}{\Delta x}$		Steigung $y_{(x)} = W_{(x-\Delta x)} + F_{(x-\Delta x)} \cdot \Delta x$	Stehende Wellen z.B. auf Seilen, Membranen

Tab. 6.2 Beispiele für nicht-zeitliche Dynamiken von Modellen.

7. Kräfte und Bewegungen

Die Untersuchung der Bewegung von Körpern unter dem Einfluß unterschiedlichster Kräfte ist das Haupteinsatzfeld systemdynamischer Modellbildung im Physikunterricht. Aus der Vielzahl möglicher Modelle wird eine Auswahl mechanischer Phänomene präsentiert, in denen die Grundstruktur der Newtonschen Dynamik deutlich hervortritt. Auch in späteren Kapiteln wird immer wieder auf diese Grundstruktur zurückgegriffen — auch bei Phänomenen, die nicht im engeren Sinne zur Mechanik gezählt werden (z.B. Rutherford-Streuung).

7.1 Struktur der Newtonschen Dynamik

Die Untersuchung von Bewegungen unter dem Einfluß von Kräften im Rahmen der Newtonschen Dynamik kann man in einer Kurzform auf das folgende Programm bringen:

Bestimme die auf einen Körper wirkenden Kräfte und berechne daraus seine Bahnkurve.

Nichts anderes steckt in den Grundgleichungen

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{1}{m} \cdot \sum \vec{F}_i \quad [1] \qquad \text{bzw.} \qquad d\vec{p} = \sum \vec{F}_i \cdot dt \quad [2].$$

Die zweite Form bringt stärker zum Ausdruck, daß die Kraft über einen gewissen Zeitraum *wirken* muß, um eine Impuls- und damit Bewegungsänderung hervorzurufen. Die erste Form zeigt, daß es *mathematisch* darum geht, eine Differentialgleichung zweiter Ordnung zu integrieren, bzw. 2 Differentialgleichungen erster Ordnung.

Das gegenläufige Suchprogramm, dem die Überzeugung zugrundliegt, daß einer Änderung des Bewegungszustandes eines Körpers *immer* eine wirkende Kraft zugrundeliegt, wird in der Gleichung $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ [3] ausgedrückt. Dabei ist zu beachten, daß $\vec{F}$ für die *resultierende* Kraft steht. Aus der Gesamtbeschleunigung kann man nicht auf die einzelnen wirkenden Kräfte zurückschließen.

Die in den Differentialgleichungen [1] bzw. [2] beschriebene Lösungsstrategie gilt für beliebige Körper (elektrisch geladen/nicht geladen, magnetisch/nicht magnetisch ...) unter dem Einfluß beliebiger (Gravitations-, Reibungs-, Verformungs-, Coulomb-, ...) Kräfte. Die Newtonsche Dynamik ist damit nicht nur für die Bewegung von Äpfeln, die vom Baum fallen, oder Experimentierwagen auf Luftkissenbahnen zuständig, sondern ebenso für Elektronen in Braunschen Röhren oder α-Teilchen bei der Rutherfordstreuung. Lediglich die Einzelkräfte unterscheiden sich. Im Physikunterricht entsteht für Schüler oft ein anderer Eindruck. Sie sehen die Newtonsche Dynamik auf „mechanische“ Bewegungen im engeren Sinn eingeschränkt. Schon die Planetenbahnen sind etwas Eigenständiges. Das „F“ in F=m·a wird mit dem „F“ in $F=g \cdot m \cdot M/r^2$ (Gravitationskraft) qualitativ auf eine Stufe gestellt. Es handelt sich im Schülervorverständnis lediglich um zwei verschiedene Arten von Kräften. Die eine bezieht sich auf Fahrzeugbeschleunigungen, die andere auf die Gravitationsanziehung. Die Bedeutung der Universalaussage [2] geht in der Vielzahl anderer Formeln unter.

Der Einsatz eines Modellbildungssystems kann dazu beitragen, im Unterricht die Kernstruktur der Newtonschen Dynamik [1] stärker zu betonen. Das Problemlösungsschema ...

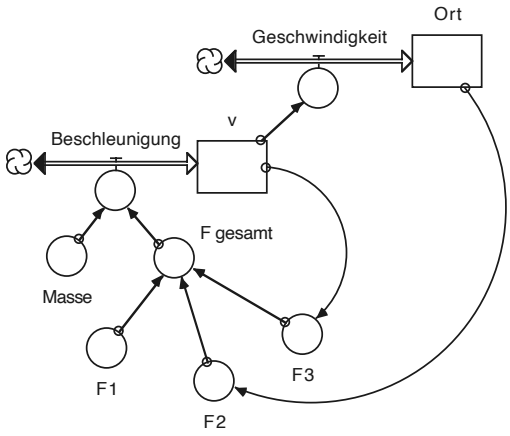
Bestimme die auf einen Körper wirkenden Kräfte und berechne daraus seine Bahnkurve.

... kommt in der wiederkehrenden Grundstruktur $F_i \rightarrow F_{ges} \rightarrow a \rightarrow v \rightarrow s$ zum Ausdruck, die in unterschiedlich komplexer Form alle folgenden Modelle der Beispielsammlung prägt. Es läßt sich daran herausarbeiten, daß die Grundbeziehung [1] zusammen mit den Definitionen von Geschwindigkeit $\vec{v} = \dot{\vec{s}}$ und Beschleunigung $\vec{a} = \dot{\vec{v}}$ das wesentliche Rüstzeug für die Bearbeitung von Bewegungen und Kräften darstellt. Einge der vorgestellten Modelle werden in den folgenden Kapiteln wieder aufgegriffen und themenspezifisch verfeinert. Ein erprobter Unterrichtsgang durch das Themengebiet Mechanik wird in Teil III vorgestellt.

7.2 Das Newtonsche Grundmodell

Bevor ausgehend von einfachen kinematischen Beispielen die Modellierung von Bewegungsvorgängen schrittweise entwickelt wird, soll das Newtonsche Grundmodell vollständig vorgestellt werden. Abbildung 7.1 ist von unten nach oben folgendermaßen zu lesen (auf eine Vektorschreibweise wird verzichtet):

- Auf einen Körper wirken mehrere Einzelkräfte F_i ein, die als *Einflußgrößen* ○ modelliert sind.
- Die Beschleunigung des Körpers ergibt sich aus der Summe der Einzelkräfte F_gesamt[14] und der Masse m: $a=F_{ges}/m$
- Die Beschleunigung ist anschaulich gesehen die *Intensität* der Geschwindigkeitsänderung, oder anders ausgedrückt die *Änderungsrate* der Geschwindigkeit: $a=\Delta v/\Delta t$. Die Beschleunigung wird daher als Rate ⧖ kategorisiert.
- Die Geschwindigkeit v ändert sich im Zeitintervall Δt um einen bestimmten Wert $\Delta v = a \cdot \Delta t$. Dieser wird zur vorhandenen Geschwindigkeit v hinzuaddiert.
- Geschwindigkeit v und Ort beschreiben den Bewegungszustand des Körpers. Sie werden als *Zustandsgrößen* □ modelliert.



7.1 Newtonsches Grundmodell mit Geschwindigkeit und Ort als Zustandsgrößen.

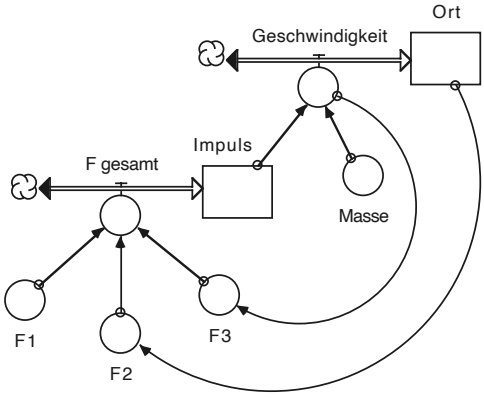
- Die Geschwindigkeit ist ihrerseits die *Intensität* der Änderung der Ortes. Sie tritt daher im Zusammenhang mit dem Ort als Änderungs*rate* auf. In einem Zeitintervall Δt bewirkt die Geschwindigkeit eine Ortsänderung von $\Delta s = v \cdot \Delta t$. Diese wird zur vorhandenen Ortskoordinate s hinzuaddiert.
- Geschwindigkeit v und Ort können auf Einzelkräfte F_i einwirken. Damit werden Rückkopplungsschleifen in das Modell eingebaut. F_2 kann z.B. eine ortsabhängige elastische Kraft (Feder) sein und F_3 eine geschwindigkeitsabhängige Reibungskraft, während F_1 für eine konstante Gewichtskraft steht.

Die im folgenden gezeigten Modelle sind einfacher als das vollständige Grundmodell, da nicht immer mehrere Kräfte berücksichtigt werden müssen. Dafür treten zahlreichere Einflußgrößen auf, um die eingehenden Systemparameter (z.B. Konstanten) explizit hervorzuheben. Abbildung 7.2 zeigt ein alternatives Newtonsches Grundmodell, bei dem neben dem Ort der Impuls als Zustandsgröße auftritt. Die Kraft tritt als *Änderungsrate* des Impulses auf ($F=\Delta p/\Delta t$). Die Modellstruktur entspricht der Grundgleichung [2].

---

[14] Bei einer mehrdimensionalen Bewegung muß jede Komponente einzeln behandelt werden: F_{1x}, F_{2x}, F_{3x}, $F_{gesamt\,x}$; F_{1y}, F_{2y}, ...

Der Vorteil dieses Modells liegt darin, daß die Geschwindigkeit nicht in einer Doppelfunktion als Zustandsgröße und Rate vorkommt. Allerdings wird in der Kinematik üblicherweise mit der Geschwindigkeit statt mit dem Impuls gearbeitet. Die Kraft kann dann nicht als sukzessive Erweiterung des kinematischen Modells zu einem dynamischen Modell hinzugefügt werden. Außerdem ist es in vielen Fällen interessant, neben Geschwindigkeit und Position des Körpers auch die Beschleunigung in einer Grafik darzustellen. Diese muß dann aus Gesamtkraft und Masse zurückgerechnet werden.



7.2 Grundmodell mit Impuls und Ort.

7.3 Kinematik

Bei rein kinematischen Modellen beschränkt sich die Modellstruktur auf den Teil a→v→s. Als Einführungsbeispiel eignet sich die Bewegung eines Radfahrers, der geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit eine Strecke durchfährt. Einfache kinematische Beispiele wurden bereits in Kapitel 5 gezeigt. Ihre Grundstruktur lautet:

- Die Beschleunigung ist die Änderungsrate der Geschwindigkeit. Sie ändert in einem Zeitintervall Δt den Wert der Zustandsgröße Geschwindigkeit v um $\Delta v = a \cdot \Delta t$.
- Die Geschwindigkeit ihrerseits ist die Änderungsrate des Ortes. Sie ändert in einem Zeitintervall Δt den Wert der Zustandsgröße Ort s um $\Delta s = v \cdot \Delta t$.

Beim Wurf wird zusätzlich eine Komponentenzerlegung in zwei Dimensionen notwendig. Dies wirkt sich im Modell durch eine Verdopplung der Struktur a→v→s aus. Das Simulationsdiagramm zeigt, daß die beiden Teilmodelle für die x- und die y-Komponente völlig voneinander entkoppelt sind. Die Vertikalbeschleunigung a_vertikal hat den Wert der Erdbeschleunigung (-9,81 m/s^2), die Horizontalbeschleunigung ist konstant Null. Um die Anfangsbedingungen komfortabel eingeben zu können, sind die entsprechenden Größen gesondert aufgeführt. Bei STELLA ist es möglich, die Startwerte von Zustandsgrößen aus anderen Modellparametern zu berechnen — im vorliegenden Fall aus Start_Geschwindigkeit und Start_Winkel.

Eine Anwendung findet das Wurf-Modell beim *Kugelstoßen*. Man kann daran problematisieren, ob ein Abwurfwinkel α=45° der optimale Winkel ist. Abbildung 7.4 zeigt Simulationsergebnisse für drei verschiedene Abwurfwinkel. Die Skalierung ist auf die Umgebung des Auftreffpunkts abgestimmt, so daß Unterschiede in den erzielten Weiten deutlich werden. Unter den Startbedingungen Start_Geschwindigkeit=14 m/s; Start_Höhe=2 m ergibt sich die größte Wurfweite unter einem Start_Winkel von ca. 42°. Im Vergleich zu 45° wird eine etwa 6 cm größere Weite erreicht.

Am Beispiel Kugelstoß kann man einen Vergleich zwischen den physikalischen Erkenntnissen ziehen, die sich aus einem analytischen und einem numerischen Vorgehen gewinnen lassen. Das Modell ist in seiner Struktur unabhängig von einer eventuellen Höhendifferenz zwischen Abwurf- und Auftreffpunkt. Während die analytische Lösung unter der Annahme, daß die beiden Punkte auf einer Höhe liegen, mathematisch wesentlich einfacher ist als ohne diese Vereinfachung, hat der Gesichtspunkt für die Modellierung und Simulation keine Bedeutung. Die physikalische Struktur des Modells bleibt einfach und kommt mit wenigen grundlegenden Beziehungen aus.

Eine Aussage über den Abwurfwinkel, der zur größten Wurfweite führt, läßt sich bei einer numerischen Behandlung dadurch gewinnen, daß man mehrere Modellläufe unter verschiedenen Startbe-

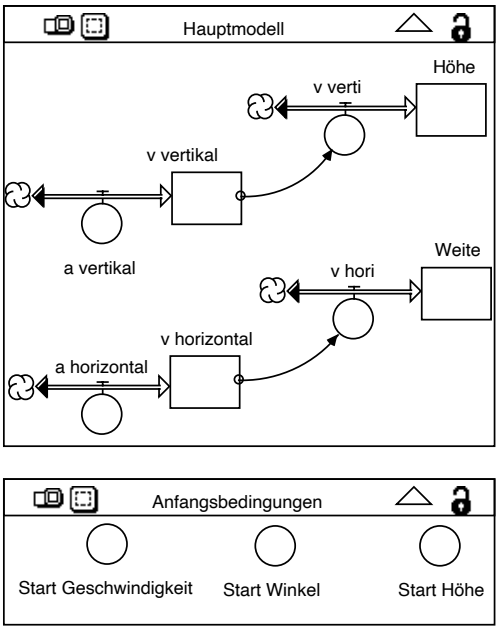
dingungen durchführt und aus dem x-y-Diagramm oder einer Tabelle die jeweiligen x-Werte für y=0 abliest. Eine Variation von α in der Nähe von 42° ergibt bei einer Abwurfgeschwindigkeit von 14 m/s jedoch sehr eng beieinanderliegende Werte. Unterschiede lassen sich nur mit Hilfe einer starken Spreizung des Auftreffbereichs auf der x-Achse und bei feiner zeitlicher Auflösung erkennen. Man wird bei einem solchen Probieren kaum erkennen, daß der optimale Winkel sowohl von der Höhendifferenz h als auch von der Abwurfgeschwindigkeit v abhängt. Es läßt sich jedoch zeigen, daß der in Lehrbüchern herausgestellte Winkel von α=45° ein Sonderfall ist, der nur unter der Annahme gilt, daß Abwurf- und Auftreffpunkt auf einer Höhe liegen (und der Luftwiderstand vernachlässigt wird).

Die analytische Herleitung ergibt für den besten Wurfwinkel $\alpha_{\max}$ und die maximale Wurfweite $l_{\max}$:

$$ctg\ \alpha_{\max} = \sqrt{1 + \frac{2gh}{v^2}} \quad ; \quad l_{\max} = \frac{v^2}{g} ctg\ \alpha_{\max}$$

Die Herleitung dieser Beziehungen erfordert einigen Aufwand, der nur in mathematisch leistungsstarken Lerngruppen zu erwägen ist. So bleibt eine quantitative Behandlung des Phänomens in der Regel aus und man beschränkt sich auf den vereinfachten Fall. Die an sich einfache Physik des Phänomens steht bei einer analytischen Behandlung in der Gefahr, durch den mathematischen Aufwand überdeckt zu werden. Andererseits klärt erst die analytisch gewonnene Beziehung für $\alpha_{\max}$ das Problem allgemeingültig. Man kann damit abschätzen, welche sportlichen Leistungen physikalisch möglich sind bzw. ob der optimale Winkel sich tatsächlich realisieren läßt (vgl. Sexl 1982).

Während bei der computergestützten Modellbildung am Phänomen Kugelstoß der Schwerpunkt auf den einfachen physikalischen Prinzipien liegt und konkrete Fälle ohne besonderen mathematischen Aufwand berechenbar sind, führt die analytische Betrachtung zu tieferen Einsichten über die funktionalen Zusammenhänge zwischen Abwurfgeschwindigkeit, Abwurfwinkel und Höhendifferenz.



7.3 Modell zum schrägen Wurf.

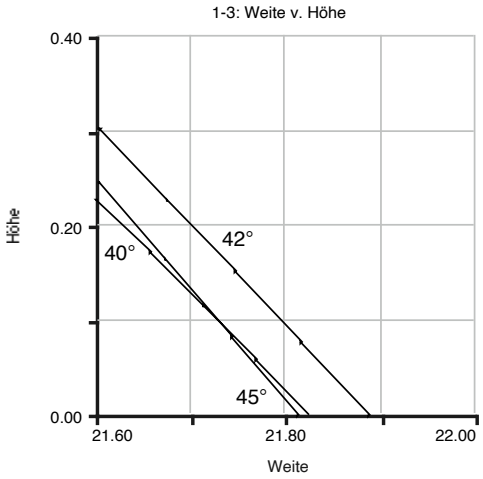
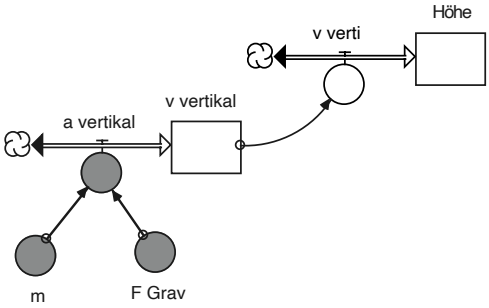


Abb. 7.4: Simulationsergebnis für drei unterschiedliche Winkel.

7.4 Dynamik

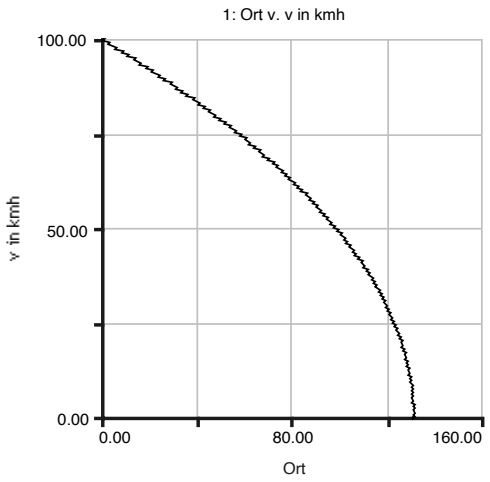
Der Übergang zur Berücksichtigung von Kräften kann anhand der Frage erfolgen „Wovon hängt die Beschleunigung eines Körpers ab?“. Beim Wurfmodell wird die Vertikalbeschleunigung durch die Gravitationskraft bewirkt. Läßt man den Luftwiderstand außer acht, wirkt in der horizontalen Richtung keine Kraft und damit keine Beschleunigung. Die Modellstruktur wird durch Einbeziehung der Gravitationskraft behutsam erweitert. Aus der kinematischen Struktur a→v →s wird die dynamische Grundstruktur (F,m)→a →v→s.

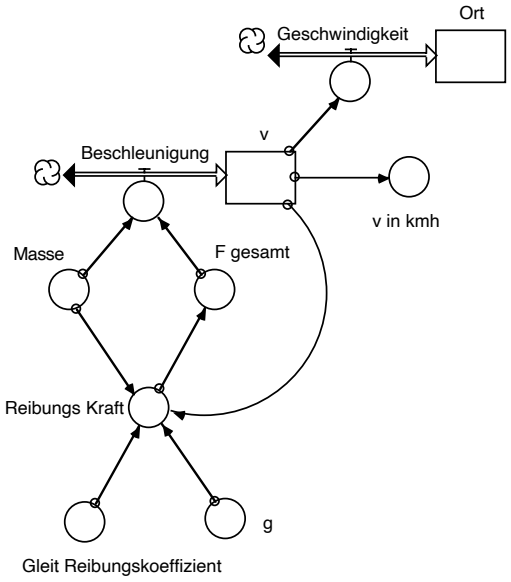


7.5 Erweiterung der kinematischen zur dynamischen Grundstruktur im Wurfmodell.

7.4.1 Vollbremsung

Im folgenden Beispiel wird die Vollbremsung eines PKWs untersucht. Die Grundstruktur (F,m)→a →v→s ist klar erkennbar. Im Modell wird als Einzelkraft nur eine konstante Bremskraft angenommen. Die Luftreibung wird noch nicht berücksichtigt. Die Reibungskraft hängt vom Fahrzeuggewicht und dem Reibungskoeffizienten ab. Es wird mit einem Gleitreibungsfaktor von 0,3 gearbeitet (blockierende Reifen auf trockenem Asphalt). Der Einfluß der Masse hebt sich im vorliegenden Fall zwar wieder auf (wegen a=F/m), es ist aber dennoch sinnvoll, die Masse in das Modell einzubauen, um die Grundstruktur beizubehalten. Außerdem muß die Einflußgröße Masse in späteren Modellerweiterungen ohnehin berücksichtigt werden. Die Rückkopplungsschleife von v zur Reibungs_Kraft sorgt dafür, daß bei Erreichen von v=0 die Reibungskraft auch auf Null gesetzt wird. (Das Auto würde sonst durch Betätigung des Bremspedals wieder in Fahrt gebracht.) Für solche Abbruchbedingungen stellt STELLA logische Funktionen bereit (IF ... THEN ... ELSE, NOT, AND, OR).





7.6 Modell „Vollbremsung“ mit Simulationsergebnis.

7.4.2 Anfahren mit Vollgas

Das Modell soll nun für den *Beschleunigungsvorgang* umgestaltet werden: Anfahren mit Vollgas. Da im wesentlichen der Geschwindigkeitsverlauf interessiert, ist die Orts-Komponente im kinematischen Teil weggelassen. Diesmal sind zwei Einzelkräfte zu berücksichtigen. Die Motor_Kraft und die HaftReibungs_Kraft. Die Reibungskraft begrenzt die für die Beschleunigung des PKWs zur Verfügung stehende Antriebs_Kraft. Größer als die HaftReibungs_Kraft kann die Antriebs_Kraft nicht sein — unabhängig davon, wie groß die Motor_Kraft ist.

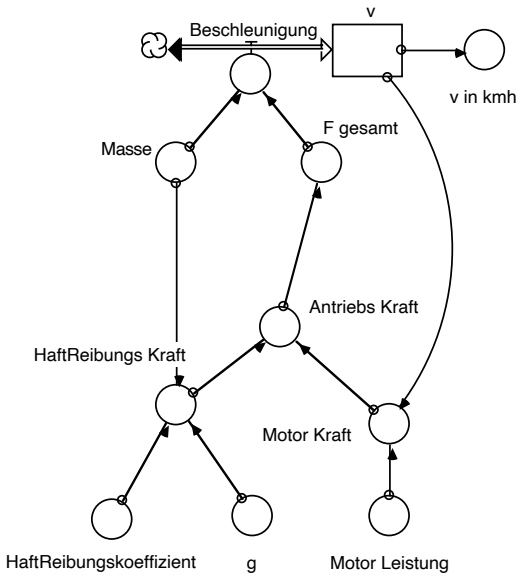
Die Motor_Kraft ergibt sich aus der Motor_Leistung (F=P/v). Die Leistung bei einem PKW ist jedoch nicht konstant, sondern drehzahlabhängig. Die Drehzahl hängt wiederum mit der Geschwindigkeit und dem Getriebe (Übersetzung, Gänge) zusammen. Man muß sich entscheiden, wie realitätsnah bzw. komplex das Modell gestaltet werden soll. Unter extensiver Ausnutzung fortgeschrittener STELLA-Funktionen ließe sich ein technisch orientiertes Modell entwickeln, bei dem die Physik jedoch in den Hintergrund träte. Der einfachste Ansatz besteht in der Annahme einer konstanten Motor_Leistung. Er führt bereits zu recht realistischen Ergebnissen. Für die Ermittlung der Endgeschwindigkeit kann die Nennleistung (55 kW) eingesetzt werden. Für den Beschleunigungsvorgang von 0 auf 100 km/h kann nicht diese maximale Leistung angesetzt werden, sondern eine mittlere Leistung (z.B. 30 kW). Man beachte, daß die Antriebs_Kraft nicht konstant ist, trotz konstanter Motor_Leistung.Daten über Querschnittsfläche, Luftwiderstandsbeiwert, Motorleistung und Leistungskurve lassen sich aus Auto-Prospekten ermitteln. Das Modell basiert auf den Daten für einen VW-Passat mit 55 kW (75 PS).

Ein Simulationslauf mit diesem Modell führt zu unrealistischen Ergebnissen. Die Geschwindigkeit steigt kontinuierlich an und erreicht viel zu hohe Werte. Das Modell ist dem Realphänomen nicht angepaßt. Als wesentlicher Faktor muß der Luftwiderstand einbezogen werden. (Lager- und Rollreibungskräfte sind demgegenüber vernachlässigbar.). Abbildung 7.8 zeigt eine entsprechend erweiterte Modellstruktur.

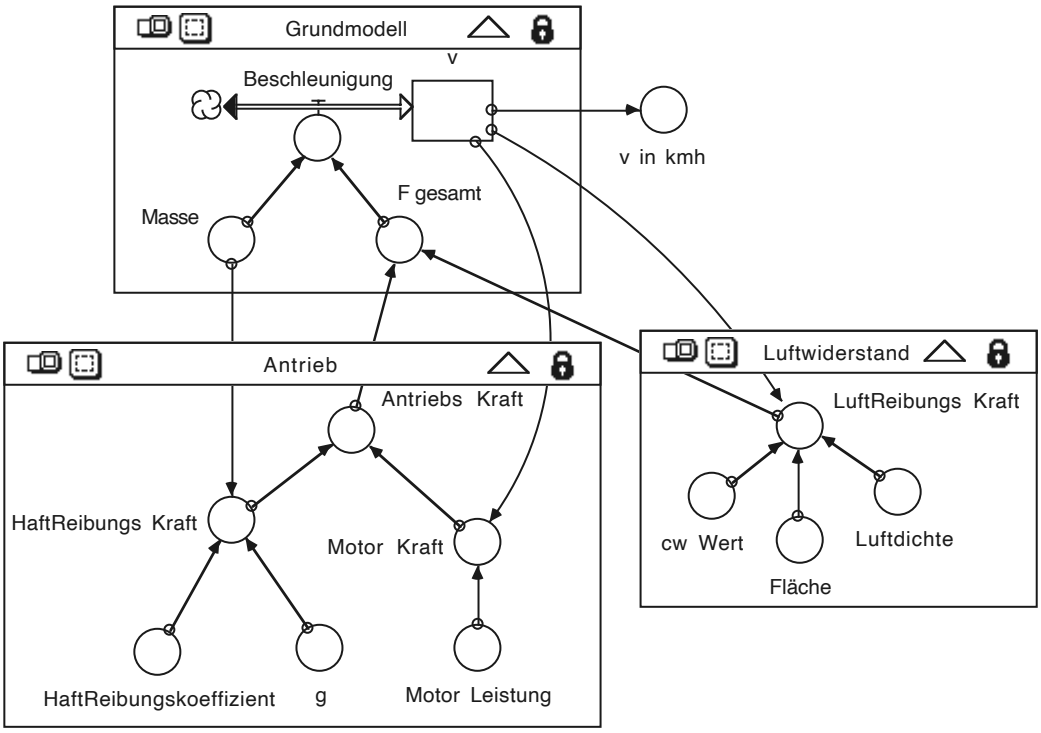
Die LuftReibungs_Kraft ist geschwindigkeitsabhängig ($F \sim v^2$). Als Parameter sind die Luftdichte, die Querschnittsfläche des PKWs und der Luftwiderstandsbeiwert (c_W-Wert) einzubeziehen.

Die Beschleunigungszeit beträgt für den VW Passat (55 kW) laut Herstellerangaben ca. 16s für 0 auf 100 km/h. Die Höchstgeschwindigkeit wird mit ca. 160 km/h angegeben. Das Modell kommt angesichts der sehr einfachen Annahmen (nur der Luftwiderstand wird berücksichtigt) zu einer befriedigenden Übereinstimmung.

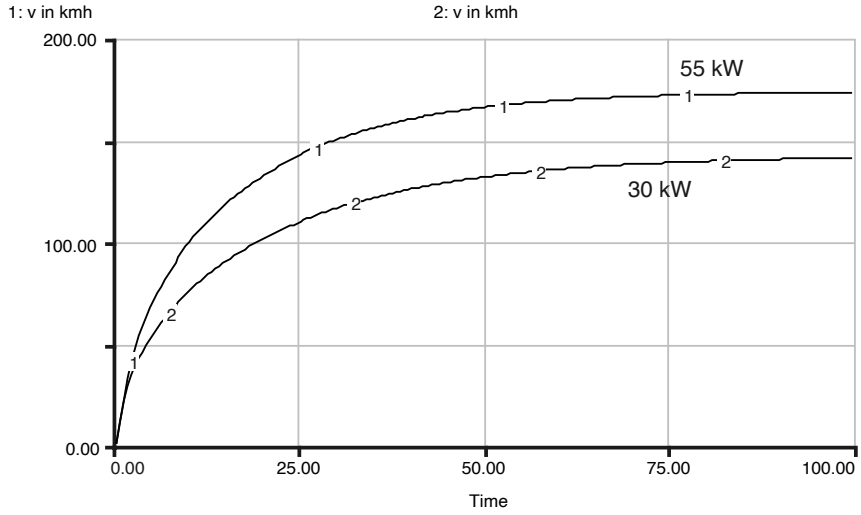
Das dynamische Grundmodell konnte unter Beibehaltung seiner Kernstruktur schrittweise ausgebaut und verfeinert werden. Das Programm lautete „Bestimme die wirkenden Kräfte und berechne daraus die Bahnkurve“. Das Grundmodell und das Programm wird noch in vielen anderen Varianten Verwendung finden.



7.7 Anfahren mit Vollgas.



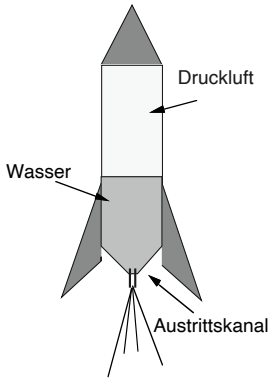
7.8 Ergänzung der Modellstruktur um eine Luftwiderstands-Komponente.



7.9 Anfahrvorgang mit Luftwiderstand.

7.4.3 Raketenstart

Das Modell beschreibt die Bewegung einer vertikal abgeschossenen, wasserbetriebenen Modellrakete, wie sie in vielen Physiksammlungen anzutreffen ist. Im Unterschied zu den bisherigen Modellen wird die alternative Newtonsche Grundstruktur mit der *Zustandsgröße Impuls* verwendet. Unter Punkt 15.9 wird gezeigt, daß man das Phänomen auch im Rahmen des sonst verwendeten Newtonschen Modells erfassen kann und dann mit einer einfacheren Struktur auskommt. Die hier angestellte Impulsbetrachtung trägt dafür stärker zur inhaltlichen Klärung des Impulsbegriffs bei.



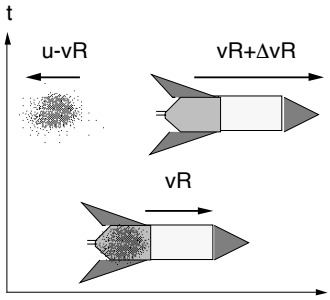
7.10 Rakete, mit Wasser und Druckluft betrieben.

Betrachtet man den Vorgang zunächst vereinfacht ohne äußere Krafteinwirkung, also ohne Einfluß der Gravitationskraft, so kann man aus dem Impulserhaltungssatz folgende Überlegung ableiten (s.a. Abb. 7.11):

- Die Rakete hat vor dem Ausstoß einer Treibstoffportion Δm im ruhenden Bezugssystem der Erde einen Impuls $m \cdot v_R$. Der Gesamtimpuls von Treibstoff und Rakete (Strukturmasse plus Resttreibstoff) bleibt bei Abwesenheit äußerer Kräfte erhalten.
- Die ausgestoßenen Treibstoffportionen nehmen jeweils einen bestimmten Impuls $\Delta m \cdot v_T$ mit, der mit umgekehrtem Vorzeichen der (Rest-) Rakete hinzugefügt werden muß, um den Gesamtimpuls zu erhalten.
- Die Treibstoffgeschwindigkeit v_T im ruhenden Bezugssystem der Erde ist die Differenz der Strahlgeschwindigkeit u *relativ zur Rakete* und der jeweiligen Geschwindigkeit der Rakete. Daraus ergibt sich als Betrag des *ausgetauschten Impulses*:

$$\Delta p = v_T \cdot \Delta m = (u - v_R) \cdot \Delta m \quad \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = (u - v_R) \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

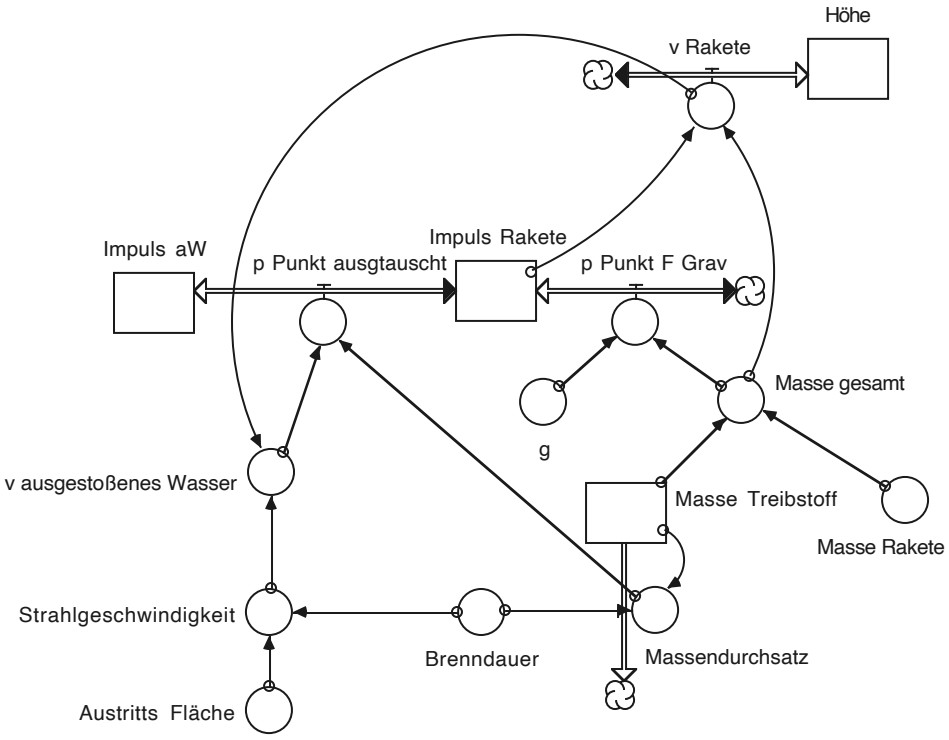
Dies ist die Impulsänderungsrate sowohl der Rakete als auch gegensinnig der außerhalb der Rakete angesammelten Treibstoffmasse. Der Quotient $\Delta m/\Delta t$ wird als Massendurchsatz bezeichnet.



7.11 Geschwindigkeiten von Rakete und Treibstoffportion vor und nach dem Ausstoßen im Bezugssystem Erde. u ist die Strahlgeschwindigkeit des Wassers relativ zur Rakete. (vgl. Gross-Berhag 1981, 85)

Im Modell wird vorrangig die zeitliche Entwicklung des Impulses der *Rakete* betrachtet. Im Gravitationsfeld ist als zweite Impulsänderungsrate die Gewichtskraft in das Modell einzubauen. Während in den bisherigen Modellen die Masse konstant war, ist diesmal die in der Rakete befindliche Treibstoffmasse eine Zustandsgröße, deren Betrag mit der Änderungsrate Massendurchsatz abnimmt. Die zeitlich variable Gesamtmasse geht in die Gravitationskraft und in die Berechnung der Geschwindigkeit aus dem Impuls ein.

Zur vereinfachten Anpassung des Modells an experimentelle Parameter sind die „Brenndauer“ des „Raketenmotors“ und die Fläche des Austrittskanals gesondert aufgeführt. Die Parameter können aus dem Experiment, bis auf die Massen, nur grob abge-



7.12 Modellierung der Raketenbewegung auf Basis des zwischen Treibstoff (ausgestoßenes Wasser aW) und Rakete ausgetauschten Impulses und der Impulsänderung durch die Gravitationskraft.

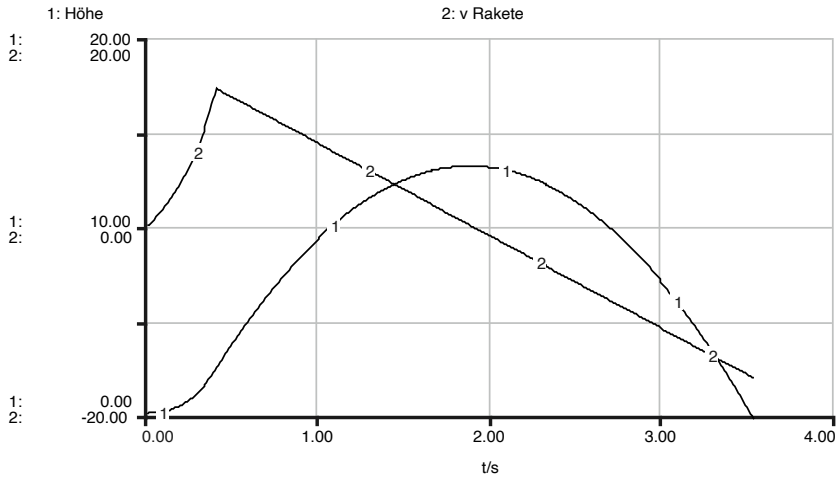
schätzt werden. Mit einer Wasserfüllung von 50 g steigt die Rakete (Masse ohne „Treibstoff“ 27 g) etwa 20m hoch und erreicht nach ca. 4 s wieder den Boden. Die „Brenndauer“ liegt unterhalb einer halben Sekunde. Unter der vereinfachenden Annahme einer konstanten Austritts_Geschwindigkeit ergibt sich:

- Wasserfüllung: 50 g $\Rightarrow$ Volumen: $V = 5 \cdot 10^{-5}$ m^3
- Durchmesser des Austrittskanals ca. 0,003 m fi Querschnitt $A \approx 7 \cdot 10^{-6}$ m^2
- „Brenndauer“ $\Delta t \approx 0{,}4$ s $\Rightarrow$ Austrittsgeschwindigkeit $v = V/(A \cdot \Delta t) \approx 18$ m/s

Die Geschwindigkeit steigt während der „Brenndauer“ nicht-linear an. Nach „Brennschluß“ geht die Rakete in den freien Fall über. Die quantitativen Simulationsergebnisse hängen sehr sensibel von der Brenndauer ab, die experimentell schwer zu bestimmen ist. Eine Brenndauer von 0,5 Sekunden führt z.B. zu einer maximalen Bahnhöhe von nur noch ca. 7 m.

Das Modell kann unter Beibehaltung seiner Grundstruktur für die Beschreibung der Vorgänge bei Mehrstufenraketen fortentwickelt werden. Vorschläge dazu finden sich in Bethge (1991).

Man kann den Vorgang aber auch anders beschreiben, wenn man von der allgemeinen Definition der Impulsänderungsrate ausgeht:



7.13 Vorhersage der Raketenbewegung (Brenndauer=0,4 s).

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta(m \cdot v)}{\Delta t} = v \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} + m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\text{bzw.:} \quad \dot{p} = v \cdot \dot{m} + m \cdot \dot{v} = v \cdot \dot{m} + \Sigma F_i$$

Der Impuls der Rakete ändert sich also einerseits durch die Massenverlustrate multipliziert mit der jeweiligen Raketengeschwindigkeit und andererseits durch die Einwirkung von Kräften auf die Rakete (Gravitationskraft und Schubkraft). Die *Schubkraft* kann man folgendermaßen abschätzen:

- Aus der Rakete tritt pro Zeiteinheit Δt eine Massenportion Δm mit der Strahlgeschwindigkeit u aus.
- Um die Massenportion Δm relativ zur Rakete auf die Geschwindigkeit u zu beschleunigen ist eine beschleunigende Kraft F erforderlich:

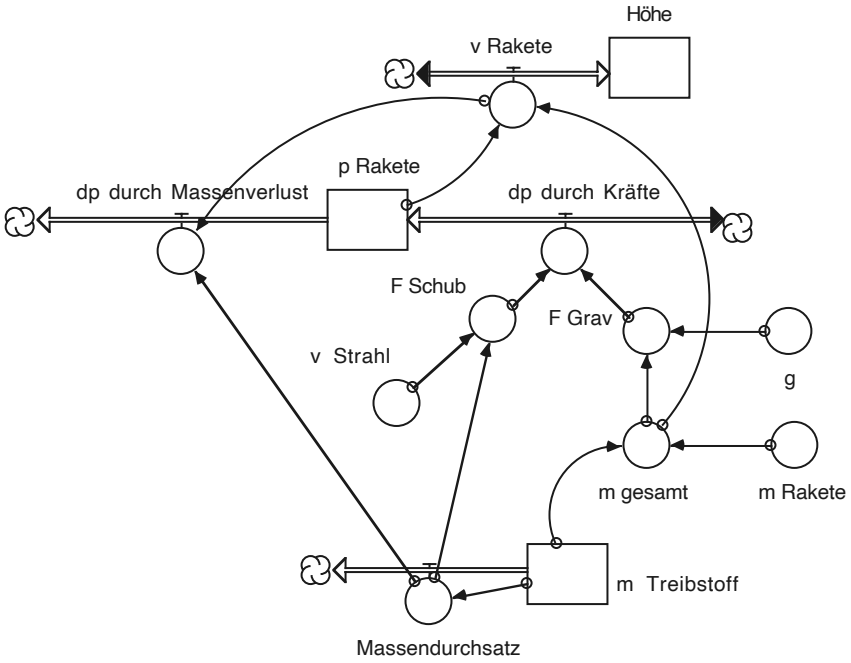
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{u}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow F = \Delta m \cdot a = \frac{\Delta m \cdot u}{\Delta t} = u \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

- Dies ist die Kraft, mit der die Treibstoffportion beschleunigt wird. Die Reaktionskraft dazu ist die Schubkraft auf die Rakete.

$$F_{\rightarrow Treibstoff} = -F_{\rightarrow Rakete}$$

Neben der Gravitationskraft und der Schubkraft ist, wie oben bereits angesprochen, bei der Bilanzierung der Impulsänderung auch der Impulsverlust der Rakete aufgrund der austretenden Massenportion zu berücksichtigen. Die alternative Modellstruktur wird in Abbildung 7.14 gezeigt.



7.14 Alternative Modellierung der Raketenbewegung auf Basis der Impulsänderungen durch die einwirkenden Kräfte und den Verlust in Form der austretenden Massenportion.

7.5 Modellgleichungen

Vollbremsung

```
Ort(t) = Ort(t - dt) + (Geschwindigkeit) * dt
INIT Ort = 0 {m}
INFLOWS:
   Geschwindigkeit = v
v(t) = v(t - dt) + (Beschleunigung) * dt
INIT v = 100 {km/h} /3.6 {m/s}
INFLOWS:
   Beschleunigung = F_gesamt/Masse
F_gesamt = -Reibungs_Kraft
g = 9.81 {m/s^2}
Gleit_Reibungskoeffizient = 0.3
Masse = 1300 {kg}
Reibungs_Kraft = IF v>0 THEN Masse*g*Gleit_Reibungskoeffizient ELSE 0
v_in_kmh = v*3.6 {km/h}
```

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 12$; $\Delta t = 0.01$; Euler

Wurf

Anfangsbedingungen

- Start_Geschwindigkeit = 14 {m/s}
- Start_Höhe = 2 {m}
- Start_Winkel = 42 {Grad}

Hauptmodell

- Höhe(t) = Höhe(t - dt) + (v_verti) * dt
  INIT Höhe = Start_Höhe
  INFLOWS:
  - v_verti = v_vertikal
- v_horizontal(t) = v_horizontal(t - dt) + (a_horizontal) * dt
  INIT v_horizontal = Start_Geschwindigkeit*COS(Start_Winkel/180*PI)
  INFLOWS:
  - a_horizontal = 0 {m/s^2}
- v_vertikal(t) = v_vertikal(t - dt) + (a_vertikal) * dt
  INIT v_vertikal = Start_Geschwindigkeit*SIN(Start_Winkel/180*PI)
  INFLOWS:
  - a_vertikal = -9.81 {m/s^2}
- Weite(t) = Weite(t - dt) + (v_hori) * dt
  INIT Weite = 0 {m}
  INFLOWS:
  - v_hori = v_horizontal

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 4$; $\Delta t = 0.01$; Runge-Kutta-2

Vollgas

Antrieb

- Antriebs_Kraft = IF (Motor_Kraft>HaftReibungs_Kraft)
  THEN HaftReibungs_Kraft
  ELSE Motor_Kraft
- g = 9.81 {m/s^2}
- HaftReibungskoeffizient = 0.6
- HaftReibungs_Kraft = Masse*g*HaftReibungskoeffizient
- Motor_Kraft = Motor_Leistung/v
- Motor_Leistung = 55000 {W}

Grundmodell

- v(t) = v(t - dt) + (Beschleunigung) * dt
  INIT v = 0 {m/s}
  INFLOWS:
  - Beschleunigung = F_gesamt/Masse
- F_gesamt = Antriebs_Kraft+LuftReibungs_Kraft
- Masse = 1300 {kg}

Luftwiderstand

- cw_Wert = 0.3
- Fläche = 2.5 {m^2}
- Luftdichte = 1.3 {kg/m^3}
- LuftReibungs_Kraft = -0.5*cw_Wert*Fläche*Luftdichte*v^2

Not in a sector

- v_in_kmh = v*3.6 {km/h}

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 100$; $\Delta t = 0.5$; Euler

Rakete (Impulsänderung, Schubkraft)

Höhe(t) = Höhe(t - dt) + (v_Rakete) * dt
INIT Höhe = 0
INFLOWS:
v_Rakete = p_Rakete/m_gesamt

m_Treibstoff(t) = m_Treibstoff(t - dt) + (- Massendurchsatz) * dt
INIT m_Treibstoff = 0.05 {kg}
OUTFLOWS:
Massendurchsatz = IF m_Treibstoff>0 THEN 0.125 {kg/s} ELSE 0

p_Rakete(t) = p_Rakete(t - dt) + (dp_durch_Kräfte - dp_durch_Massenverlust) * dt
INIT p_Rakete = 0 {kg*m/s}
INFLOWS:
dp_durch_Kräfte = F_Schub+F_Grav
OUTFLOWS:
dp_durch_Massenverlust = Massendurchsatz*v_Rakete

F_Grav = m_gesamt*g
F_Schub = Massendurchsatz*v_Strahl
g = -9.81 {m/s^2}
m_gesamt = m_Rakete+m_Treibstoff
m_Rakete = 0.027 {kg}
v_Strahl = 17.7 {m/s}

$T_{Start} = 0;\ T_{End} = 4;\ \Delta t = 0.01;$ Euler

Rakete (Impulserhaltung)

Höhe(t) = Höhe(t - dt) + (v_Rakete) * dt
INIT Höhe = 0
INFLOWS:
v_Rakete = Impuls_Rakete/Masse_gesamt

Impuls_aW(t) = Impuls_aW(t - dt) + (p_Punkt_ausgtauscht) * dt
INIT Impuls_aW = 0
INFLOWS:
p_Punkt_ausgtauscht = Massendurchsatz*v_ausgestoßenes_Wasser

Impuls_Rakete(t) = Impuls_Rakete(t - dt) + (p_Punkt_F_Grav - p_Punkt_ausgtauscht) * dt
INIT Impuls_Rakete = 0 {kg*m/s}
INFLOWS:
p_Punkt_F_Grav = Masse_gesamt*g
OUTFLOWS:
p_Punkt_ausgtauscht = Massendurchsatz*v_ausgestoßenes_Wasser

Masse_Treibstoff(t) = Masse_Treibstoff(t - dt) + (- Massendurchsatz) * dt
INIT Masse_Treibstoff = 0.05 {kg}
OUTFLOWS:
Massendurchsatz = IF Masse_Treibstoff>0
THEN 0.05/Brenndauer {50g Treibstoff}
ELSE 0 {kg/s}

Austritts_Fläche = PI*0.0015^2 {1,5mm Radius der Austrittsfläche}
Brenndauer = 0.4 {s}
g = -9.81 {m/s^2}
Masse_gesamt = Masse_Rakete+Masse_Treibstoff
Masse_Rakete = 0.027 {kg}
Strahlgeschwindigkeit = -0.05E-3/(Austritts_Fläche*Brenndauer)
v_ausgestoßenes_Wasser = Strahlgeschwindigkeit+v_Rakete

$T_{Start} = 0;\ T_{End} = 4;\ \Delta t = 0.01;$ Euler

8. Regentropfen, Fallschirmspringer und Meteoriten: Bewegungen mit Strömungsreibung

Reibung ist im Alltag ein allgegenwärtiges Phänomen. Im Physikunterricht spielen energieverzehrende Reibungskräfte jedoch kaum eine Rolle. Der Grund liegt weniger im physikalischen Anspruchsniveau der Beschreibung solcher Beispiele als im erforderlichen mathematischen Aufwand. Die vorgestellten Modelle sollen das Gebiet für den Unterricht besser erschließen.

Der Einfluß von Reibungskräften auf den Ablauf von Bewegungen wird im Physikunterricht meist unter dem Aspekt eines *Widerstands* behandelt. Dissipative Reibungskräfte — Roll-, Gleit- oder Strömungsreibung — behindern das ungestörte Fortkommen eines Körpers und führen schließlich zum Stillstand. Reibung erscheint als etwas „Negatives". Die „positiven" Effekte von Reibungskräften werden nicht genügend gewürdigt. Ohne die Haftreibung wäre eine Fortbewegung im Alltag gar nicht möglich. Die Grenze zwischen Haft- und Gleitreibung erfährt man als Fußgänger, Rad- oder Autofahrer schmerzlich, wenn eine Bananenschale, Glatteis oder Aquaplaning die Bewegung unkrontollierbar machen. Mit Hilfe der Gleitreibung wird ein abgestufter Bremsvorgang technisch steuerbar (z.B. bei Scheiben- und Trommelbremsen). Die Aufzehrung von Bewegungsenergie durch Reibungswiderstände in Flüssigkeiten oder Gasen ist in vielen Fällen ein gewünschter, technisch angestrebter Effekt. Man denke an Stoßdämpfer oder Sprunggruben im Schwimmbad. Und schließlich: Was wäre, wenn die uns umgebende Luft keine Strömungsreibung auf Blätter oder Regentropfen ausüben würde, so daß diese gleichmäßig beschleunigt auf uns niederfallen könnten?

Reibung ist in seinen vielfältigen, aus Alltagssicht „negativen" und „positiven" Effekten ein wichtiges Phänomen unserer Umwelt. Gemessen an den Unterrichtsanteilen finden jedoch die gleichförmige und gleichmäßig beschleunigte Bewegung — also Bewegungsformen, bei denen entweder von Reibungseffekten abstrahiert oder von einem konstanten Verhältnis von Antriebs- und Reibungskräften ausgegangen wird — im Physikunterricht eine deutlich größere Beachtung gegenüber ungleichmäßig beschleunigten Bewegungen, bei denen die resultierende Kraft zeitlich variiert.

Computergestützte Modellbildung kann den Unterricht hier voranbringen. Durch Entlastung vom mathematischen Aufwand algebraischer oder analytischer Lösungen tritt die grundlegende physikalische Struktur der dissipativen Reibungsphänomene in den Vordergrund. Gleichzeitig können quantitative Aussagen gewonnen und diskutiert werden. Die Beispiele haben einen stärkeren Bezug zur natürlichen und technischen Umwelt.

Das Modellpaket behandelt Beispiele aus dem Bereich der Strömungsreibung. Für die Beschreibung von Haft-, Gleit- und Rollreibung ist der Einsatz eines Modellbildungssystems weniger wichtig, da die auftretenden Kräfte in der Regel konstant sind. Bei den hier behandelten Fällen ist die Reibungskraft dagegen vom Ort, der Geschwindigkeit oder der Zeit abhängig. Einführend werden Bewegungen von kleinen Kugeln in zähen Flüssigkeiten und von Papierkegeln in Luft beschrieben. Über die Betrachtung eines Torwartabstoßes (schräger Wurf) werden dann die vom Phänomen her interessanteren Themen Fallschirmspringen und Meteoritenfälle ausführlich erörtert. Vorangestellt werden einige physikalische Grundlagen.

8.1 Kräfte bei der Strömungsreibung

Bewegungen von Körpern in Flüssigkeiten oder Gasen zählen zum Gebiet der Hydrodynamik. Ohne hier näher auf Herleitungen einzugehen (s. z.B. Pohl 1982, 142) gelten zwei grundlegende Gleichungen für die Berechnung der Reibungskräfte:

- für die *laminare*, d.h. wirbelfreie Umströmung kleiner Kugeln:

  $F_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$ [1]

  F_R : (Stokessche) Reibungskraft
  η : Viskosität des Mediums
  r : Radius der Kugel
  v : Relativgeschwindigkeit Körper/Medium

- für die *turbulente*, d.h. verwirbelte Umströmung von Körpern:

  $F_R = 1/2\ c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$ [2]

  c_w : Widerstandsbeiwert
  A : größte angeströmte Querschnittsfläche
  ρ : Dichte des Mediums

Das Kriterium für die Entscheidung, ob von einer laminaren oder einer turbulenten Strömung auszugehen ist, liegt in der *Reynoldsschen Zahl* Re. Darin ist das Verhältnis von Beschleunigungsarbeit und Reibungsarbeit ausgedrückt. Bei hohen Reynoldszahlen überwiegt die Arbeit zur Beschleunigung der Teilchen des Mediums durch den angeströmten festen Körper (vgl. Pohl 1982, 143). Niedrige Reynoldszahlen bedeuten, daß relativ mehr Arbeit zur Kompensation der Verluste notwendig ist, die durch Reibung innerhalb des Mediums entstehen.

- Reynoldssche Zahl:

  $Re = W_{Beschl}/W_{Reib} = l \cdot v \cdot \rho / \eta$ [3]

  l : charakteristische Länge (z.B. Kugeldurchmesser)

Die Stokessche Gleichung [1] $F_R \sim v$ gilt für niedrige Reynoldszahlen, z.B. für kleine Kügelchen mit niedriger Geschwindigkeit in Luft (Re<1). Wo die Grenze zwischen laminarer und turbulenter Strömung verläuft, kann in Abhängigkeit von den Strömungsverhältnissen nur experimentell bestimmt werden. Bei Geschwindigkeiten nahe der Schallgeschwindigkeit nimmt die Reibungskraft in der Luft stärker als mit v^2 zu. Im allgemeinen gilt für die Reibungskraft in Luft die Beziehung [2] $F_R \sim v^2$. Der aus der Automobilwerbung bekannte dimensionslose c_W-Wert (Widerstandsbeiwert) ist abhängig von der Körpergeometrie, der Geschwindigkeit, der Oberflächenbeschaffenheit und der Kantenbeschaffenheit des Körpers. Man findet in der Literatur daher teilweise unterschiedliche Angaben für eine bestimmte Körperform. Einige Richtwerte lauten:

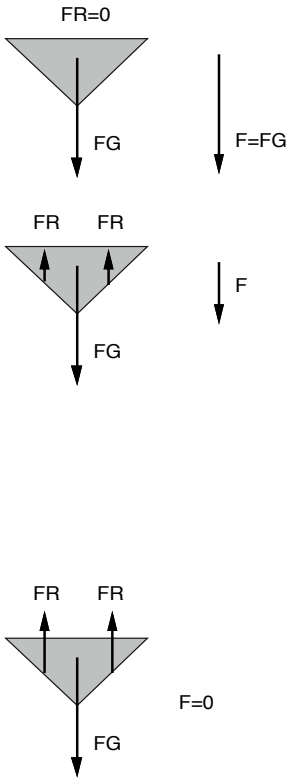
- Kugel: $c_w = 0{,}3 \ldots 0{,}5$ (abhängig von der Reynoldszahl)
- Halbkugel, an der flachen Seite angeströmt: offen: $c_w = 1{,}3 \ldots 1{,}6$; geschlossen: $c_w = 1{,}2$
- Halbkugel an der Rundung angeströmt: offen: $c_w = 0{,}34$; geschlossen $c_w = 0{,}4$
- dünne Platte: $c_w = 1{,}1 \ldots 2{,}0$ (je nach Verhältnis Länge/Breite)
- Stromlinienkörper: $c_w = 0{,}05$

Da die Grenze zwischen laminarer und turbulenter Strömung nicht scharf verläuft, sind die Berechnungsvorschriften [1] und [2] oder weitere Annahmen der Art $F_R \sim v^n$ stets Näherungen. Zudem ist der Luftwiderstandsbeiwert selbst wieder eine Funktion der Reynoldszahl und damit der Ge-

schwindigkeit. Bei Kreisscheiben ist ein *konstanter* c_w-Wert z.B. erst ab Reynolds-Zahlen über 10^5 zu erwarten. Bei kleinen Geschwindigkeiten und damit kleinen Reynolds-Zahlen kann der c_w-Wert deutlich über 2 liegen. Dies ist zu beachten, wenn ein Modell an die Bedingungen eines dazu durchgeführten Experiments angepaßt werden soll.

Zu diesen systematischen Problemen kommen jeweils Spielräume bei der Festlegung der Querschnittsfläche oder der Körperform. Diese Probleme sind jedoch für Untersuchungen solcher Phänomene, die nicht unter streng kontrollierten Laborbedingungen ablaufen, nicht ungewöhnlich. Die Beispiele zeigen, daß dennoch qualitativ richtige Beschreibungen erzeugt werden können, die zumindest näherungsweise real gemessene Parameter reproduzieren.

Das physikalisch Interessante an der Untersuchung von Bewegungen mit Strömungsreibung ist die Rückkopplung der Geschwindigkeit auf die Beschleunigung. Bei Fallbewegungen in einem Medium beschleunigt zu Beginn allein die Gravitationskraft den fallenden Körper. Mit zunehmender Fallgeschwindigkeit steigt die der Bewegung entgegengesetzte Reibungskraft, bis schließlich die resultierende Kraft Null wird und der Körper mit konstanter Geschwindigkeit fällt (vgl. Abb. 8.1 zum Fall von Papierkegeln). Durch eine Gleichsetzung von Gravitations- und Reibungskraft läßt sich die Endgeschwindigkeit einfach berechnen. Über den Bewegungsverlauf bis zu diesem stabilen Zustand hin sind zumindest mit schulischen Mitteln dagegen keine quantitativen Aussagen zu ermitteln. Das gilt auch für den Zeitpunkt, ab dem die Beschleunigung praktisch Null erreicht, und den Ort, an dem dies geschieht.



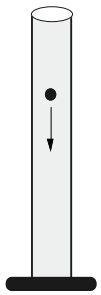
8.1 Kräfte beim Fall eines Papierkegels.

8.2 Metallkügelchen in zäher Flüssigkeit

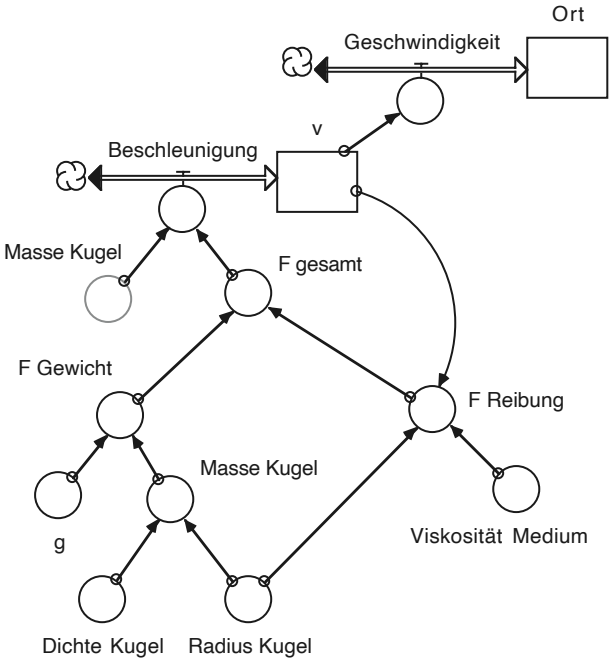
Ein einfaches Beispiel, das sich im Schulexperiment behandeln läßt, ist der Fall von Stahlkügelchen in einer zähen Flüssigkeit, z.B. in Glycerin. Ein Wert für die Reynoldszahl von Re ≈ 3 ergibt sich aus der Abschätzung mit folgenden Daten:

- ρ ≈ 1260 kg/m³ (Dichte von Glycerin bei 20°C)
- η ≈ 1,7 Ns/m² (Viskosität von Glycerin bei ca. 20°C)
- l ≈ 0,01 m (Kugeldurchmesser)
- v ≈ 0,4 m/s

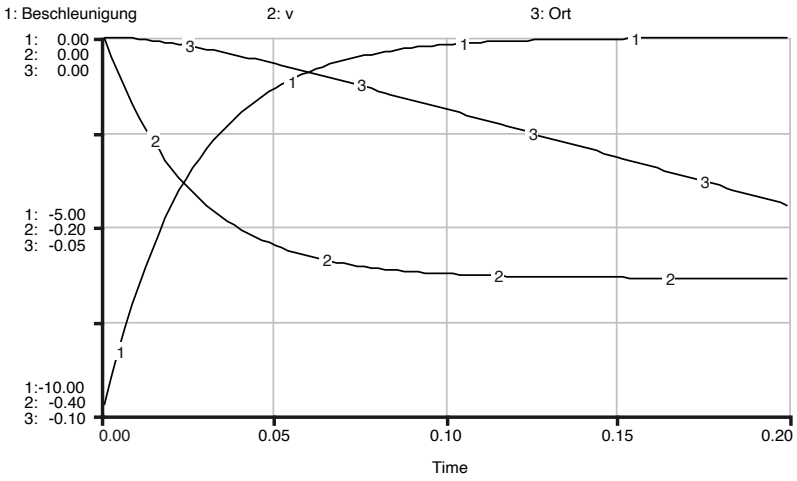
Re ist klein genug, um von einer laminaren Strömung auszugehen, für die $F_R \sim v$ gilt. Das Modell in Abbildung 8.2 enthält die dynamische Grundstruktur Kraft→(Fall-) Beschleunigung→ Geschwindigkeit→Ort (Höhe). Die Gesamtkraft, die auf die Kugel wirkt, setzt sich zusammen aus der Gewichtskraft und der Stokesschen Reibungskraft mit ihren jeweiligen Einflußgrößen. Eine Auftriebskraft wird im Modell nicht berücksichtigt (Dichteverhältnis von Stahl zu Glycerin ca. 7:1).



8.2 Eine Stahlkugel fällt in einem Zylinder mit Glycerin.



8.2 Modell zur Stokesschen Reibung.



8.4 Vorhersage für den Fall einer Stahlkugel in Glycerin.

Das Ergebnisdiagramm (Abb. 8.4) zeigt, daß die Kugel unter den eingestellten Randbedingungen bereits nach ca. 0,2 s ihre Endgeschwindigkeit erreicht hat und danach gleichförmig fällt. Die Gewichtskraft wird dann durch die Strömungsreibung kompensiert.

Ähnliche Verhältnisse gelten in Luft bzw. Wasserdampf für feine Wassertröpfchen, die in Wolken kondensieren (Durchmesser einige μm). Sie sinken nur sehr langsam nach unten und verdunsten an der Unterseite der Wolke (vgl. Pohl 1982, 142). Bei einem Tröpfchendurchmesser oberhalb von ca. 100 μm fallen die Tröpfchen als Nieselregen aus. Die Reynoldszahlen erreichen dann den kritischen Wert für Kügelchen in Luft (Re>1), ab dem die Stokessche Gleichung nicht mehr gilt. Mit den Annahmen ...

ρ = 1,3 kg/m^3 (Luftdichte)

η = 1,8·10^{-5} Ns/m^2 (Viskosität von Luft bei 20°C)

l = 1·10^{-4} m (Tröpfchendurchmesser)

v = 0,3 m/s

...überschreitet die Reynoldszahl mit Re≈2 zwar den kritischen Wert. Wendet man für eine Abschätzung dennoch das obige Modell an, so ergibt sich eine Endgeschwindigkeit von ca. 30 cm/s.

8.3 Papiertrichter

Der Fall von Papiertrichtern in Luft kann als Modellexperiment zur Bewegung von Fallschirmspringern betrachtet werden. Das Experiment läßt sich im Treppenhaus der Schule durchführen, wenn das Hauptaugenmerk auf die lange Phase der gleichförmigen Bewegung gelegt wird. Interessant ist jedoch auch die Frage, welchen Verlauf die Bewegung in ihrer Anfangsphase bis zum Erreichen einer konstanten Fallgeschwindigkeit nimmt. Um die Beschleunigungsphase zu verlängern, kann man den Papiertrichter mit Knetwachs beschweren. Messungen sind möglich, wenn man den Fall stroboskopisch oder mit einer Videokamera längs eines Maßstabs aufnimmt und auswertet. Die s(t)-Daten in Tabelle 8.1 sind einer Photoserie über den Fall von Papierkegeln in einem Schulbuch (Gross-Berhag 1982, 92) entnommen. Sie zeigen, daß die Beschleunigungsphase bereits nach einer knappen Sekunde abgeschlossen ist.

Für die Modellierung ist die Frage entscheidend, ob man von einer Reibungskraft $F_R \sim v^2$ oder $F_R \sim v$ ausgeht. Die Reynoldszahl läßt sich abschätzen aus:

ρ = 1,3 kg/m^3 (Luftdichte)

η = 1,8·10^{-5} Ns/m^2 (Viskosität Luft)

l = 0,07 m (Öffnungsradius des Trichters)

v = 2 m/s (Endgeschwindigkeit)

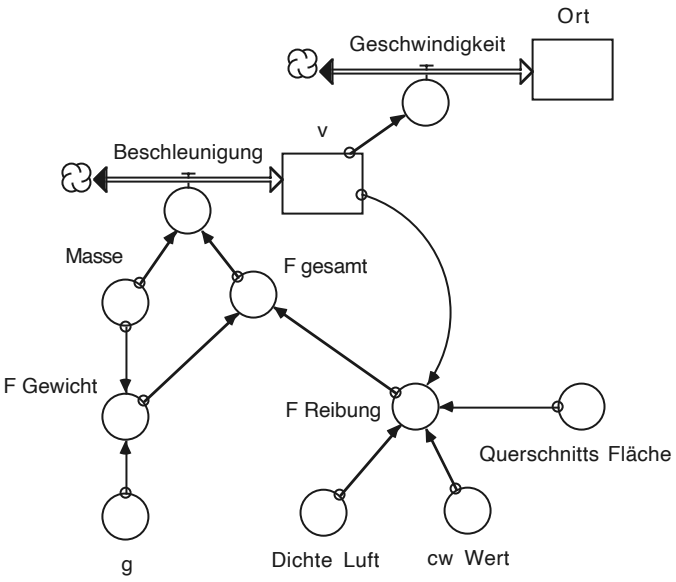
Sie erreicht mit Re≈10^5 einen hohen Wert. Das Modell in Abbildung 8.5 unterscheidet sich vom Modell zum Fall von Kügelchen in Glycerin (Abb. 8.2) durch eine andere Berechnungsvorschrift für die Reibungskraft ($F \sim v^2$). In der dynamischen Grundstruktur sind die Modelle natürlich gleich.

Arbeitet man bei der Simulation mit einer Abschätzung des c_W-Wertes von 0,5 (vgl. Halbkugel auf geschlossener Seite 0,34; Kreisscheibe 1,1)

t/s	s/cm	v/(cm· s^{-1})
0	0	
0,1	5,5	55
0,2	14,5	90
0,3	26,2	117
0,4	40,7	145
0,5	56,6	159
0,6	73,8	172
0,7	91,7	179

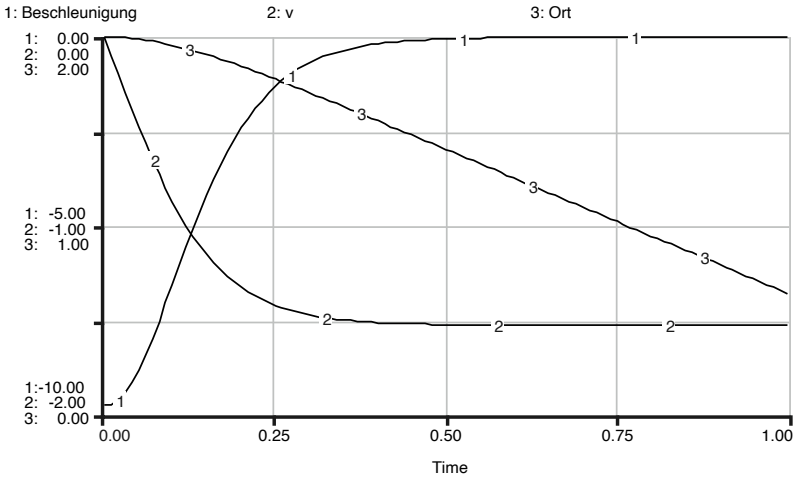
Tab. 8.1 Meßdaten über den Fall von Papiertrichtern in Luft (Angaben in willkürlichen Einheiten w.E.).

ergibt sich im Vergleich zum Experiment eine deutlich zu lange Beschleunigungsphase und eine zu hohe Endgeschwindigkeit. Auf solche Diskrepanzen trifft man häufig, wenn es darum geht, ein Modell mit den Ergebnissen eines Realexperiments abzugleichen. Im vorliegenden Fall können die Abweichungen auf einen zu geringen c_w-Wert zurückgeführt werden. Bestimmt man den Wert in einem gesonderten Experiment, z.B., indem man den Trichter an einem Luftkissengleiter befestigt und bei leichter Neigung der Fahrbahn die erreichte Geschwindigkeit mißt, so ergibt sich für kleine Geschwindigkeiten $c_w \approx 5$. Das Simulationsergebnis in Abbildung 8.6 ist mit diesem c_w-Wert berechnet. Es nähert sich dem experimentellen Ergebnis an.



8.5 Modell zur Luftreibung ($F \sim v^2$).

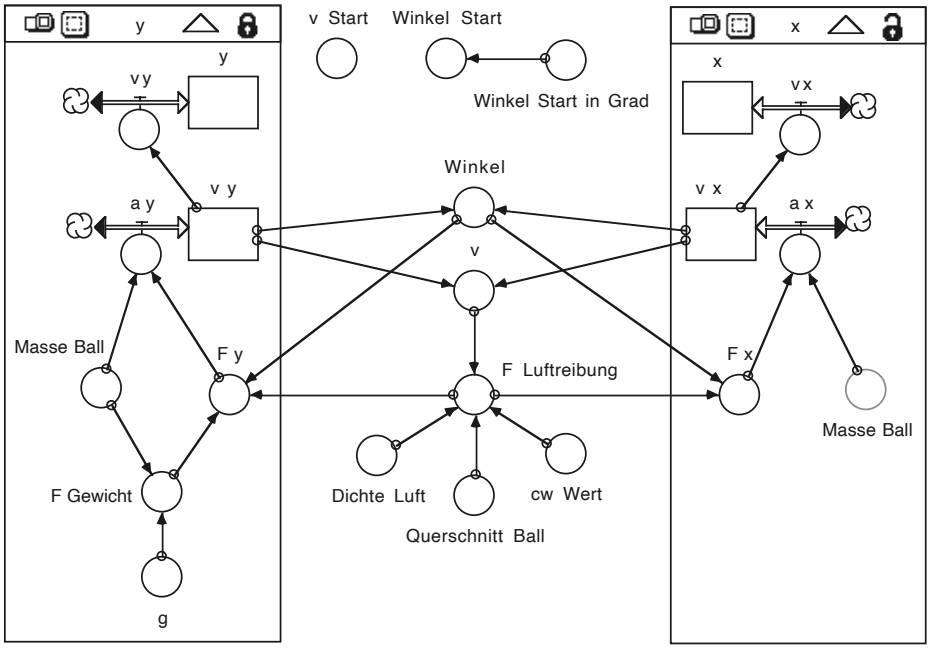
Anders als im Beispiel der Stokesschen Reibung, bei der die Kurve für die Fallbeschleunigung eine durchgehende Abflachung aufweist (man betrachte die Krümmung, d.h. die zeitlichen Änderung der Beschleunigung), nimmt beim Papiertrichter-Modell ($F \sim v^2$) die Fallbeschleunigung ganz zu Beginn betragsmäßig nur wenig ab, im mittleren Teil sehr stark und dann wieder weniger. Die Wechselbeziehung $F \leftrightarrow v$ reagiert bei dem nicht-linearen Kraftgesetz deutlich sensibler auf die Größe v.



8.6 Simulationsergebnis zum Papiertrichter-Experiment.

8.4 Torwartabstoß

Am Beispiel des Torwartabstoßes beim Fußball kann man eine Bewegung mit Luftreibung in 2 Dimensionen betrachten. Das Modell besteht in der Verdopplung der Struktur des Papiertrichter-Modells. Anders als beim Wurf ohne Reibung, bzw. mit geschwindigkeitsproportionaler Reibungskraft gilt bei Luftreibung das Unabhängigkeitsprinzip nicht. Daher sind die Teilmodelle für die x und die y-Komponente miteinander verkoppelt. Die Parameter v_Start und Winkel_Start wurden eingeführt, um die Startwerte für v_x und v_y leichter ändern zu können.



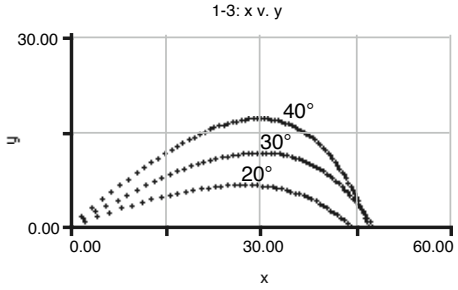
8.7 Wurf in 2 Dimensionen mit Luftwiderstand.

Die Einbeziehung der Luftreibungskraft macht die Frage nach dem maximalen Abwurfwinkel interessanter als im idealisierten Fall, gleichzeitig aber auch komplexer. Der Wert von α=45 Grad gilt nur für den Sonderfall, daß Abwurf- und Auftreffpunkt auf gleicher Höhe liegen und die Reibungskraft vernachlässigt werden kann. Das Simulationsergebnis für den Torwartabstoß zeigt eine deutliche Abweichung von der Wurfparabel. In das Modell gehen folgende Werte ein:

- Masse des Fußballs 400g (Regelvorschrift: 396g bis 453 g)
- Durchmesser des Balles 24cm (Regel: 26,1 bis 22,6cm)
- Abschußgeschwindigkeit 50m/s (zum Erzielen einer Schußweite von ca. 50m, d.h. vom eigenen Strafraum bis etwa Mitte des Spielfeldes bei einer Länge des Fußballplatzes von 90-120m)

Variiert man den Abschußwinkel, so findet man unter diesen Annahmen die maximale Schußweite bei einem Winkel von etwa 30 Grad gegenüber der Horizontalen. Spieltaktische Überlegungen können für noch flachere Winkel sprechen. Bei nur geringen Unterschieden in der Schußweite

können sich die Flugzeiten deutlich verkürzen. Zudem ist der Landewinkel flacher, so daß besser „nach vorne“ gespielt werden kann. Auch diese Varianten können anhand des Modells durchgespielt werden. Man sollte jedoch dabei bedenken, daß die Werte für Weiten und Zeiten nur Abschätzungen ergeben. Für eine exakte numerische Simulation ist das Modell immer noch zu einfach. Insbesondere gilt das für den konstant angenommenen c_W-Wert. Tatsächlich sinkt der Wert bei sehr großen Reynolds-Zahlen, wie sie beim Abstoß vorkommen, auf weniger als die Hälfte, so daß deutlich größere Weiten erzielt werden können, als das Modell vorhersagt (s. Sexl 1982). Man kann diesen Effekt berücksichtigen, indem man den Widerstandsbeiwert als Funktion der Geschwindigkeit modelliert. Diese Erweiterung wird hier nicht gezeigt.

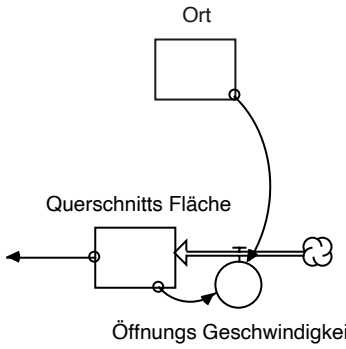


8.8 Schußweiten beim Torwartabstoß.

8.5 Fallschirmspringen

Vom Papiertrichter-Experiment, bzw. -Modell zum Fallschirmspringen ist es nur ein kleiner Schritt. Es müssen lediglich die Parameter angepaßt werden. Realistische Werte sind z.B.:

- Absprunghöhe = 400 m
- Querschnittsfläche = 1m^2 (Abschätzung der Körperfläche des Fallschirmspringers)
- Masse = 100 kg (Springer mit Ausrüstung)
- cw-Wert = 1,1 (Kreisscheibe, vor Öffnen des Schirms)



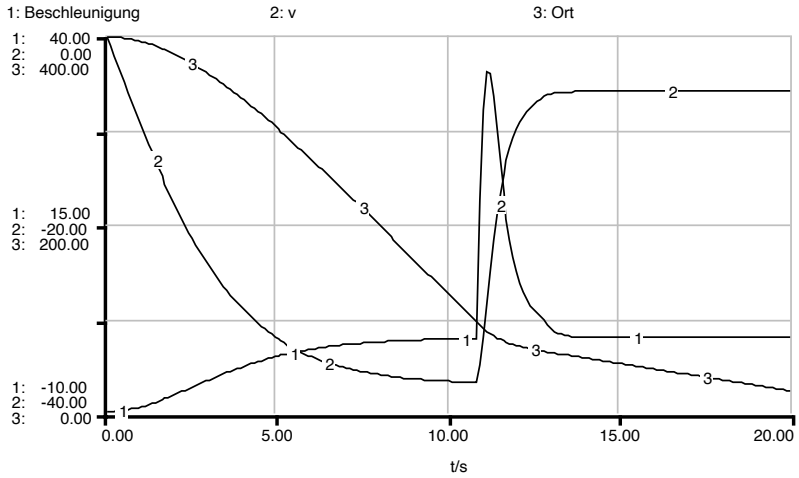
8.9 Modellierung des Vorgangs der Fallschirmöffnung (Modellauszug).

Die Simulation ergibt nach wenigen Sekunden eine konstante Sinkgeschwindigkeit von etwa 35m/s. Was passiert nun bei der Öffnung des Fallschirms? Der wesentliche Modellparameter, der sich beim Entfalten ändert, ist der angeströmte Querschnitt. Auch die Änderung des c_W-Wertes kann im Modell berücksichtigt werden. Der erste Ansatz zur Änderung des Modells kann in Form von IF...THEN...ELSE Bedingungen erfolgen (Fallschirmdurchmesser ca. 7 m):

```
Querschnitts_Fläche = IF Ort>100 {m} THEN 1 {m^2} ELSE 40 {m^2}
```

Beschleunigung und Geschwindigkeit nehmen unter dieser Bedingung einen spektakulären Verlauf. Die Beschleunigung erreicht im Moment des Öffnens des Fallschirms Beträge des zigfachen der Erdbeschleunigung (bei Δt=0,1 s). Sie wäre so groß, daß es den Springer praktisch in der Luft zerreißen würde.

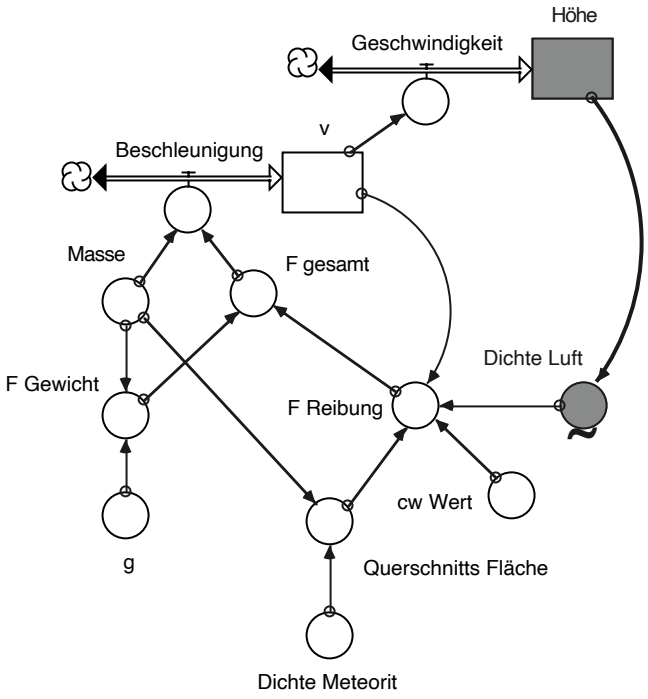
Man muß daher im Modell – entsprechend dem realen Vorgang – berücksichtigen, daß der Fallschirm sich nicht schlagartig öffnet. Die angeströmte Querschnitts_Fläche wird als Zustandsgröße modelliert, die sich unter dem Einfluß der Änderungsrate Öffnungs_Geschwindigkeit (20 m^2/s) entfaltet. Der Öffnungsvorgang dauert so etwa 2 Sekunden. Die maximale Beschleunigung von ca. 4 g ist erträglich. Der Wert von etwa 6 m/s Landegeschwindigkeit entspricht der Auftreffgeschwindigkeit beim Sprung von einer ca. 2 m hohen Mauer.



8.10 Simulationsergebnis bei langsamer Fallschirmöffnung.

8.6 Meteoriten

Fallschirmspringen und der Fall von Meteoriten scheinen auf den ersten Blick recht weit voneinander entfernt zu sein. Die Struktur der physikalischen Beschreibungen ist jedoch vollkommen analog. Das Fallschirmspringer-Modell muß lediglich hinsichtlich des Zusammenhangs zwischen Fallhöhe und Luftdichte ausgebaut werden. Der zweite Unterschied besteht darin, daß ein Springer mit einer Vertikalgeschwindigkeit Null startet, während ein Meteor mit einer Geschwindigkeit in die Erdatmosphäre eintaucht, die weit über derjenigen liegt, die er im Fall aus der gleichen Höhe erreichen würde. Während der Springer dem Endwert der Sinkgeschwindigkeit von Null her zustrebt, wird der Meteor beim Durchgang durch die Atmosphäre stark abgebremst. Was auf der formalen Ebene einer mathematischen Betrachtung zu starken Unterschieden führt,



8.11 Meteoritenmodell. Hervorgehoben ist die höhenabhängige Luftdichte (s. dazu im Vergleich das Modell in Abb. 8.5).

drückt sich im Modell und damit in der physikalischen Struktur lediglich darin aus, daß der Startwert der Fallgeschwindigkeit im einen Fall Null (Springer) und im anderen Fall mehrere Tausend Meter pro Sekunde beträgt. Das Begriffsnetz braucht nicht geändert zu werden.

Der Einsatz eines Modellbildungssystems betont auf diese Weise, daß die Physik mit sehr wenigen Grundbegriffen und -strukturen weite Phänomenbereiche abdeckt. Im Gegensatz zur Technik, die vorrangig nach speziellen Lösungen für spezifische Probleme sucht, geht es der Physik um die Zusammenführung vieler unterschiedlicher Phänomene unter einer gemeinsamen Theorie.

In Abbildung 8.11 sind die Modifizierungen des Meteor-Modells gegenüber dem Fallschirmspringer- bzw. Papiertrichter-Modell hervorgehoben. Als neues Element ist der Einflußpfeil von der Höhe auf die Dichte_Luft hinzugekommen. Der Zusammenhang kann bei STELLA grafisch bzw. in einer Tabelle definiert werden. Daten gewinnt man z.B. aus dem Handbook for Chemistry and Physics. Alternativ kann natürlich mit der barometrischen Höhenformel gearbeitet werden.

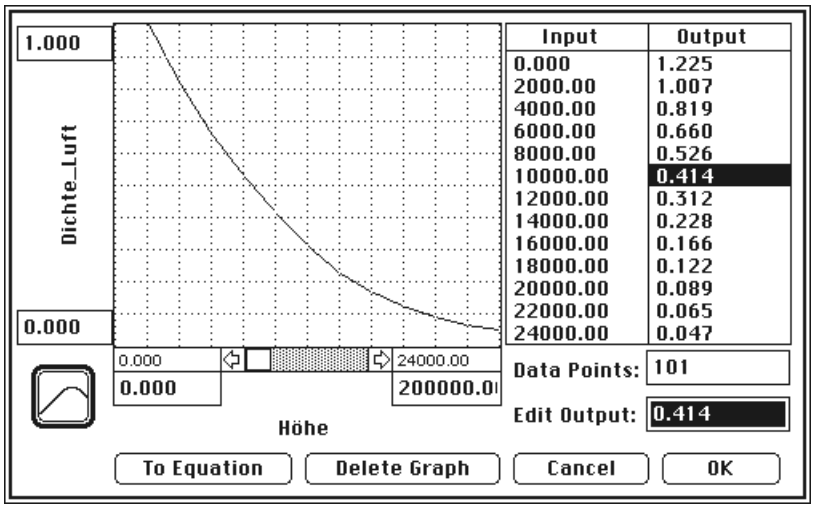
Das Computermodell soll grundlegende Beobachtungen über den Fall von Meteoriten (vgl. Informationskasten) zutreffend beschreiben. Der vereinfachte Modell-Ansatz für die Luftreibungskraft als proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit wird auch in einführenden Monographien vorgenommen (z.B. Sears 1978 oder Hawkins 1964). Darüberhinaus wird im Modell mit einer radialen Einfallbewegung gearbeitet, um eine Komponentenzerlegung wie im schrägen Wurf zu vermeiden. Real hat die Bewegung von Meteoren allerdings eine deutliche Horizontalkomponente.

Um den wichtigen Parameter Dichte_Meteorit im Modell explizit berücksichtigen zu können, erscheint die Querschnitts_Fläche als abgeleitete Größe aus Dichte_Meteorit und Masse. Sinnvolle Werte für Meteordichten sind 3500 kg/m^3 (Steinmeteor) oder 8000 kg/m^3 (Eisenmeteor). Angaben für den Reibungskoeffizienten (entspricht c_W-Wert·0,5) schwanken in der Literatur zwischen 0,5 und 2,0. Der Koeffizient ist abhängig von der Ausdehnung der Gashülle, die sich um den Meteor gebildet hat. Das Modell arbeitet mit einem Reibungskoeffizienten von 1.

Die Massen von Meteoren streuen in einem weiten Bereich von Bruchteilen eines Gramms (sogenannte Mikrometeorite) bis zu Tausenden von Tonnen. Mikrometeorite werden bereits in den obersten Atmosphärenschichten durch Stöße mit einzelnen Luftmolekülen so sachte abgebremst, daß sie zwar schmelzen, aber nicht verdampfen, und auf die Erde niederschweben. Große Meteore ab ca. 100 Tonnen Masse werden dagegen kaum gebremst. Sie schmelzen nur oberflächlich ab und prallen mit einer Geschwindigkeit von mehreren Kilometern pro Sekunde als Meteorite auf die Erdoberfläche.

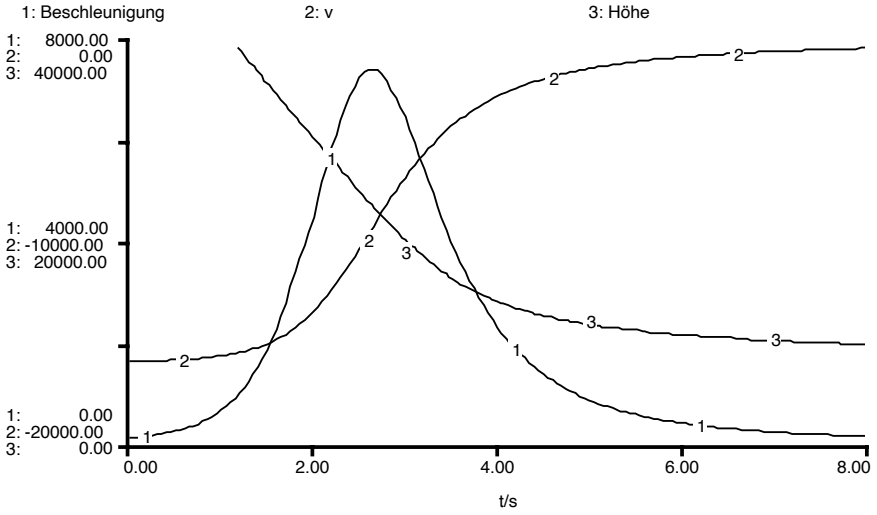
Besonders interessant sind Fälle von Meteoren mittlerer Masse im Bereich von einigen Gramm bis einigen Kilogramm. Hier bewegt sich die Masse des durchflogenen Luftvolumens im Bereich der Meteormasse. Der Meteor wird beim Durchgang durch die Atmosphäre daher deutlich abgebremst. Seine Oberfläche wird durch die starken Reibungskräfte aufgeheizt. Einzelne Atome (z.B. Eisen, Natrium, Magnesium) dampfen von der Meteoroberfläche ab und werden beim Stoß mit Luftmolekülen ionisiert. Nicht das Glühen des Meteors selbst bewirkt Lichterscheinungen, sondern leuchtende Gase in der ihn umgebenden Hülle. Kleinere Meteore verglühen in Höhen zwischen 120 und 70 km. Bei Meteoriten, also Resten von Meteoren, die man auf der Erde wiederfindet, erfolgen die Leucht- und Schallerscheinungen in geringeren Höhen bis hin zu 15km. Vielfach zerbricht der Meteor in Teile (in 10 bis 30 km Höhe), die dann als Meteoritenschauer niedergehen.

Von der Masse und der Dichte des Meteors hängt es ab, wie stark seine Verzögerung ist. Man nennt den Punkt, von dem an der Körper so stark abgebremst ist, daß er praktisch wie ein Stein aus großer Höhe fällt, den Hemmungspunkt. Auf seiner Leuchtbahn scheint er dann fast stillzustehen. Liegt sein Hemmungspunkt rechnerisch unterhalb der Erdoberfläche, dann prallt der Meteorit mit mehr oder weniger hoher Geschwindigkeit auf. Große Meteoriten (über 100t) verdampfen wegen ihrer hohen Aufprallenergie und bewirken Kraterbildung. Mittlere Meteoriten schlagen kleine Dellen in die Erdoberfläche. Meteoritenfunde gehen auf solche Einschläge zurück.



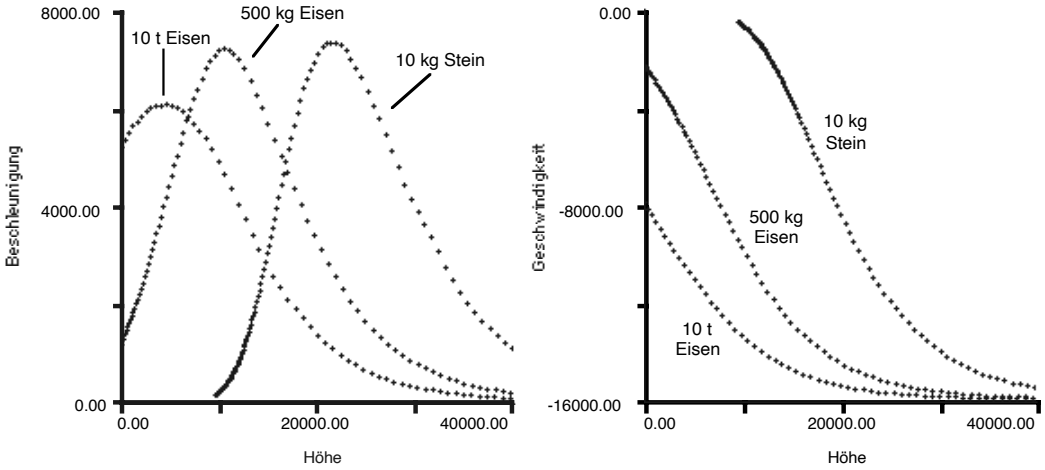
8.12 Festlegung des Zusammenhangs zwischen Höhe und Luftdichte mit Hilfe eines „grafischen Konverters“, d.h. einer punktweisen, bzw. tabellarischen Zuordnung.

In der Vorhersage der Bewegungsform ist besonders die Beschleunigungs-Kurve interessant. Extremwerte von mehreren Hundert g deuten auf zeitweise enorm hohe Reibungskräfte hin, die zum Verglühen führen können. Der Kurvenverlauf ergibt sich aus der Überlagerung zweier Effekte: Zu Beginn erfährt der Meteor aufgrund seiner hohen Geschwindigkeit sehr hohe Bremskräfte. Dadurch sinkt die Geschwindigkeit sehr schnell und die Bremskräfte gehen trotz zunehmender Luftdichte zurück.



8.13 Simulation des Meteoritenfalls
(Eisenmeteorit, Dichte= 8000 kg/m^3; m=100 kg, Startgeschwindigkeit=-16 km/s).

Die Frage „Ist das Modell dem Phänomen angemessen?“ stellt sich bei jedem Einsatz von Modellbildungssystemen. Die Software enthält keine immanenten Kriterien für die physikalische Korrektheit eines Modells. Diese müssen vielmehr aus dem Vergleich des vorhergesagten Systemverhaltens mit eigenen Messungen stammen (wie es ansatzweise beim Fallschirmspringen möglich ist) oder mit der Literatur (wie im Beispiel Meteorit). Eine der wichtigsten Aufgaben bei der Vorbereitung von Computermodellen für Simulationsläufe ist das Auffinden zutreffender Parameter- und Startwerte. Ohne realistische Randbedingungen ist eine Überprüfung von Modellen anhand ihrer Prognosen nicht möglich. Daß das Modell die im Kasten ausgeführten Erkenntnisse über den Fall von Meteoren korrekt beschreibt, zeigt Abbildung 8.14, in der 3 verschiedene Meteortypen simuliert werden.



8.14 Vorhersage der Bewegung von verschiedenen Meteoren. Die Hemmungspunkte der beiden massereichen Meteore liegen unterhalb der Erdoberfläche.

Dem Diagramm kann man entnehmen, daß bei leichteren, bzw. weniger dichten Meteoren die Bremsbeschleunigung früher hohe Werte erreicht als bei schweren. Entsprechend höher über dem Erdboden beginnen die Leuchterscheinungen des Verglühens. Kleine Meteore werden bereits in großen Höhen auf geringe Geschwindigkeiten verzögert. Sie fallen wie Steine herab und graben sich, falls sie nicht vorher verglüht sind, beim Aufprall nur wenig in die Erdoberfläche ein. Schwere, große Meteore besitzen beim Aufprall noch eine sehr hohe kinetische Energie. Sie schlagen große Krater und verdampfen vollständig. Daher kann man auf der Erde zwar kleine Meteoriten ausgraben, findet aber keine der spektakulären frühgeschichtlichen Riesenmeteoriten.

8.3 Modellgleichungen

Stahlkugel in Glycerin

Ort(t) = Ort(t - dt) + (Geschwindigkeit) * dt
INIT Ort = 0 {m}
INFLOWS:
Geschwindigkeit = v

v(t) = v(t - dt) + (Beschleunigung) * dt
INIT v = 0 {m/s}
INFLOWS:
Beschleunigung = F_gesamt/Masse_Kugel

Dichte_Kugel = 8000 {kg/m^3; Wasser}
F_gesamt = F_Reibung+F_Gewicht
F_Gewicht = Masse_Kugel*g
F_Reibung = -6*PI*Viskosität_Medium *Radius_Kugel*v
g = -9.81 {m/s^2}
Masse_Kugel = 4/3*PI*Radius_Kugel^3*Dichte_Kugel
Radius_Kugel = 0.005 {m}
Viskosität_Medium = 1.7 {Ns/m^2; Glycerin}

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 0.2$; $\Delta t = 0.001$; Euler

Papiertrichter

Ort(t) = Ort(t - dt) + (Geschwindigkeit) * dt
INIT Ort = 2 {m}
INFLOWS:
Geschwindigkeit = v

v(t) = v(t - dt) + (Beschleunigung) * dt
INIT v = 0 {m/s}
INFLOWS:
Beschleunigung = F_gesamt/Masse

cw_Wert = 5
Dichte_Luft = 1.3 {kg/m^3}
F_gesamt = F_Reibung+F_Gewicht
F_Gewicht = Masse*g
F_Reibung = -0.5*cw_Wert*Dichte_Luft *Querschnitts_Fläche*v*ABS(v)
g = -9.81 {m/s^2}
Masse = 0.012 {kg}
Querschnitts_Fläche = PI*0.07^2 {m^2}

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 1$; $\Delta t = 0{,}01$; Euler

Meteorit

Höhe(t) = Höhe(t - dt) + (Geschwindigkeit) * dt
INIT Höhe = 60000 {m}
INFLOWS:
Geschwindigkeit = v

v(t) = v(t - dt) + (Beschleunigung) * dt
INIT v = -16000 {m/s}
INFLOWS:
Beschleunigung = F_gesamt/Masse

cw_Wert = 1
Dichte_Meteorit = 8000 {kg/m^3}
F_gesamt = F_Reibung+F_Gewicht
F_Gewicht = Masse*g
F_Reibung = -0.5*cw_Wert*Dichte_Luft*Querschnitts_Fläche*v*ABS(v)
g = -9.81 {m/s^2}
Masse = 100 {kg}
Querschnitts_Fläche = (3*Masse/(4*PI*Dichte_Meteorit))^(2/3)*PI {m^2}
Dichte_Luft = GRAPH(Höhe)
(0.00, 1.23), (2000, 1.01), (4000, 0.819), (6000, 0.66), (8000, 0.526), (10000, 0.414), (12000, 0.312), (14000, 0.228), (16000, 0.166), (18000, 0.122), (20000, 0.089), (22000, 0.065), (24000, 0.047), (26000, 0.034), (28000, 0.025), (30000, 0.018), (32000, 0.014), (34000, 0.0099), (36000, 0.0073), (38000, 0.0054), (40000, 0.004), (42000, 0.003), (44000, 0.0023), (46000, 0.0017), (48000, 0.0013), (50000, 0.001), (52000, 0.0008), (54000, 0.00064), (56000, 0.0005), (58000, 0.0004), (60000, 0.00031), (62000, 0.0003), (64000, 0.00016), (66000, 0.00016), (68000, 0.0001), (70000, 8.2e-05), (72000, 6e-05), (74000, 4e-05), (76000, 4e-05), (78000, 3e-05), (80000, 1.8e-05), (82000, 1.3e-05), (84000, 8.2e-06), (86000, 7e-06), (88000, 5e-06), (90000, 3.4e-06), (92000, 2.4e-06), (94000, 1.4e-06), (96000, 1.4e-06), (98000, 5.6e-07), (100000, 5.6e-07), (102000, 5.6e-07), (104000, 5.6e-07)...

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 8$; $\Delta t = 0.04$; Runge-Kutta-2

Torwartabstoß

x

v_x(t) = v_x(t - dt) + (a_x) * dt
INIT v_x = v_Start*COS(Winkel_Start) {m/s}
INFLOWS:
a_x = F_x/Masse_Ball {m/s^2}

x(t) = x(t - dt) + (vx) * dt
INIT x = 0 {m}
INFLOWS:
vx = v_x {m/s}

F_x = F_Luftreibung*COS(Winkel) {N}

y

v_y(t) = v_y(t - dt) + (a_y) * dt
INIT v_y = v_Start*SIN(Winkel_Start) {m/s}
INFLOWS:
a_y = F_y/Masse_Ball {m/s^2}

y(t) = y(t - dt) + (vy) * dt
INIT y = 0 {m}
INFLOWS:
vy = v_y {m/s}

F_Gewicht = Masse_Ball*g {N}
F_y = F_Gewicht+F_Luftreibung*SIN(Winkel) {N}
g = -9.81 {m/s^2}
Masse_Ball = 0.4 {kg}

Not in a sector

cw_Wert = 0.45 {Vollkugel}
Dichte_Luft = 1.3 {kg/m^3}
F_Luftreibung = -0.5*Dichte_Luft*Querschnitt_Ball
*cw_Wert*v*ABS(v) {N}
Querschnitt_Ball = 0.12^2*PI {m^2}
v = SQRT(v_y^2+v_x^2) {m/s}
v_Start = 50 {m/s}
Winkel = ARCTAN(v_y/v_x)
Winkel_Start = Winkel_Start_in_Grad*PI/180 {Bogenmaß}
Winkel_Start_in_Grad = 30

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 0.4$; $\Delta t = 0.05$; Runge-Kutta-4

9. Planeten, Raumkapseln und Ionen: Bewegungen in Feldern

In diesem Kapitel werden Modelle zur Bewegung von Körpern im Gravitationsfeld und im Coulombfeld vorgestellt. Obwohl die Rutherford-Streuung von α-Partikeln einerseits und die Bewegung der Erde um die Sonne andererseits zu ganz unterschiedlichen Themengebieten der Physik gezählt werden („Felder" bzw. „Kernphysik") sind die Modelle analog aufgebaut. Wiederum kommt die klassische Newtonsche Grundstruktur zum Einsatz, die aus den vorherigen Kapiteln bekannt ist. In kartesischen Koordinaten werden damit Ein-, Zwei- und Dreikörper-Probleme modelliert. Obwohl die Modelle sehr umfangreich werden, bleiben die physikalischen Grundannahmen einfach und transparent. Neben der Bewegung von Himmelskörpern wird im Gravitationsteil ausführlich das „Swing-by" Verfahren behandelt, mit dem Raumkapseln beim Rendevouz mit Planeten „Schwung holen". Dabei wird der Wechsel zwischen Bezugssystemen wichtig. Beim elektrischen und magnetischen Feld werden neben der Rutherford-Streuung Modelle zum Fadenstrahlrohr und zur Massenspektroskopie gezeigt.

9.1 Didaktisch-methodische Aspekte

Bei der Beschreibung von Bewegungen in Kraftfeldern sind unterschiedliche Leitaspekte und damit verbundene physikalische Grundansätze bei der Erarbeitung von Modellen möglich. Für die Beschreibung der Bewegung von Körpern im Gravitationsfeld können unterschiedliche Aspekte eine Rolle spielen, die im folgenden diskutiert werden.

- *Anknüpfen an die Struktur von Modellen, die im Bereich der Kinematik und Dynamik entwickelt wurden*

In diesem Fall wird man das Modell in rechtwinkligen Koordinaten formulieren und auf die bewährte kinematische Grundstruktur $a \rightarrow \Delta v \rightarrow v \rightarrow da \rightarrow s$ zurückgreifen. Wenn sie bereits über Erfahrungen mit einfachen dynamischen Modellen verfügen, können Schüler die Modelle zur Planetenbewegung in Gruppenarbeit eigenständig erarbeiten. Die Dynamik der Modelle ist von der Gravitationskraft bestimmt. Wie stets in mechanischen Modellen geht es darum, die Kraft — hier eine Funktion des Abstands, d.h. der Orte der beiden Körper — zu ermitteln und dann in die kinematischen Berechnungen einzutreten.

Die Vorteile dieser Modellstruktur liegen auf der Hand: Es wird an Bekanntes angeknüpft, und die Newtonsche Dynamik wird an einem weiteren Beispiel als mächtige physikalische Theorie deutlich (*Betonung der physikalischen Grundstrukturen*). Besondere Beschreibungsgrößen für Drehbewegungen (Winkelgeschwindigkeit, Zentripetalkraft usw.) brauchen den Schülern nicht bekannt zu sein. Allein das Gravitationsgesetz ist vorauszusetzen. Beim Übergang zur Behandlung des Drei-Körper-Problems erweist sich die Formulierung in der klassischen Newtonschen Struktur ebenfalls als sehr hilfreich, weil sie lediglich um zwei weitere kinematische Ketten und eine begrenzte Modifizierung der Kopplungskomponenten ergänzt zu werden braucht. Die Beibehaltung der Grundstruktur tritt deutlich hervor.

- *Einfachheit und Eleganz des Modells*

Im Grundsatz sind Polarkoordinaten für die Beschreibung von Drehbewegungen angemessener. Die Kinematik braucht im Schwerpunktsystem nur für einen Körper formuliert zu werden. Die Koordinaten des anderen Körpers sind funktional davon abhängig und benötigen keine eigene

Dynamik. Legt man den Schwerpunkt in den Ursprung des Koordinatensystems, wird die Modellstruktur stark vereinfacht. Man kann zeigen, wie die Wahl geeigneter Koordinaten und Bezugssysteme ein physikalisches Problem vereinfacht. Voraussetzung für die Modellentwicklung ist, daß Drehbewegungen und die dafür notwendigen Beschreibungsgrößen, einschließlich der Zentripetalkraft und des Drehimpulses, im Unterricht vorher behandelt wurden. Die Anfangsparameter können in Polarkoordinaten recht einfach eingegeben werden. Man findet grobe Werte für den Anfangsabstand und die Winkelgeschwindigkeit ($2 \cdot \pi$/Umlaufzeit) von Planeten und Monden in vielen Tabellenwerken. Eine Umrechnung in die Komponenten x,y und vx, vy entfällt.

Ein Nachteil besteht darin, daß am Ende wegen der größeren Anschaulichkeit von x-y-Diagrammen im Vergleich zu r-φ-Diagrammen doch eine Umrechnung in rechtwinklige Koordinaten sinnvoll ist. Insgesamt wird die Modellperipherie — d.h. die Berechnung von abhängigen Anfangsparametern im Schwerpunktsystem und die Koordinatenumrechnung — recht aufwendig. Ein solches Modell wird eher vom Lehrer demonstriert als von Schülern eigenständig entwickelt werden.

- *Hervorhebung eines Erhaltungssatzes*

Die Erhaltung des Schwerpunktimpulses kann entweder als Annahme in das Modell eingebracht werden, oder man kann zeigen, daß der Schwerpunktimpuls bei einer ausschließlich inneren Wechselwirkung erhalten bleibt. Im ersten Fall ist das Modell elegant und die Dynamik einfach — gemessen an der Anzahl von Änderungsraten und Zustandsgrößen. Man erkauft sich die Einfachheit damit, daß die Startparameter in einer ganz bestimmten Weise gewählt werden müssen. Im zweiten Fall wird die Modellstruktur aufwendiger, dafür kommt man mit weniger Vorannahmen aus. Die Erhaltung des Schwerpunktimpulses erscheint nicht als eine formale Annahme, sondern ergibt sich anschaulich aus der inneren Dynamik des Vorgangs.

Bei einer Abwägung der Herangehensweisen überwiegen die Vorteile einer klassischen Newtonschen Formulierung des Modells in rechtwinkligen Koordinaten. Das Modell zum Zwei-Körper-Problem kann durch Verdopplung der Kernstruktur aus dem einfachen Gravitationsmodell entwickelt werden. Die Schüler können erkennen, daß physikalische Grundstrukturen universell verwendbar sind. Schülereigene Lösungsansätze werden besser unterstützt. Die Lösung des Zwei-Körper-Problems ist leistungsstarken Lerngruppen, wie Erfahrungen gezeigt haben, durchaus zumutbar. Das Drei-Körper-Modell sollte dann vom Lehrer vorgestellt werden, wobei dessen Struktur für Schüler entschlüsselbar sein sollte.

Im vorliegenden Kapitel wird die erste Herangehensweise erläutert. Als Vorstufe zum Zwei-Körper-Problem werden Satellitenbewegungen um einen Zentralkörper modelliert, bei denen die Mitbewegung des schweren Körpers vernachlässigbar ist und nur die Koordinaten des Satelliten über die Dynamik des Gravitationsgesetzes bestimmt werden. Ein solches Modell wird unter Punkt 9.2 vorgestellt. Auch das Modell zur Rutherford-Streuung ist ein Ein-Körper-Modell.

Die Modelle zum Zwei-Körper-Problem sind z.B. anwendbar auf

- die Bewegung der Erde um die Sonne,
- die Bewegung des Mondes um die Erde, einschließlich der Mitbewegung der Erde,
- Doppelsternsysteme,
- das „Swing-by“-Verfahren von Raumsonden zur Richtungsänderung und zur Gewinnung kinetischer Energie im Schwerefeld von Planeten (Voyager-Mission).

Dieses Modell wird für das Drei-Körper-Problem fortentwickelt.

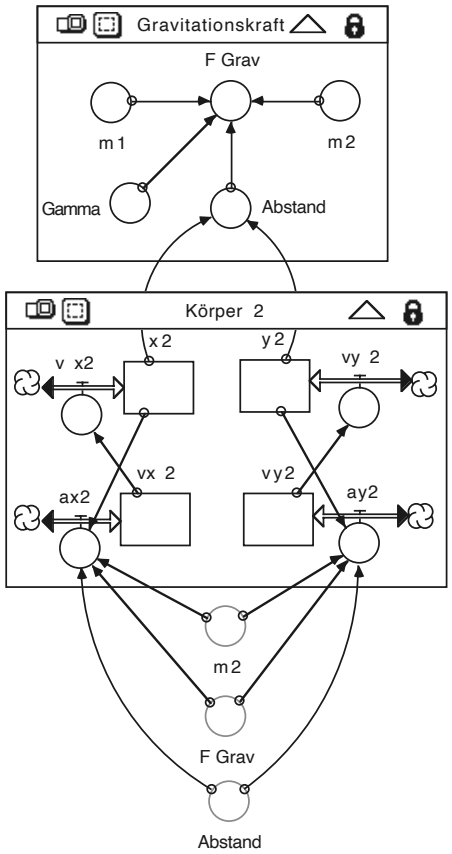
Ein wichtiger Hinweis sei vorangestellt: Bei periodischen Vorgängen ist unbedingt das numerische Verfahren Runge-Kutta-4 zu verwenden. Mit dem einfachen Euler-Verfahren ergeben sich systematische Fehler (s. dazu Kapitel 3)!

9.2 Ein-Körper-Problem

Die im folgenden gezeigten Modelle entsprechen der Newtonschen Grundstruktur, die bereits in den Kapiteln 7 und 8 verwendet wurde. Sie unterscheiden sich in ihrer Komplexität nach der Anzahl der wechselwirkenden Körper. Beim einfachsten Gravitationsmodell wird die Bewegung eines Satelliten unter der Anziehungskraft eines großen Zentralkörpers (Masse m_1) modelliert, während die Beeinflussung der Bahn des Zentralkörpers durch den Satelliten unberücksichtigt bleibt. Das Modell eignet sich z.B. für Raumsonden im Orbit um die Erde oder die Bahn der Erde um die Sonne. Mit den unten aufgeführten Parametern sagt das Modell eine leicht exzentrische Erdbahn voraus (s. Abb. 9.2; real: Exzentrizität ε=0,017).

Das Modell besteht aus 2 Komponenten:

- Berechnung der Gravitationskraft und der Gravitationsbeschleunigung, welcher der kleinere Körper unterliegt.
- Kinematik des Körpers 2. Sie besteht im Standardverfahren der kinematischen Kette a→Δv →v→da→s. Diese Kette wird für die x- und die y-Komponente der Bewegung verwendet.



Gravitationskraft
- Abstand = SQRT(x2^2+y2^2)
- F_Grav = -Gamma*m1*m2/Abstand^2
- Gamma = 6.67E-11*(24*3600)^2
- m1 = 2E30{Sonne}
- m2 = 6E24{Erde}

Körper 2

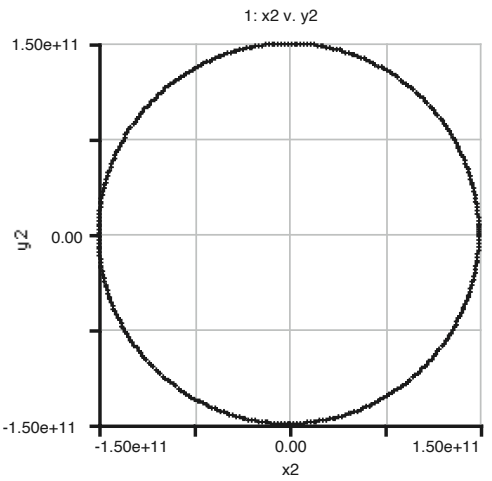
vx_2(t) = vx_2(t - dt) + (ax2) * dt
INIT vx_2 = 0
Eingänge:
ax2 = F_Grav/m2*x2/Abstand

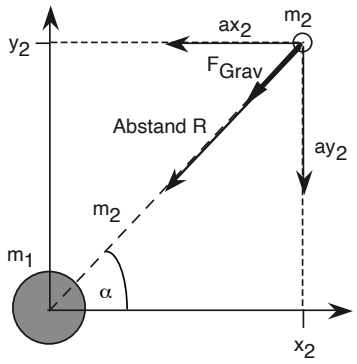
vy2(t) = vy2(t - dt) + (ay2) * dt
INIT vy2 = 2*PI*1.5E11/365
Eingänge:
ay2 = F_Grav/m2*y2/Abstand

x2(t) = x2(t - dt) + (v_x2) * dt
INIT x2 = 1.5e11
Eingänge:
v_x2 = vx_2

y2(t) = y2(t - dt) + (vy_2) * dt
INIT y2 = 0
Eingänge:
vy_2 = vy2

9.1 Ein-Körper-Modell: Modellstruktur mit Gleichungen. Die Gravitationskonstante Gamma ist in den Einheiten ($m^3 \cdot kg^{-1} \cdot d^{-2}$) angegeben (1 d= 1 Tag = 24·3600 s).

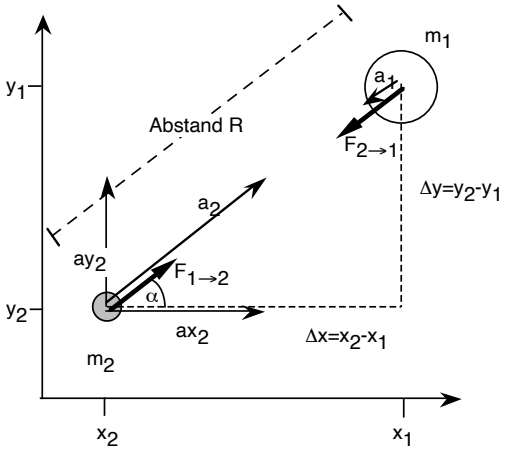


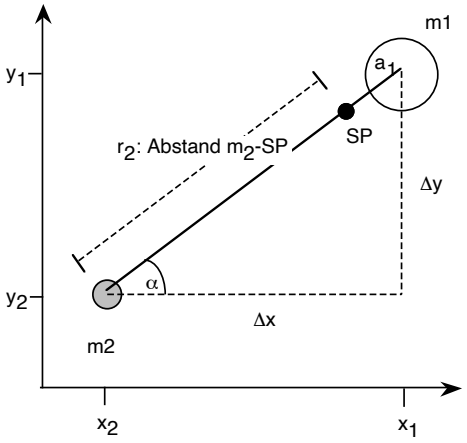


$$Fx_2 = F_{Grav} \cdot \cos\alpha = F_{Grav} \cdot \frac{x_2}{R}$$

$$\Rightarrow ax_2 = \frac{F_{Grav}}{m_2} \cdot \frac{x_2}{R} \Rightarrow ay_2 = \frac{F_{Grav}}{m_2} \cdot \frac{y_2}{R}$$

9.2 Ein-Körper-Problem. Vorhergesagte, leicht exzentrische Bahn der Erde (oben links); Berechnung der Gravittionsbeschleunigung (oben rechts).





$$Fx_2 = F_{1\to 2} \cdot \cos\alpha = F_{Grav} \cdot \frac{\Delta x}{R}$$

$$\Rightarrow ax_2 = \gamma \cdot m_1 \cdot \frac{\Delta x}{R^3}$$

$$Fy_2 = F_{1\to 2} \cdot \sin\alpha = F_{Grav} \cdot \frac{\Delta y}{R}$$

$$\Rightarrow ay_2 = \gamma \cdot m_1 \cdot \frac{\Delta y}{R^3}$$

$$x_{SP} = x_2 + r_2 \cdot \cos\alpha = x_2 + R \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \frac{\Delta x}{R}$$

$$= x_2 + \Delta x \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

$$y_{SP} = y_2 + r_2 \cdot \sin\alpha = y_2 + R \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \frac{\Delta y}{R}$$

$$= y_2 + \Delta y \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

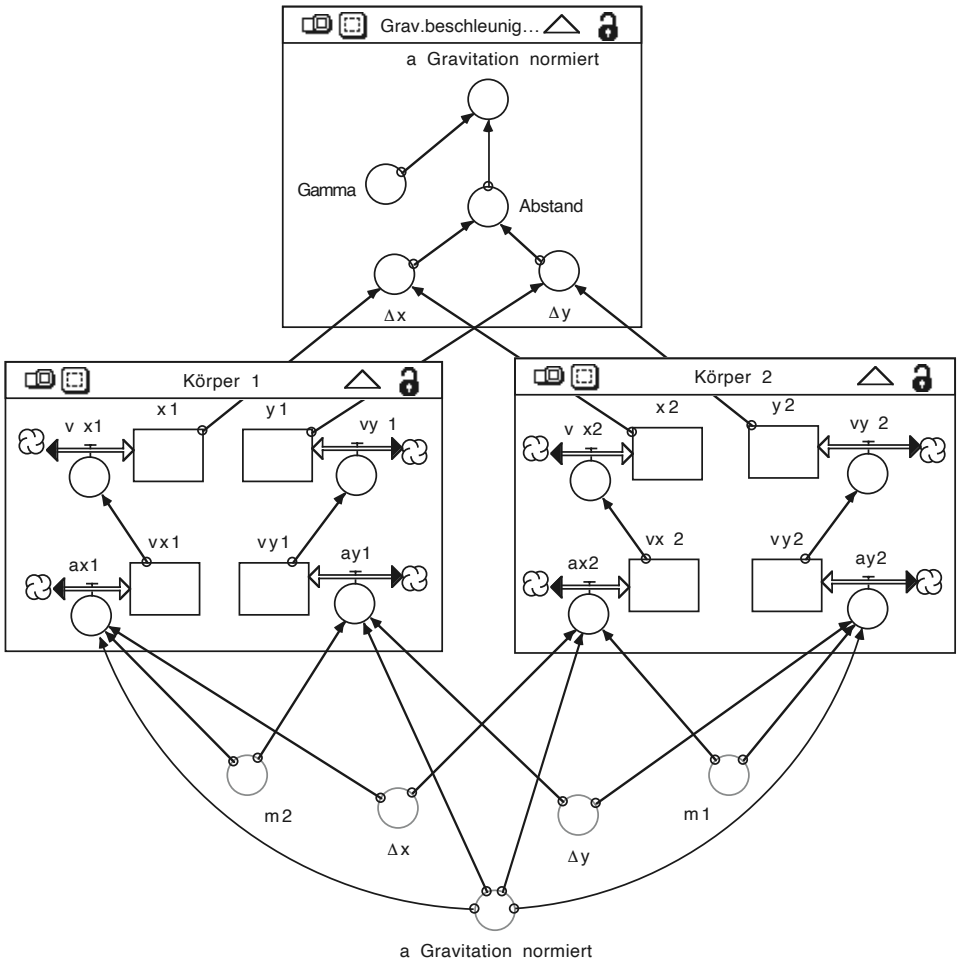
9.3 Zwei-Körper-Modell. Links: Berechnung der Gravitationsbeschleunigungen (in Komponenten). Rechts: Berechnung der Schwerpunktskoordinaten.

9.3 Zwei-Körper-Problem

9.3.1 Modellstruktur

Für das kartesische Modell zum Zwei-Körper-Problem kommt man mit den Definitionen von Beschleunigung und Geschwindigkeit, den Newtonschen Axiomen und dem Gravitationsgesetz aus. An der Modellstruktur und den physikalischen Annahmen kann man die enge Verwandtschaft zum einfachen Gravitationsmodell aus dem vorigen Punkt erkennen.

Die *Erhaltung des Schwerpunktimpulses* kann anhand des Modells *veranschaulicht* werden. Eine allgemeingültige *Herleitung* ist aus einer Simulation heraus natürlich nicht möglich. Die Schwerpunktkoordinaten werden aus den Koordinaten eines Körpers und dem Abstand des Schwerpunkts SP von diesem Körper berechnet.



9.4 Kernstruktur des Zwei-Körper-Modells. Die Größe a_Gravitation_normiert (oben) wird kopiert, bzw. verdoppelt (STELLA-Funktion „Ghost“) und unten als Kopie eingebaut. Gleiches gilt für Δx und Δy.

Wenn man die Trajektorie des Massenschwerpunktes berechnet hat, führt eine einfache Koordinatentransformation in das Schwerpunktsystem. So können die Bahnkurven der beiden Körper mit dem Modell gleichzeitig im Labor- (Fixstern-) System und im Schwerpunktsystem ausgegeben werden.

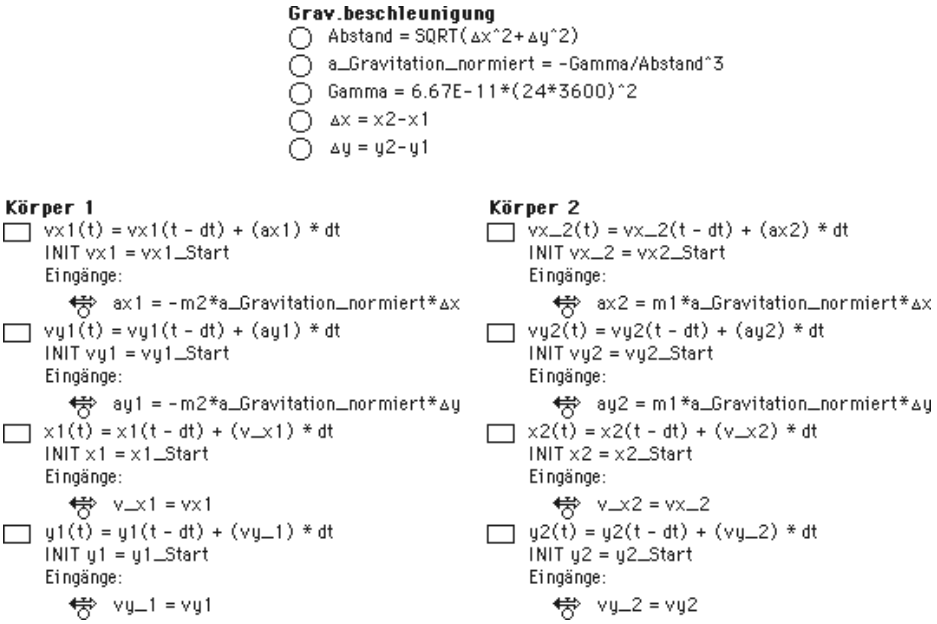
$$x_{1SP} = x_1 - x_{SP}$$
$$x_{2SP} = x_2 - x_{SP}$$
$$y_{1SP} = y_1 - y_{SP}$$
$$y_{2SP} = y_2 - y_{SP}$$

Der Modellkern (s. Abb. 9.4) besteht aus 3 Komponenten:

1. Berechnung der normierten Gravitationsbeschleunigung a_Gravitation_normiert. Sie tritt an die Stelle der Berechnung der Gravitationskraft im Ein-Körper-Modell. Die normierte Gravitationsbeschleunigung entspricht der Gravitationskraft dividiert durch das Produkt der beiden Massen und durch den Abstand R. Die Einführung dieser Größe vereinfacht die Berechnung der vier Beschleunigungskomponenten. Das Modelldiagramm hat weniger Einflußpfeile und wird übersichtlicher. Ihr Betrag ist für beide Körper gleich. Aus dem dritten Newtonschen Axiom ergeben sich die umgekehrten Vorzeichen (s. Modellgleichungen).

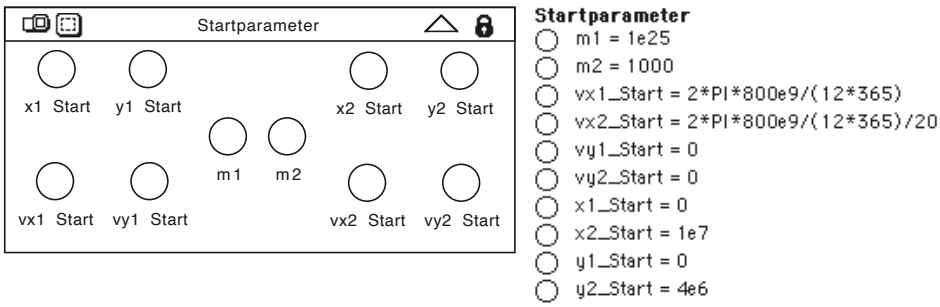
$$F_{Grav} = -\gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$$
$$a_{Grav_normiert} = \frac{F_{Grav}}{m_1 \cdot m_2} \cdot \frac{1}{R}$$
$$ax_2 = \frac{F_{Grav}}{m_2} \cdot \frac{\Delta x}{R}$$
$$\Rightarrow ax_2 = a_{Grav_normiert} \cdot m_1 \cdot \Delta x$$

   Um die Beschleunigungen ax und ay eines Körpers zu erhalten, ist die Masse des jeweils anderen Körpers und eine Abstandskomponente Δx bzw. Δy zu berücksichtigen (s.o.).
2. Kinematik des Körpers 1: Anwendung der Kette a→Δv→v→da→s für die x- und die y-Komponente, vgl. einfaches Gravitationsmodell (vgl. Punkt 4.1)
3. Kinematik des Körpers 2: (strukturgleich mit der Kinematik von Körper 1)



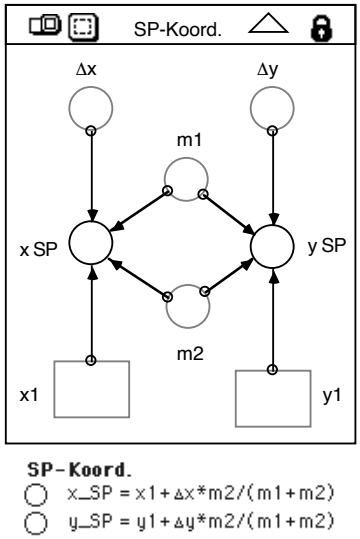
9.5 Gleichungen des Modellkerns zum Zwei-Körper-Problem.

Die Startparameter, insbesondere die Orts- und Geschwindigkeitskomponenten können für beide Körper frei gewählt werden. Im Unterschied zum Modell 1, das von vornherein im Schwerpunktsystem formuliert wurde, gibt es keine abhängigen Startparameter. Zur besseren Übersicht sind die Startparameter für die Zustandsgrößen als gesonderte Modellelemente aufgeführt. Die in den Gleichungen angegebenen Werte beziehen sich auf das Swing-by Beispiel.

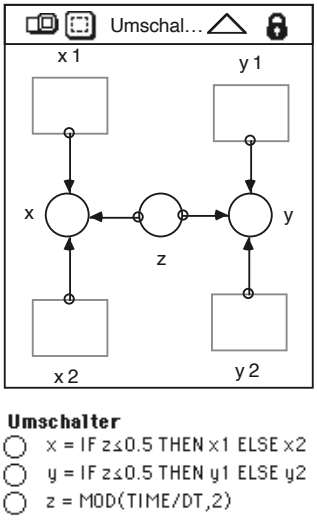


9.6 Gesondert aufgeführte Startparameter (Zahlenwerte für den Swing-by Effekt).

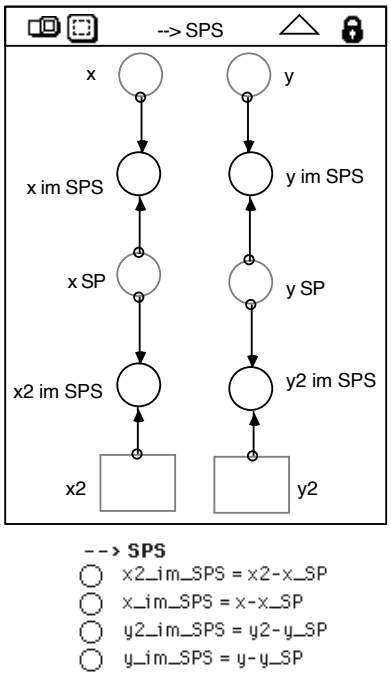
Die weiteren Modellsektoren gehören nicht mehr zur eigentlichen Dynamik des Modells. Sie dienen der Veranschaulichung der Modellvorhersagen in unterschiedlichen Bezugssystemen. Aus den Koordinaten der beiden Körper werden zunächst die Koordinaten des Schwerpunkts berechnet. Das ermöglicht im nächsten Schritt die Berechnung der *Körperkoordinaten im Schwerpunktsystem*. Rein zum Zwecke der Darstellung zweier Koordinatenpaare im gleichen x-y-Diagramm dient der Umschalter (s. Abb. 9.8). Für die Swing-by Simulation benötigt man schließlich noch die Geschwindigkeiten der Kapsel in den beiden Bezugssystemen.



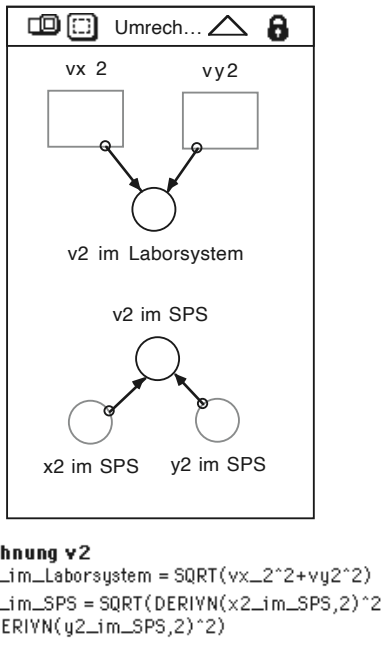
9.7 Berechnung der Schwerpunktkoordinaten.



9.8 Hilfskomponente zur Darstellung beider Körperkoordinatenpaare im gleichen x-y-Diagramm.



9.9 Transformation der Körperkoordinaten in das Schwerpunktsystem.



9.10 Berechnung der Beträge der Geschwindigkeit von Körper 2 im Labor- und im Schwerpunktsystem.

9.3.2 Sonne-Erde-System

Im ersten Beispiel (s. Abb. 9.11) wird die Bewegung der Erde um die Sonne simuliert. Bei den Anfangsparametern werden die Sonnen-Koordinaten als (0;0) angenommen. Für die x-Koordinate der Erde wird näherungsweise die mittlere Entfernung von der Sonne eingesetzt ($1{,}50 \cdot 10^{11}$ m). Da die Erde in der 3-Uhr-Position steht, kann für die Anfangsgeschwindigkeit ebenfalls näherungsweise die mittlere Bahngeschwindigkeit in y-Richtung angenommen werden.

Das x-y-Diagramm zeigt die Trajektorien im Schwerpunktsystem. Man erkennt die nur sehr geringe Exzentrizität der Erdbahn. Die Sonne steht praktisch fest im Ursprung des Koordinatensystems. Der Massenmittelpunkt des Gesamtsystems weicht nur wenig vom Mittelpunkt der Sonne ab. Man betrachte das Massenverhältnis von $3 \cdot 10^{-6}$. Der daraus zu berechnende gemeinsame Massenmittelpunkt liegt bei etwa einem Tausendstel des Sonnenradius.

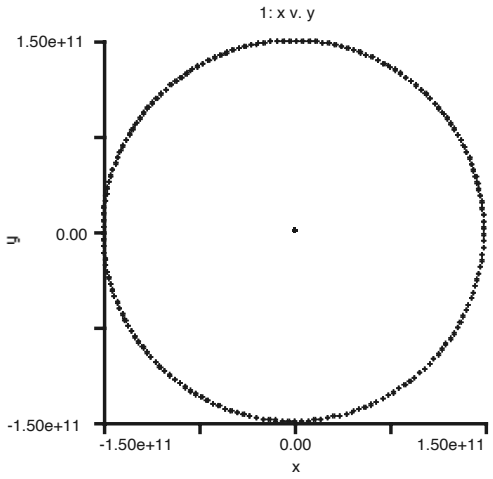
Erde-Sonne-System:

```
      m1  = 2e30 {kg}
      m2  = 6e24 {kg}
vx1_Start  = 0 {m/Tag}
vx2_Start  = 0 {m/Tag}
vy1_Start  = 0
vy2_Start  = 2·PI·1,5·e11/365 {m/Tag}
 x1_Start  = 0
 x2_Start  = 1,5e11 {m}
 y1_Start  = 0 {m}
 y2_Start  = 0 {m}
```

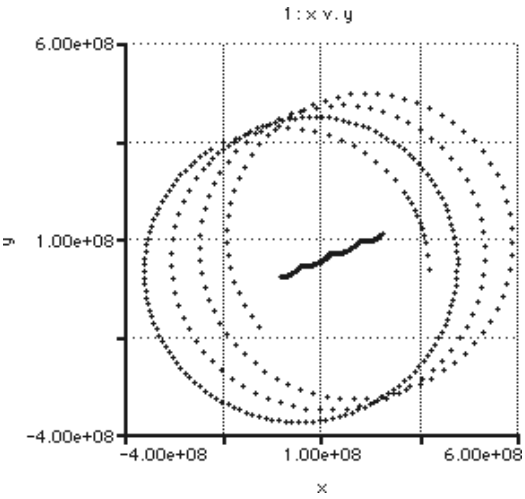
$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 400$; $\Delta t = 1$; Runge-Kutta-4

$$\frac{r_{Sonne}}{\text{Abstand Erde - Sonne}} = \frac{7 \cdot 10^{8}}{1{,}5 \cdot 10^{11}} \approx 5 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{m_{Erde}}{m_{Sonne}} = \frac{6 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 10^{30}} \approx 3 \cdot 10^{-6}$$



9.11 Sonne-Erde-Bahndaten im Schwerpunktsystem.



9.12 Erd- und Mondbahnen im Laborsystem.

9.3.3 Erde-Mond-System

Beim Erde-Mond-System kann die Mitbewegung des schweren Körpers, der Erde, beobachtet werden. Der Startwert für die Geschwindigkeit der Erde wurde mit 1 Promille der Bahngeschwindigkeit um die Sonne willkürlich gewählt. Sie dient dazu, die Mitbewegung der Erde bei der Darstellung im Laborsystem deutlicher zu machen. Man erkennt sie am „wellenartigen" Verlauf der Erdtrajektorie in Abbildung 9.12. Anders als beim Sonne-Erde-System hat der masseärmere Körper einen deutlichen Einfluß auf den massereicheren. Stellt man die Bewegung des Schwerpunktes dar, kann man die Erhaltung des Schwerpunktsimpulses erkennen. Die Bewegung des Massenmittelpunkts des Erde-Mond-Systems um die Sonne ist im Modell nicht berücksichtigt.

Erde-Mond-System:

```
      m1  = 6e24 {kg}
      m2  = 7.35e22 {kg}
vx1_Start = 2·PI·1,5·e11/365 {m/Tag} · 0.001
vx2_Start = 0 {m/Tag}
vy1_Start = 0
vy2_Start = 2·PI·384e6/27 {m/Tag}
            {siderischer Monat}
 x1_Start = 0
 x2_Start = 384e6 {m}
 y1_Start = 0 {m}
 y2_Start = 0 {m}
```

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 100$; $\Delta t = 0.2$; Runge-Kutta-4

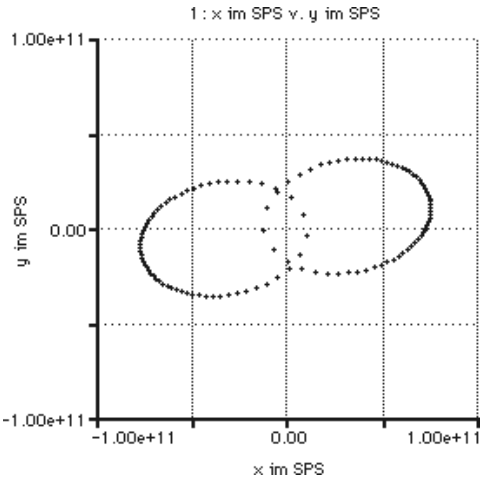
9.3.4 Doppelsternsystem

In der dritten Anwendung des Modells wird ein Doppelsternsystem simuliert. Zwei Sterne mit jeweils Sonnenmasse bewegen sich um den gemeinsamen Schwerpunkt. Die „Mitbewegung" der beiden Körper ist augenscheinlich. Ansonsten gibt das Modell keine über das Erde-Mond-System hinausgehenden Erkenntnisse. Während sich im Schwerpunktsystem Ellipsenbahnen ergeben, sind die Trajektorien im Laborsystem wesentlich „verschlungener".

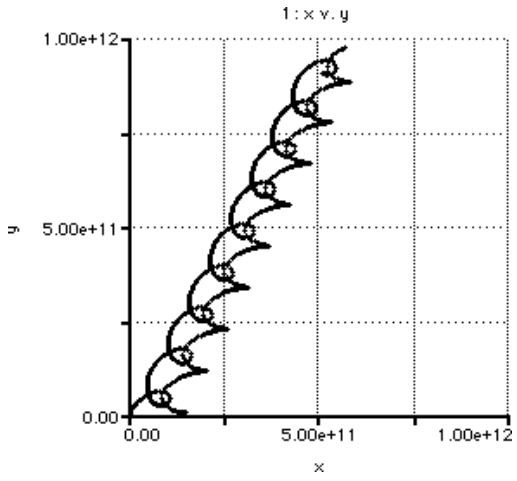
Doppelsternsystem:

```
      m1  = 2e30{kg}
      m2  = 2e30 {kg}
vx1_Start = 2·PI·1.5·e11/1000 {m/Tag}
vx2_Start = 0 {m/Tag}
vy1_Start = 0
vy2_Start = 2·PI·1.5·e11/500 {m/Tag}
 x1_Start = 0
 x2_Start = 1.5e11 {m}
 y1_Start = 0 {m}
 y2_Start = 0 {m}
```

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 1000$; $\Delta t = 1$; Runge-Kutta-4



9.13 Doppelsterne im Schwerpunktsystem.



9.14 Doppelsterne im Laborsystem.

9.4 Swing-by Effekt

Das Thema Raumfahrt weckt bei vielen Schülern Interesse. Neben grundlegenden Phänomenen der Gravitationsbewegungen lassen sich raumfahrttechnische Aspekte einbeziehen. Der Effekt erscheint zunächst als ein Paradoxon: Wie soll es gelingen, durch die Begegnung mit einem Planeten „Schwung“ zu holen? Die Beschleunigung durch die Anziehung bei der Annäherung erscheint doch auf den ersten Blick genauso groß sein zu müssen wie die Abbremsung bei der Entfernung vom Planeten. Man kann den Unterrichtsabschnitt durch Bilder und Daten anreichern, die von den Voyager Sonden über die äußeren Planeten geliefert wurden. Dazu finden sich z.B. im „Bild der Wissenschaft“ Materialien (z.B. Ingersoll 1987, Johnson 1987).

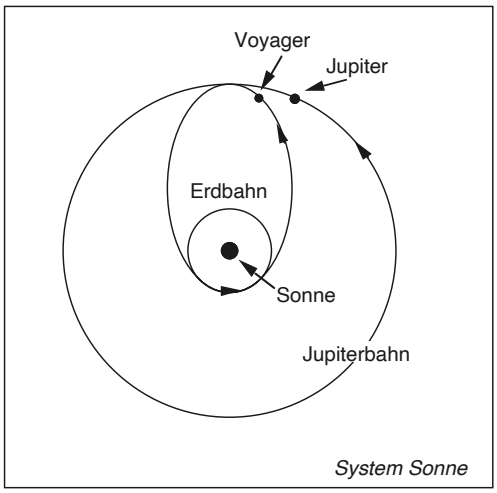
Die Mission der Raumsonde Voyager 2 (Start 1977) gilt als das bisher erfolgreichste Unternehmen der unbemannten Raumfahrt zur Erkundung fremder Planeten. Voyager 2 hat brillante Aufnahmen von Jupiter (1979), Saturn (1981) und Uranus (1986) geliefert. Daß es überhaupt möglich war, mit einer Mission drei Planeten anzusteuern (und danach noch Kurs auf Neptun zu nehmen) war einer besonders günstigen Konstellation der Planeten zu verdanken. Unter Ausnutzung des Swing-by Verfahrens konnte Voyager von einem Planeten zum nächsten „weitergeschleudert“ werden. Durch die Begegnung mit den Planeten kam es nicht nur zu Richtungsänderungen der Flugbahn der Kapsel sondern auch zur Erhöhung ihrer Geschwindigkeit.

Daß aufgrund der Gravitationswechselwirkung die Bewegungsrichtung geändert wird, erscheint leicht einsichtig. Mit Hilfe des STELLA-Modells kann die Frage geklärt werden, wie man durch den Vorbeiflug an einem Planeten „Schwung“ holen, bzw. — physikalisch korrekt gesprochen — die kinetische Energie einer Raumsonde erhöhen kann.

9.4.1 Physikalische Grundlagen des Swing-by

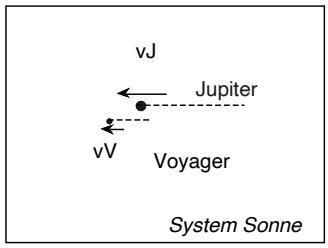
Wir betrachten den Swing-by der Voyager-Kapsel stark vereinfacht als idealtypischen Fall: Um einen Raumkörper von der Erde in Umlaufbahn eines anderen Planeten, z.B. des Jupiter, zu bringen, bedarf es des geringsten Treibstoffaufwands, wenn man den Transfer auf einer sogenannten „Hohmann-Ellipse“ um die Sonne ausführt: Die Kapsel bekommt beim Start eine solche

Geschwindigkeit, daß die Entfernung Sonne-Erde das Perigäum der Ellipse und Jupiter-Sonne das Apogäum bilden, bzw. die Kapsel auf ihrer Bahn die Bahnen von Start- und Zielplanet tangential berührt (vgl. Roy 1977, 451). Eine solche Bahn wird Hohmann-Ellipse genannt. In Abbildung 9.15 wird die Bewegung im System der ruhenden Sonne dargestellt. Wenn man ein Rendezvous der von der Erde gestarteten Kapsel mit dem Jupiter anstrebt, muß zusätzlich zur Geschwindigkeit der Kapsel im Perigäum noch der Zeitpunkt des Starts berücksichtigt werden, der sich aus der relativen Position der Planeten und der Flugdauer berechnet. Die Gravitationswechselwirkung zwischen der Kapsel und den beiden Planeten wird für diesen Teil der Betrachtung zur Vereinfachung als vernachlässigbar im Vergleich zur Sonne angenommen.



9.15 Transfer der Kapsel in die Jupiterbahn.

Als nächstes untersuchen wir die Vorgänge beim Eintreten der Kapsel in den Nahbereich des Jupiter. Ab einem bestimmten Abstand übersteigt die Gravitationskraft des Jupiter auf die Kapsel diejenige der Sonne. Für diesen Nahbereich vernachlässigen wir die Sonne und betrachten allein die Wechselwirkung zwischen Jupiter und Kapsel. Wir machen weiterhin die Annahme, daß am Beginn und am Ende des Rendezvous die Geschwindigkeiten von Kapsel und Jupiter näherungsweise parallel verlaufen.

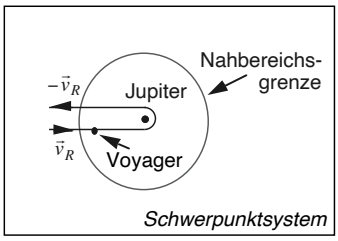


9.16 Die Kapsel wird von Jupiter überholt.

Beim Rendezvous, d.h. beim Eintritt in den Nahbereich des Jupiter, ist die Geschwindigkeit der Kapsel (v_V) deutlich kleiner als die Bahngeschwindigkeit des Jupiters (v_J). Die Kapsel wird vom Jupiter „von hinten“ eingeholt und schließlich überholt. Für die Relativgeschwindigkeit gilt (vgl. Abb. 9.16):

$$\vec{v}_R = \vec{v}_J - \vec{v}_V$$

Wir begeben uns nun ins Schwerpunktsystem dieser beiden Körper, dessen Ursprung wegen des Massenverhältnisses nahezu mit dem Mittelpunkt des Jupiters zusammenfällt. In diesem System nähert sich die Kapsel dem Jupiter mit der Relativgeschwindigkeit - $\vec{v}_R$. Im Schwerpunktsystem, in dem der Jupiter praktisch ruht, gewinnt die Kapsel keine kinetische Energie. Die Kapsel verläßt den Nahbereich des Jupiters mit der Relativgeschwindigkeit + $\vec{v}_R$, die fast den gleichen Betrag hat wie beim Eintritt.



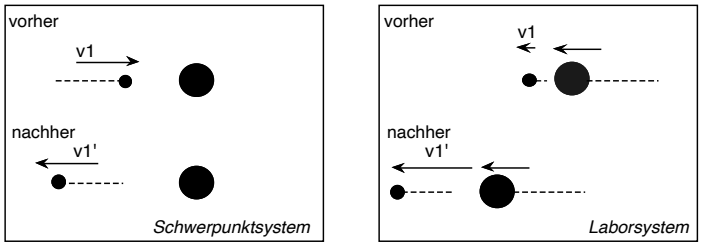
9.17 Rendevouz von Jupiter und Kapsel im Schwerpunktsystem.

Der eigentliche Effekt ergibt sich aus der Änderung der Kapselgeschwindigkeit im *System der Sonne*. Vor Eintritt in den Nahbereich des Jupiters beträgt die Geschwindigkeit $\vec{v}_V$. Nach dem Rendevouz bewegt sich die Kapsel mit dem Tempo, mit dem sie sich vorher dem Jupiter *angenähert* hat, nun von diesem *weg*. Die Geschwindigkeit der Kapsel im System Sonne ergibt sich also aus der Geschwindigkeit des Jupiters plus der Relativgeschwindigkeit:

$$\vec{v}_V' = \vec{v}_J + \vec{v}_R = \vec{v}_J + (\vec{v}_J - \vec{v}_V) = 2\vec{v}_J - \vec{v}_V$$

Die Überlegungen gelten in dieser einfachen Form nur unter den genannten Bedingungen, u.a. einer sehr engen Hyperbelbahn um den Planeten. Sie zeigen jedoch den wesentlichen Punkt: Der Energieaustausch zwischen Planet und Kapsel ergibt sich allein in einem Bezugssystem, in dem der Planet sich bewegt. Mit dem Modell kann dieser Sachverhalt veranschaulicht werden.

Eine Analogie besteht im elastischen Stoß einer kleinen Kugel mit einer sehr viel massereicheren Kugel. Auch hier gewinnt die kleine Kugel im Schwerpunktsystem keine Energie. Ihre Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoß sind betragsmäßig etwa gleich. Bei einer Betrachtung im Laborsystem ist die Geschwindigkeit der kleinen Kugel nach dem Stoß betragsmäßig größer als vorher.



9.18 Analogie zum zentralen Stoß zweier Kugeln mit sehr unterschiedlichen Massen.

9.4.2 Anwendung des Zwei-Körper-Modells

Die Startgeschwindigkeiten und Startpositionen der Kapsel und des Planeten sind so gewählt, daß anschauliche Trajektorien zustandekommen. Es bedarf einigen Probierens mit den Parameterwerten und den Zeitparametern, bis eine Kombination gefunden ist. Insbesondere die Wahl eines geeigneten Δt ist schwierig. Der Zeitschritt darf nicht zu groß sein, da bei großer Nähe der Kapsel zum Planeten sehr hohe Beschleunigungen auftreten, die leicht zu Bahnfehlern führen können. Andererseits darf Δt auch nicht zu klein gewählt werden, um den verfügbaren Hauptspeicher nicht zu überschreiten und den Simulationslauf nicht zu lang werden zu lassen.

Die Parameter können folgendermaßen veranschaulicht werden:

Swing-by

```
      m1  = 1e25
      m2  = 1000
vx1_Start = 2·PI·800e9/(12·365)
vx2_Start = 2·PI·800e9/(12·365)/20
vy1_Start = 0
vy2_Start = 0
 x1_Start = 0
 x2_Start = 1e7
 y1_Start = 0
 y2_Start = 4e6
```

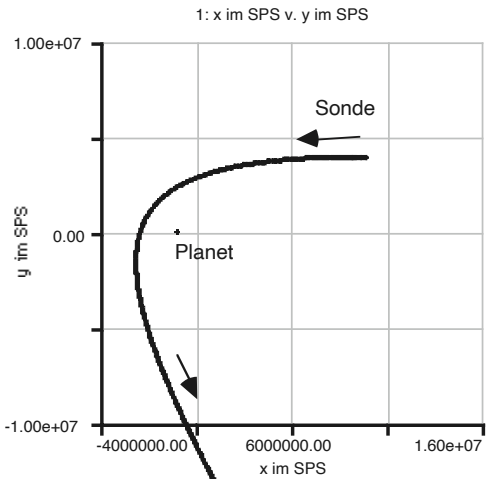
T_{Start}= 0; T_{End} = 0.02; $\Delta t = 2 \cdot 10^{-5}$; Runge-Kutta-4

- Eine Kapsel mit m_2=1.000 kg bewegt sich zum Beginn der Simulation im Nahbereich eines Planeten mit etwa der Masse der Erde.
- Die Kapsel bewegt sich $1 \cdot 10^7$ m vor und $4 \cdot 10^6$ m „seitlich“ des Planeten (bezogen auf die Ebene der Ekliptik).
- Der Planet bewegt sich mit der 20-fachen Geschwindigkeit der Kapsel. (Die Planetengeschwindigkeit entspricht näherungsweise der Bahngeschwindigkeit des Jupiters.)

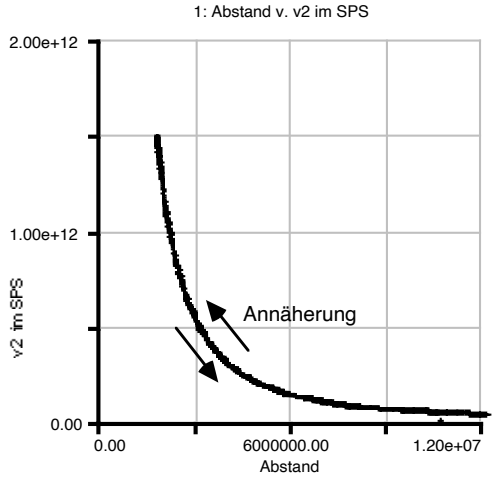
Diese Annahmen sind vergleichbar der unter Punkt 9.3 beschriebenen Situation, sie entsprechen jedoch nicht den realen Daten des Rendezvous von Voyager 2 mit dem Jupiter.

Bewegung im Schwerpunktsystem

Im Schwerpunktsystem wird im Gravitationsfeld des Planeten lediglich die Bewegungsrichtung der Kapsel beeinflußt. Sie gewinnt, auf den Abstand zum Planeten bezogen, keine kinetische Energie (s Abbildungen 9.19 und 9.20).



9.19 Swing-by im Schwerpunktsystem.



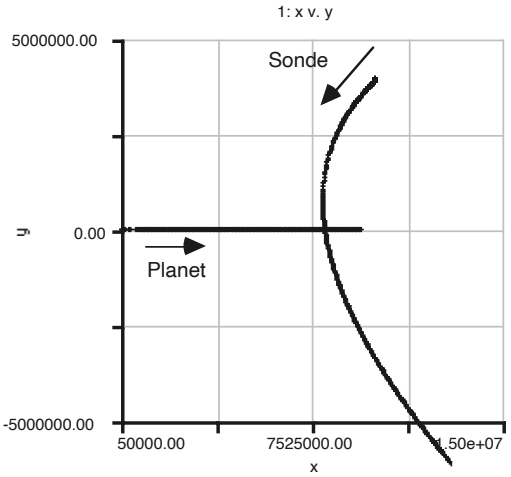
9.20 „Energien“ im Schwerpunktsystem (Betrag der Geschwindigkeit als indirektes Maß für die kinetische Energie; Abstand als Maß für die potentielle Energie).

Bewegung im Laborsystem

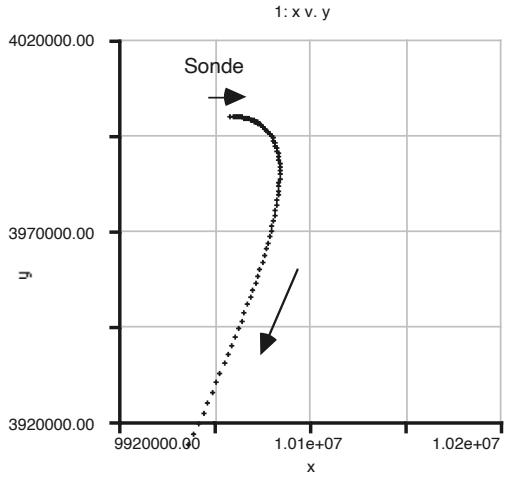
Die anfängliche Bewegung der Kapsel in positiver x-Richtung ist im großen Maßstab kaum zu erkennen. Erst eine starke Spreizung der y-Koordinate in der Anfangsphase zeigt, wie die Kapsel am Beginn in der x-Komponente beschleunigt wird. Man erkennt die Abnahme des Geschwindigkeitsbetrags am Beginn der Simulation auch in der Darstellung über dem Abstand. Dort zeigt sich wiederum, daß die Kapsel beim Rendezvous mit dem Planeten im Fixsternsystem an kinetischer Energie gewinnt. Dies geschieht auf Kosten der kinetischen Energie des Planeten und nicht etwa zu Lasten der potentiellen Energie der Kapsel. Es handelt sich um einen Energiezuwachs der Kapsel (s. Abbildungen 9.20 und 9.23).

Voyager-Mission

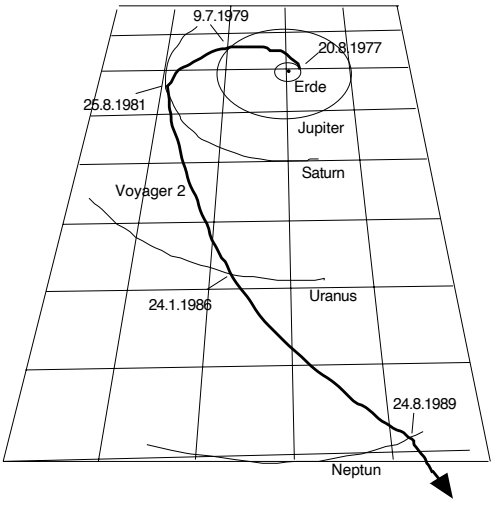
Im Verlaufe der Voyager-Mission wurde das Swing-by Verfahren angewandt bei den Rendezvous mit Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun. Die Abbildung zeigt die Trajektorie im System der Sonne. Durch das „Abzapfen“ von Energie von den Planeten wurde die Geschwindigkeit der Kapsel so stark gesteigert, daß sie möglicherweise das Sonnensystem verlassen und in den interstellaren Raum eintreten wird. Bei dem Versuch, einen Flugkörper direkt auf einer Parabelbahn um die Sonne aus dem Sonnensystem „herauszuschießen“, hätte viel mehr Brennstoff mitgeführt werden müssen. Ohne Ausnutzen des Schleudereffekts wäre es auch nicht möglich gewesen, gleich vier Planeten unseres Sonnensystems auf einer Mission anzusteuern.



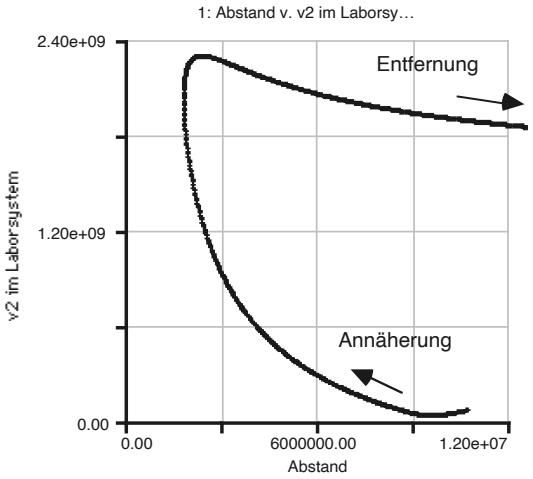
9.21 Swing-by im Laborsystem.



9.22 Details der Anfangsphase des Rendezvous.



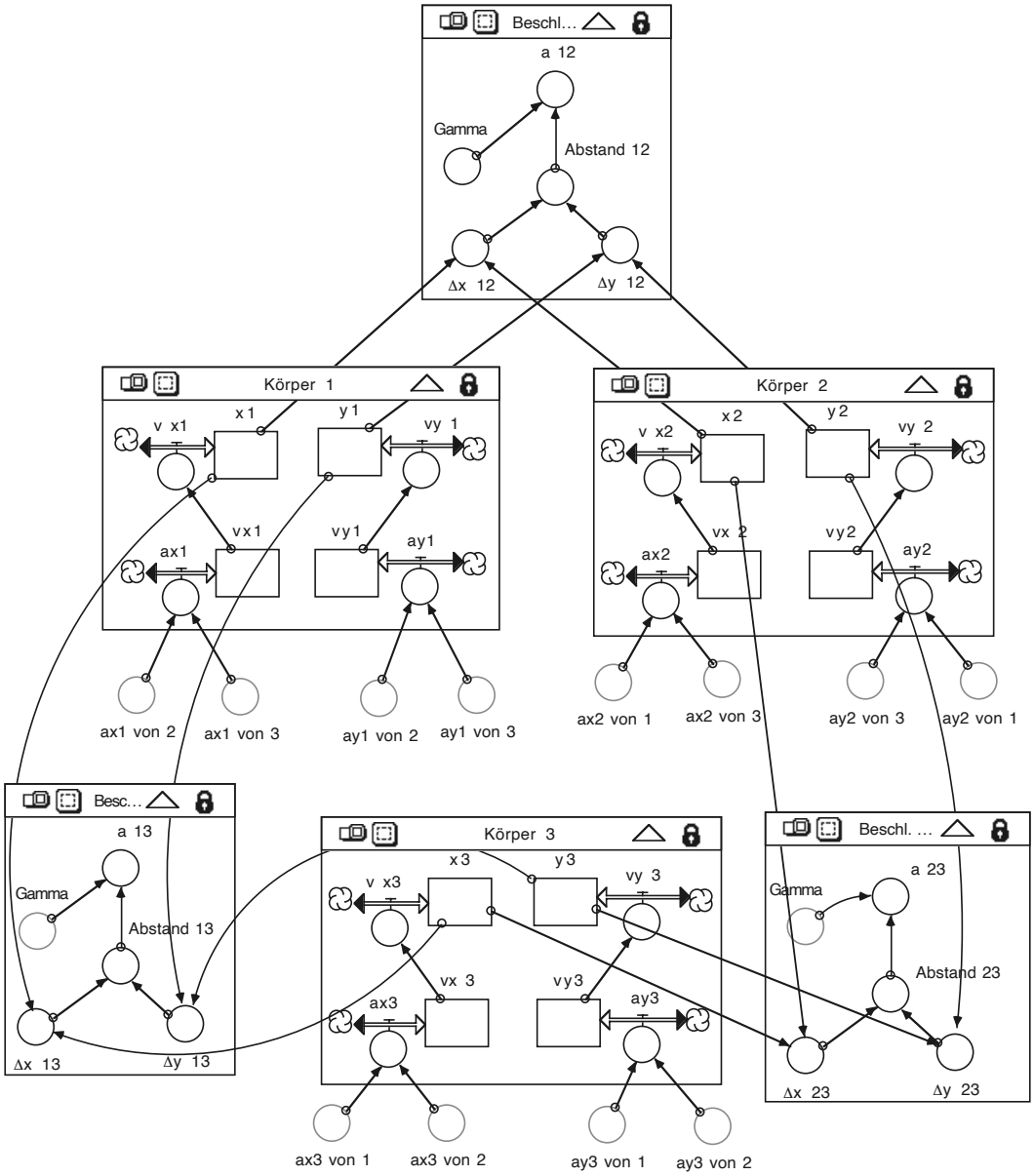
9.24 Voyager-Mission.



9.23 „Energien“ im Laborsystem (Betrag der Geschwindigkeit als Maß für die kinetische Energie; Abstand als Maß für die potentielle Energie).

9.5 Drei-Körper-Problem

9.5.1 Modellstruktur

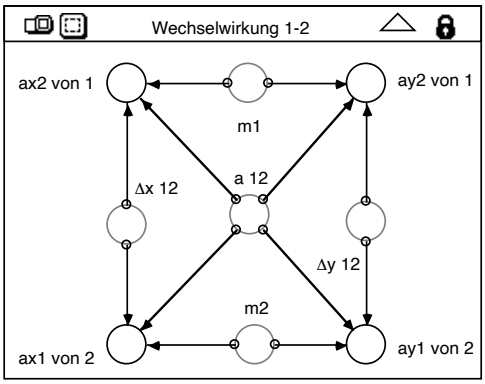


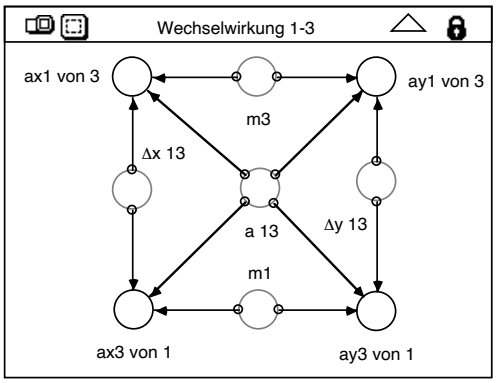
9.25 Kern des Drei-Körper-Modells.

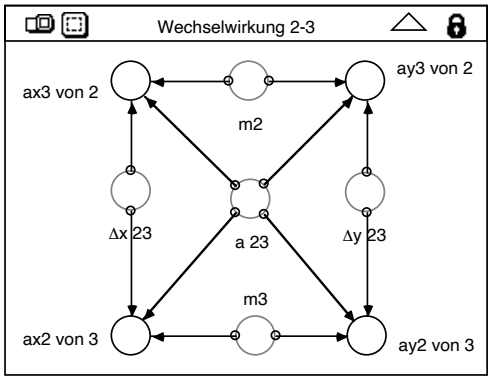
Im Unterschied zum Zwei-Körper-Problem sind bei Drei- und Mehr-Körper-Problemen keine geschlossenen analytischen Lösungen des Differentialgleichungssystems möglich. Man muß auf Näherungslösungen oder auf numerische Verfahren zurückgreifen. Einer Lösung stehen rein *mathematische* Probleme entgegen. Für die *physikalische* Beschreibung des Drei-Körper-Problems reichen das Gravitationsgesetz und die Newtonsche Dynamik aus. Von interessierten Schülern, die aus dem Mechanik-Kurs über Erfahrungen mit systemdynamischen Beschreibungen verfügen, kann ein entsprechendes Modell entwickelt werden.

Die Modellstruktur ist auf der Grundlage des in rechtwinkligen Koordinaten formulierten Zwei-Körper-Modells leicht verständlich. Für den dritten Körper wird die kinematische Teilstruktur in bewährter Weise formuliert. Die drei Abstände zwischen den Körpern werden jeweils in den Komponenten Δx und Δy bestimmt, um daraus die drei normierten Gravitationsbeschleunigungen a12, a13 und a23 berechnen zu können. Die Beschleunigungskomponenten ax und ay eines Körpers ergeben sich aus der Summe der entsprechenden Einwirkungen der beiden anderen Körper. Diese werden in gesonderten Modellsektoren für die drei Wechselwirkungen bestimmt.

Abbildung 9.27 zeigt einen Ausschnitt aus den Modellgleichungen. Für die anderen normierten Gravitationsbeschleunigungen, Wechselwirkungen bzw. kinematischen Berechnungsketten ändern sich nur die Indizes.







9.26 Wechselwirkungskomponenten zwischen den drei Körpern.

Um die Koordinaten aller drei Körper im gleichen x-y-Diagramm darstellen zu können, wird der Umschalter gegenüber dem Zwei-Körper-Modell fortentwikkelt (s. Abb. 9.28).

Mit der Angabe der Startparameter in einem gesonderten Modellsektor ist die Modellierung des Drei-Körper-Problems abgeschlossen. (s. Abb. 9.29; die angegebenen Parameterwerte beziehen sich auf die Bewegung der Erde und des Jupiters um die Sonne).

9.27 (rechts oben) Berechnung der Bahnkurve von Körper 1 auf Grundlage der Wechselwirkungen mit den beiden anderen Körpern.

9.29 (unten) Zusammenfassung der Startparameter.

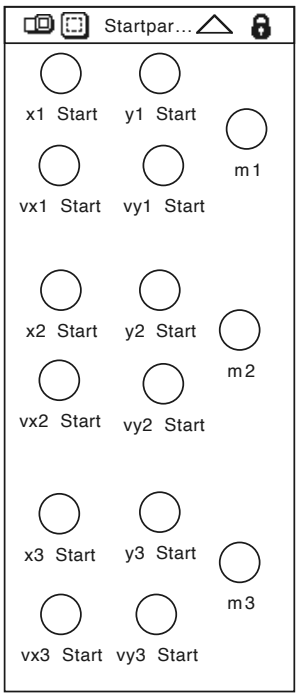
Beschl. 1-2
- Abstand_12 = SQRT(Δx_12^2+Δy_12^2)
- a_12 = -Gamma/Abstand_12^3
- Gamma = 6.67E-11*(24*3600)^2
- Δx_12 = x2-x1
- Δy_12 = y2-y1

Wechselwirkung 1-2
- ax1_von_2 = -m2*a_12*Δx_12
- ax2_von_1 = m1*a_12*Δx_12
- ay1_von_2 = -m2*a_12*Δy_12
- ay2_von_1 = m1*a_12*Δy_12

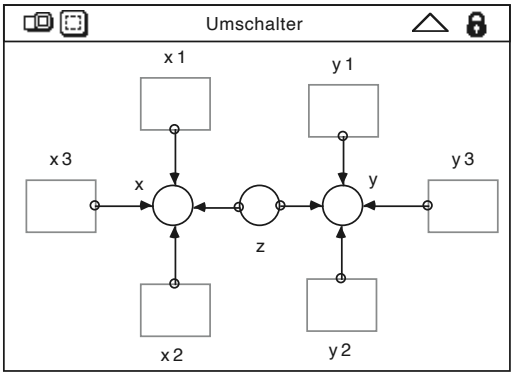
Beschl. 1-3
- Abstand_13 = SQRT(Δx_13^2+Δy_13^2)
- a_13 = -Gamma/Abstand_13^3
- Δx_13 = x3-x1
- Δy_13 = y3-y1

Wechselwirkung 1-3
- ax1_von_3 = -m3*a_13*Δx_13
- ax3_von_1 = m1*a_13*Δx_13
- ay1_von_3 = -m3*a_13*Δy_13
- ay3_von_1 = m1*a_13*Δy_13

Körper 1
- vx1(t) = vx1(t - dt) + (ax1) * dt
  INIT vx1 = vx1_Start
  INFLOWS:
  - ax1 = ax1_von_2+ax1_von_3
- vy1(t) = vy1(t - dt) + (ay1) * dt
  INIT vy1 = vy1_Start
  INFLOWS:
  - ay1 = ay1_von_2+ay1_von_3
- x1(t) = x1(t - dt) + (v_x1) * dt
  INIT x1 = x1_Start
  INFLOWS:
  - v_x1 = vx1
- y1(t) = y1(t - dt) + (vy_1) * dt
  INIT y1 = y1_Start
  INFLOWS:
  - vy_1 = vy1



Startparameter
- m1 = 2e30
- m2 = 2e30
- m3 = 6e24
- vx1_Start = 0
- vx2_Start = 0
- vx3_Start = -1e11*2*PI/1000
- vy1_Start = 1.5e11*2*PI/1000
- vy2_Start = -1.5e11*2*PI/1000
- vy3_Start = 2e11*2*PI/1000
- x1_Start = 1.5e11
- x2_Start = -1.5e11
- x3_Start = 0
- y1_Start = 0
- y2_Start = 0
- y3_Start = 0



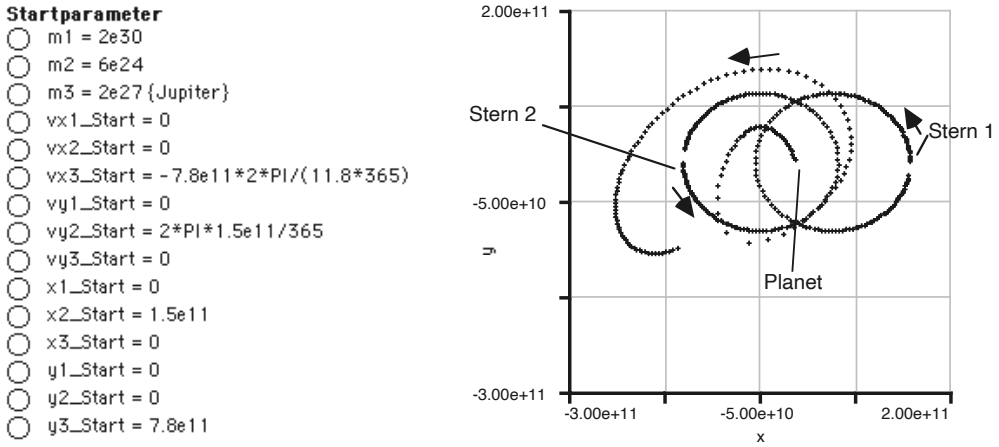
Umschalter
- x = IF z≤0.5 THEN x1
  ELSE If z≤1.5 THEN x2
  ELSE x3
- y = IF z≤0.5 THEN y1
  ELSE IF z ≤1.5 THEN y2
  ELSE y3
- z = MOD(TIME/DT,3)

9.28 (oben) Hilfskomponente für die Darstellung von 3 Wertepaaren im gleichen x-y-Diagramm von STELLA.

9.5.2 Doppelsternsystem mit Planet

Das Modell ist universell anwendbar auf beliebige Konstellationen von drei Körpern mit Gravitationswechselwirkung, z.B. auf die Bewegung eines schweren Planeten in einem Doppelsternsystem oder die eines Planeten mit zwei massereichen Monden. Es ist aber nicht einfach, sinnvolle Anfangsbedingungen zu finden, die im Zusammenspiel mit einem Kompromiß aus Schrittlänge Δt und Rechenzeit zu geeigneten Simulationsläufen führen, die nicht durch numerische Fehler überlagert sind (z.B. Hinauskatapultieren des massearmen Körpers bei großen Beschleunigungen in der Nähe eines massereichen Körpers).

Das gezeigte Beispiel entspricht einem System zweier Sterne mit Sonnenmasse in der doppelten Entfernung Erde-Sonne, denen ein Planet mit Erdmasse im Ursprung hinzugesellt ist.



9.30 Drei-Körper-System (2 Sonnen und 1 Planet).

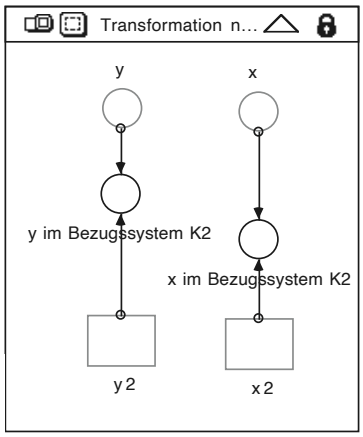
9.5.3 Schleifenbahn des Jupiters

Bei der Bewegung von Jupiter und Erde um die Sonne ist die Gravitationswechselwirkung zwischen den beiden Planeten vernachlässigbar. Ebensowenig spielt die Mitbewegung der Sonne eine Rolle. Das Beispiel ist für eine Anwendung des Drei-Körper-Modells dennoch interessant, weil eine einfache Koordinatentransformation die Schleifenbahn des Jupiters veranschaulicht, wie man sie von der Erde aus vor dem Fixsternhimmel beobachtet.

Die obengenannten Startparameter beschreiben eine Konstellation im Bezugssystem der Sonne (Körper 1). Körper 2 ist die Erde. Sie befindet sich am Startzeitpunkt 90° hinter dem Jupiter (Körper 3). Die Geschwindigkeiten der beiden Planeten werden errechnet aus dem Umfang einer Kreisbahn mit der mittleren Entfernung zur Sonne und der Umlaufzeit, die beim Jupiter etwa 12 Jahre beträgt. Der Jupiter wird von der Erde auf ihrer inneren Bahn periodisch überholt. Die Abbildung zeigt die Bahnen für eine Zeitraum von etwa 100 Tagen. Die Sonne steht praktisch fest im Zentrum des Koordinatensystems.

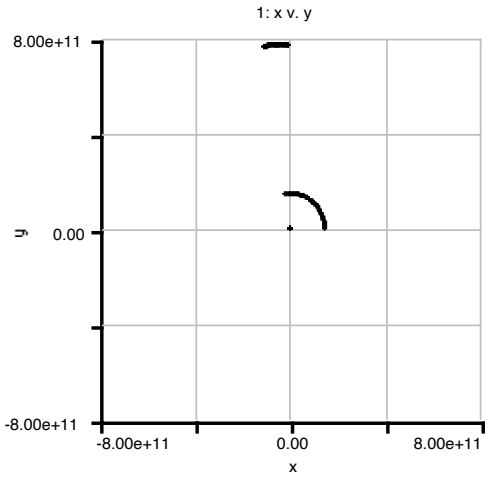
Beobachtet man den Vorgang in einem verbundenen Koordinatensystem mit der Erde im Ursprung, dann führt der Jupiter eine merkwürdige Schleifenbahn aus. Die Koordinatentransformation nach K2 (Erdkoordinaten) kann im Modell einfach ergänzt werden (s. Abb. 9.31).

Beim Betrachten des Simulationsergebnisses ist zu bedenken, daß die Erde im Zentrum steht. Sie wird von der Sonne umkreist. Die flächige Ausprägung der Schleifenbahn des Jupiters ist erkennbar, weil man „von oben“ auf die x-y-Ebene schaut. Guckt man dagegen in der Ebene von der Erde aus zum Jupiter, so fallen lediglich seine periodisch auftretenden Rückwärtsbewegungen vor dem Hintergrund der Fixsterne auf.

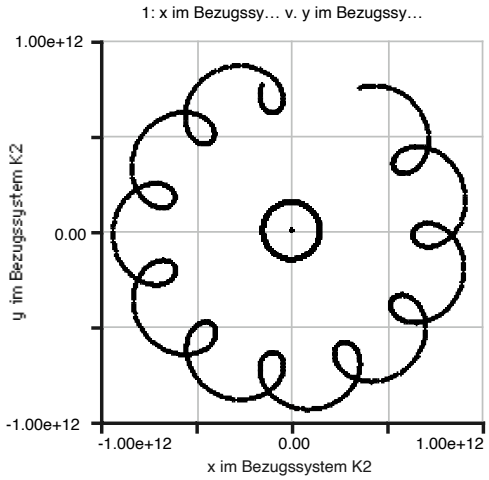


9.31 (rechts) Koordinatentransformation in das Bezugssystem der Erde.

Transformation nach K2
x_im_Bezugssystem_K2 = x-x2
y_im_Bezugssystem_K2 = y-y2



9.32 Bewegung von Erde und Jupiter um die Sonne im Fixsternsystem (für einen Viertel-Umlauf der Erde um die Sonne).



9.33 Schleifenbahnen des Jupiter im Bezugssystem der Erde. Die Erde steht im Zentrum. Die Sonne bewegt sich auf einer Kreisbahn.

9.6 Bewegung im Coulombfeld: Rutherford-Streuung

Für die Entwicklung der Vorstellungen vom Atom sind Rutherfords Arbeiten von großer historischer Bedeutung. Seine Überlegungen führten zu der Annahme, daß es einen kleinen, d.h. gegenüber der Gesamtausdehnung des Atoms räumlich sehr begrenzten, massereichen Kern gibt, der von einer Hülle aus leichten Elektronen umgeben ist. Dieses Modell bietet einen Erklärungsansatz zur Deutung des Streuversuchs, bei dem α-Teilchen (Helium-Kerne) auf eine dünne Goldfolie treffen. Die Intensität der gestreuten α-Teilchen nimmt mit dem Streuwinkel ϑ (Raumwinkel) sehr stark ab.

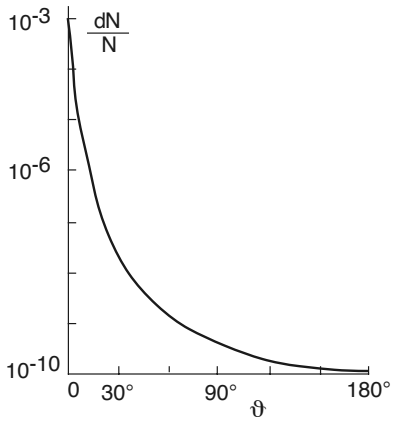
Unter den Annahme, daß für die Ablenkung der α-Partikel die Coulomb-Abstoßung zwischen Kern und Partikel verantwortlich ist, kann man ein Modell formulieren, das die Vorgänge *qualitativ* veranschaulicht. Es können Bahnkurven für verschiedene Stoßparameter, d.h. für verschiedene senkrechte Abstände der „Einflugrichtung" der Partikel vom Kern, simuliert werden. Allerdings liegen alle Bahnkurven und damit die Ablenkwinkel in der x-y-Ebene. Im Experiment wird die Streurate dagegen über den Raumwinkel erfaßt. Eine quantitative Reproduktion der Realdaten sollte daher nicht angestrebt werden. Man kann jedoch gut zeigen, daß Ablenkungen unter kleinen Streuwinkeln deutlich überwiegen.

Das Modell arbeitet mit der alternativen Newtonschen Grundstruktur Kraft→Impuls→Geschwindigkeit→Ort. Die jeweilige Kraftkomponente ändert die entsprechende Impulskomponente, aus der wiederum die Geschwindigkeitskomponente errechnet werden kann, welche die Ortskomponente ändert. Die Bezeichnung der Modellgröße F_Coulomb ist eigentlich nicht ganz korrekt. Es handelt sich tatsächlich um F_C/R. Dadurch wird die Berechnung der Kraftkomponenten Fx und Fy im Modell eleganter gelöst (s. Gleichungen).

Die Abschätzung einer sinnvollen Quantifizierung des Modells bedarf einiger qualitativer Abschätzungen. Die „Verweildauer" des α-Partikels im Atom ist — an üblichen mechanischen Vorgängen gemessen — äußerst kurz: Die Geschwindigkeit des Partikels ist hoch, und die Atomdimensionen sind klein. Das erfordert sehr kleine Simulationsschrittweiten Δt ($5\cdot10^{-22}$s), damit das α-Teilchen den Kern überhaupt „spüren" kann. Die Coulombkraft nimmt mit $1/r^2$ ab. Merkliche Impulsänderungen ergeben sich daher nur in Kernnähe. Dies hat Bedeutung für den Parameter Startwert_y. Der Startwert der Geschwindigkeit v_x ist so gewählt, als habe das α-Teilchen eine Beschleunigungsspannung von $4\cdot10^6$V durchlaufen.

$$q_\alpha \cdot U = \frac{1}{2} m_\alpha \cdot v^2 \;\Rightarrow\; 2 \cdot e \cdot U \approx \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot m_{Proton} \cdot v^2$$

$$\Rightarrow v \approx \sqrt{\frac{e \cdot U}{m_{Proton}}}$$



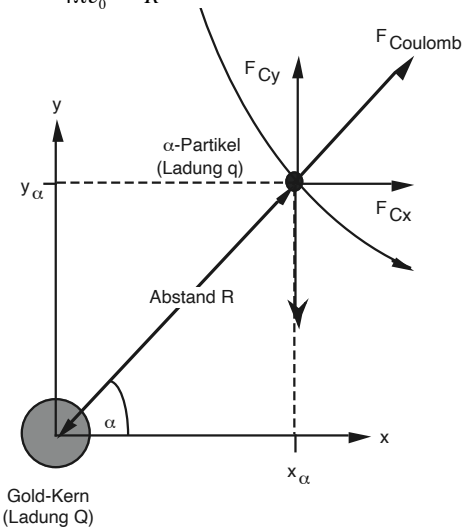
9.34 Winkelabhängigkeit der Streuung von a-Teilchen (6 MeV) an einer Goldfolie (1 μm dick). Die Streurate ist als Funktion des Raumwinkels J aufgetragen.

$$R = \sqrt{x_2^{\,2} + y_2^{\,2}}$$

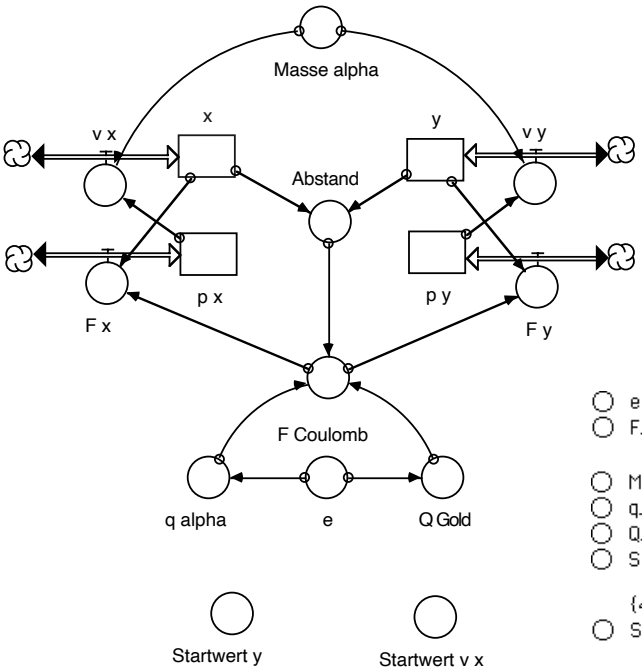
$$F_{Coulomb} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_{Gold} \cdot q_\alpha}{R^2}$$

$$F_{Cx} = F_{Coulomb} \cdot \cos\alpha = F_{Coulomb} \cdot \frac{x_\alpha}{R} = \frac{Q_{Gold} \cdot q_\alpha}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x_\alpha}{R^3}$$

$$F_{Cx} = \frac{Q_{Gold} \cdot q_\alpha}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{y_\alpha}{R^3}$$



9.35 Komponenten der Coulombkraft.

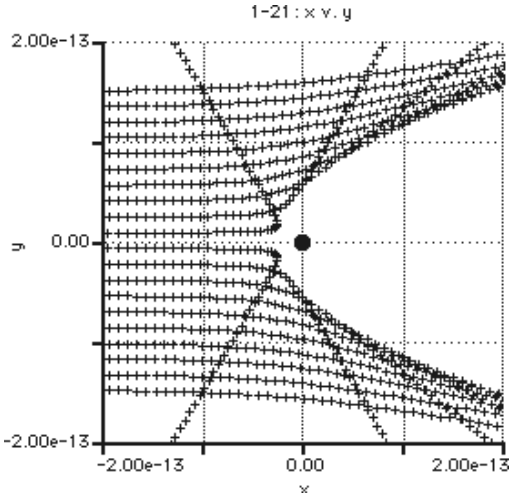


9.36 Rutherford-Streuung. (Zur Numerik: STELLA läßt bis zur Programmversion STELLA II-1.0 und ab der Version STELLA II 4.0 Schrittweiten kleiner als 10^{-6} zu.)

e = 1.6E-19 {As}
F_Coulomb = 1/(4*PI*8.854E-12)
* Q_Gold*q_alpha / Abstand^3
Masse_alpha = 6.61E-27 {kg}
q_alpha = 79*e
Q_Gold = 2*e
Startwert_v_x = SQRT(1.6E-19{As}
/1.7E-27{kg} * 4E6{V})
{4E6 V Beschleunigungsspannung}
Startwert_y = -1.5E-13...1.5E-13{m}

9.37 Modellparameter

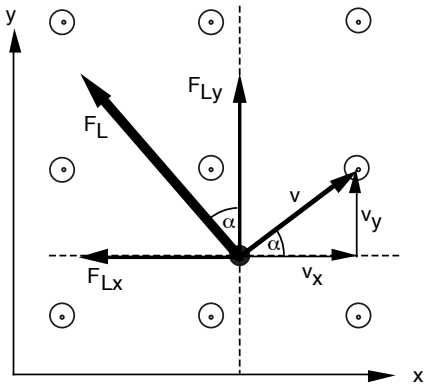
Der Startwert_y entspricht dem Stoßparameter. Bei STELLA ist es möglich, Parameterwerte systematisch zu variieren. Dadurch können die Bahnkurven für verschiedene Stoßparameter in ein gemeinsames x-y-Diagramm eingetragen werden. Das Diagramm zeigt deutlich, daß große Streuwinkel oder gar Rückwärtsstreuung vergleichsweise selten auftreten, obwohl die simulierten Stoßparameter um Größenordnungen kleiner sind als ein Atomdurchmesser (10^{-10}m).



9.38 Streuung von α-Partikeln für unterschiedliche Stoßparameter.

9.7 Bewegung im homogenen Magnetfeld: Fadenstrahlrohr

Auf bewegte, geladene Körper im Magnetfeld wirkt die Lorenzkraft $\vec{F}_L = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$. Die Richtung der Impulsänderung liegt senkrecht zur Bewegungsrichtung und senkrecht zur Orientierung des Magnetfelds. Die Vorgänge werden vereinfacht, wenn die Geschwindigkeit des Körpers keine Komponente in der Magnetfeldrichtung hat, z.B. bei einer Orientierung von $\vec{B}$ in z-Richtung und einer Bewegung in der x-y-Ebene. Da die Kraft stets senkrecht zur Bewegungsrichtung steht, erfolgt keine Änderung des Geschwindigkeitsbetrages. Der Körper wird durch die Lorentzkraft auf eine Kreisbahn in der x-y-Ebene gezwungen.

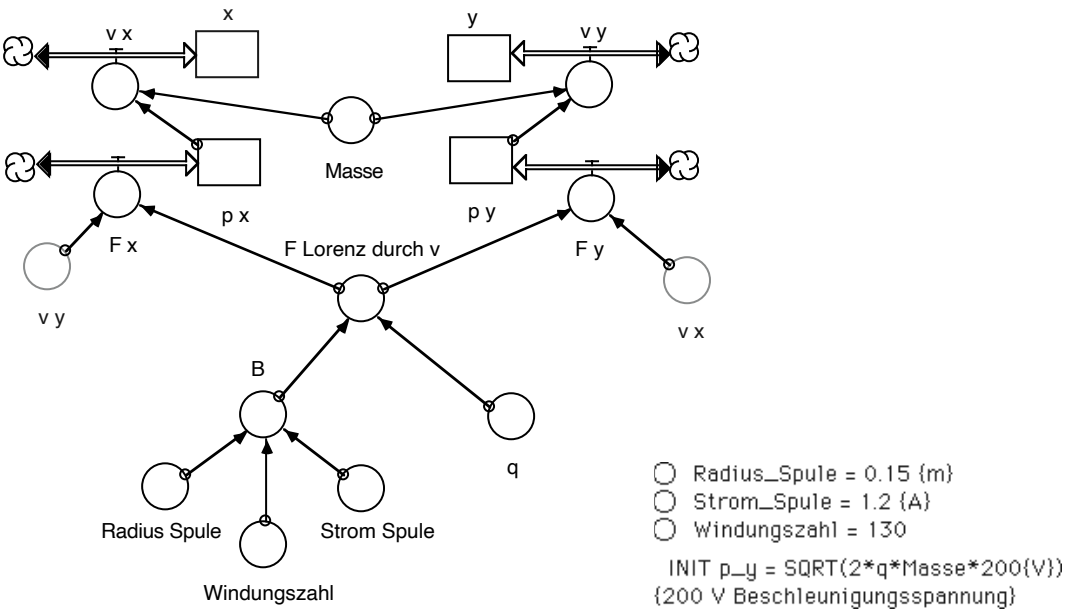


9.39 Bewegung freier Elektronen im Magnetfeld.

$$F_{Lx} = F_L \cdot \sin\alpha = q \cdot v \cdot B \cdot \frac{v_y}{v} = q \cdot B \cdot v_y$$

$$F_{Ly} = q \cdot B \cdot v_x$$

Experimentell ist dieses Phänomen beim sogenannten „Fadenstrahlrohr“ realisiert. Ein Paar Helmholtz-Spulen erzeugt im Innenbereich ein homogenes Magnetfeld. Senkrecht dazu werden Elektronen in einem elektrischen Feld auf eine bestimmte Geschwindigkeit gebracht. Je nach Größe des Impulsbetrages und der Stärke des Magnetfelds bewegen sich die Elektronen auf Kreisbahnen eines bestimmten Durchmessers.



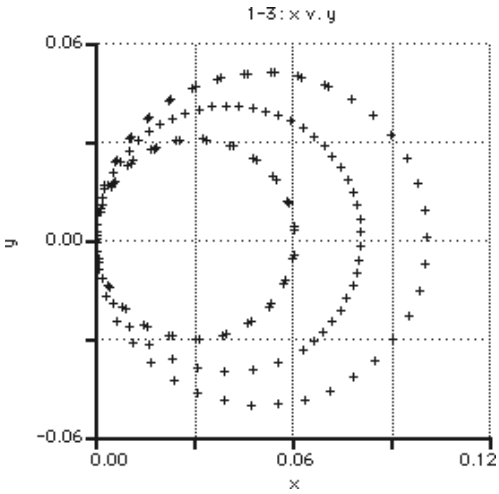
9.40 Bewegung von Elektronen im Fadenstrahlrohr (Parameter entspr. dem schulüblichen Experiment).

Das Magnetfeld der Helmholtzspulen berechnet sich zu:

$$B = \mu_0 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{Windungszahl \cdot Spulenstrom}{Spulenradius}$$

Das Modell ist diesem Experiment angepaßt. Die Parameter des Helmholtzspulenpaars, aus denen sich die Feldstärke B bestimmt, sind explizit angeführt. Gemäß den oben genannten Gleichungen zur Berechnung der Komponenten der Lorenzkraft tritt nicht die Lorenzkraft selbst auf, sondern der Quotient aus Lorenzkraft und Partikelgeschwindigkeit (F_Lorenz_durch_v). Der Betrag der Geschwindigkeit braucht nicht ermittelt zu werden.

Die Modellvorhersage entspricht den Radien, die man im Experiment unter den genannten Parametern messen kann und über die man die spezifische Ladung e/m der Elektronen bestimmt wird.



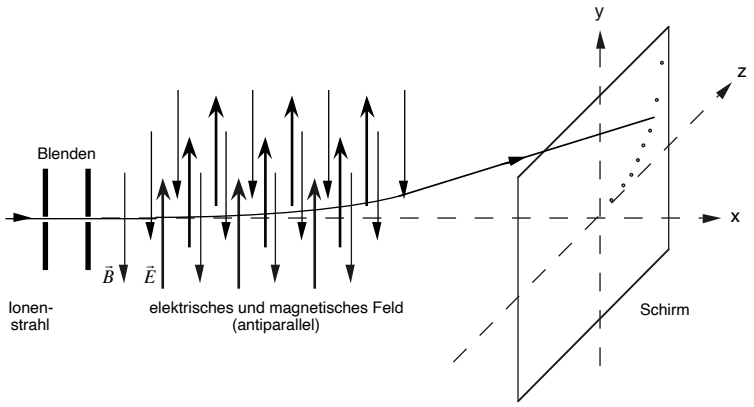
9.41 Modellvorhersage der Kreisbahn der Elektronen für drei verschiedene Magnetfelder (Spulenstrom I_1=1.2A, I_2=1.5A, I_3=2A).

9.8 Überlagerung elektrischer und magnetischer Felder: Massenspektroskopie

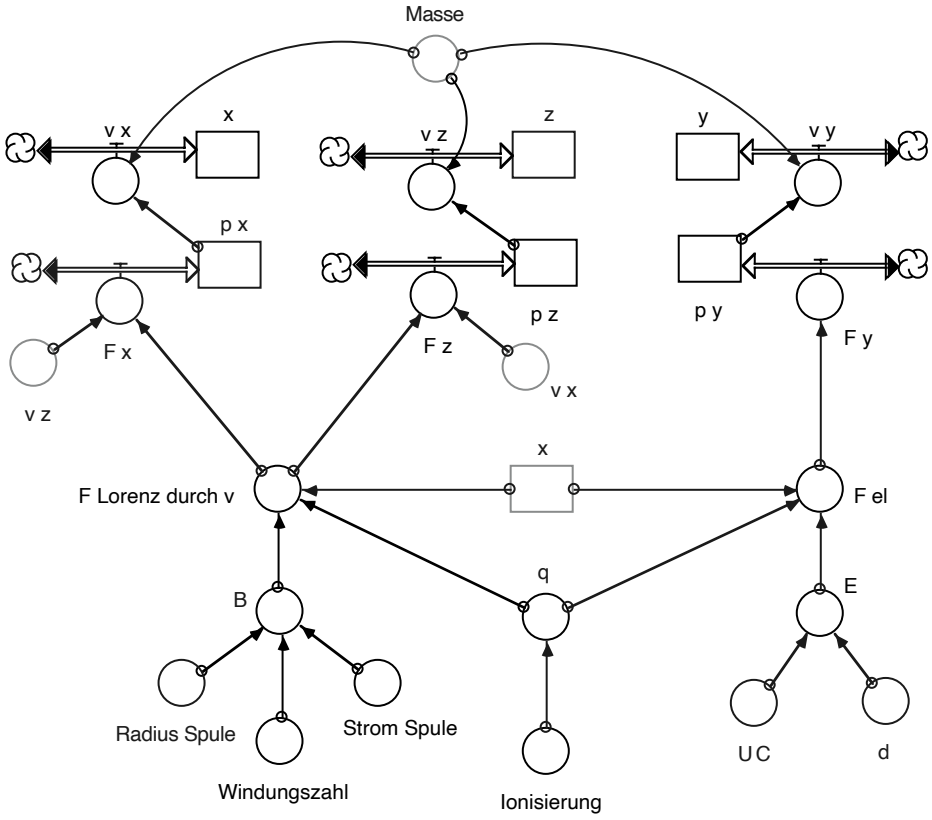
Im vorhergenden Punkt wurde die Bewegung eines geladenen Teilchens im magnetischen Feld behandelt. Im homogenen *elektrischen* Feld sind die physikalischen Verhältnisse vergleichsweise einfacher, weil die Impulsänderung nur in der Richtung der (elektrischen) Feldstärke erfolgt. Die Überlagerung eines elektrischen und eines magnetischen Felds wird im Thomsonschen Parabelversuch genutzt, um das Verhältnis von Ladung und Masse (q/m) bei ionisierten Partikelstrahlen zu bestimmen. E-und B-Feld sind dabei antiparallel orientiert (s. Abb. 9.42).

Das elektrische Feld beschleunigt die Ionen in y-Richtung. Durch das Magnetfeld ergeben sich Impulsänderungen in z- und x-Richtung. Die zum Fadenstrahlrohr entwickelte Modellstruktur kann für die x- und z-Komponenten übernommen werden. Für die y-Komponente wird eine analoge Struktur ergänzt, bei der die Kraft F_y sich aus der elektrischen Kraft (F_{el}= q·E) ergibt. In y-Richtung wirkt keine magnetische Kraft. Zur Ermittlung der Feldstärken sind im Modell anschauliche experimentelle Parameter gewählt (UC= Spannung zwischen den Kondensatorplatten; d=Plattenabstand) — allerdings ohne den Anspruch zu erheben, den realen Versuchsparametern zu entsprechen.

In zwei Modellergänzungen werden Hilfsgrößen berechnet. Zum einen ist dies die Geschwindigkeit der Ionen beim Eintritt in die Apparatur. Ihr Maximalwert ergibt sich im wesentlichen aus der Spannung U_B an der Beschleunigungsstrecke in der vorgeschalteten Ionisationskammer. Da die Ionen die Kammer mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten verlassen, wird mit Hilfe eines Faktors (0, ..., 1) der Maximalwert variiert. Die Hilfsgrößen z_bei_xNull und y_bei_xNull sind eingeführt, um die Simulationsergebnisse der experimentellen Anordnung angepaßt darstellen zu können. Die beiden Größen sind genau dann von Null verschieden, wenn x den Wert 1 (m) erreicht. Diese Flugweite soll den Schirmabstand darstellen. In einer z-y-Darstellung ergeben sich so die Punkte, bei denen die Partikel den Schirm „durchstoßen“.



9.42 Prinzipdarstellung des Thomsonschen Parabelversuchs. Das elektrische Feld wird durch einen Plattenkondensator erzeugt. Das Magnetfeld entsteht zwischen den Polschuhen eines Magneten.

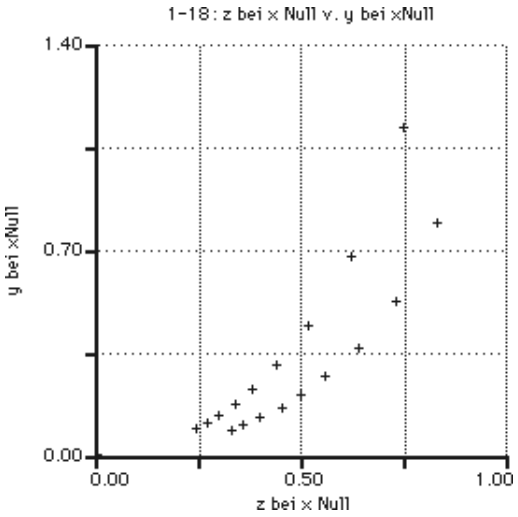


9.43 Thomsonscher Parabelversuch (Modellkern).

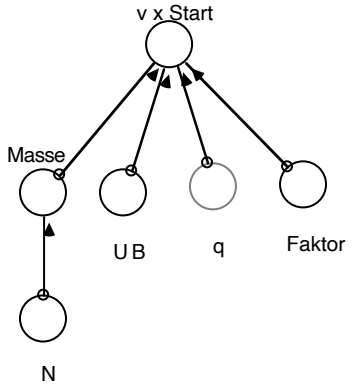
Das Simulationsergebnis zeigt, warum man vom Thomsonschen *Parabel*versuch spricht: Die Auftreffpunkte auf dem Schirm liegen auf Parabelstücken. Je nach spezifischer Ladung q/m sind die Parabeln unterschiedlich geöffnet. Da die Ionisierung in Schritten von „1“ erfolgt, kann man aus der Parabelöffnung die Ionenmassen sehr genau bestimmen. Für die Parabel gilt (s. z.B. Schpolski 1976):

$$y = const. \cdot z^2 \cdot \frac{m}{q}$$

In die Konstante gehen die Parameter der Apparatur ein. Die schlankere Parabel in Abbildung 9.45 zeigt das Ergebnis für einfache Ionisation, die andere Parabel das für zweifache Ionisation bei gleicher Nukleonenzahl.

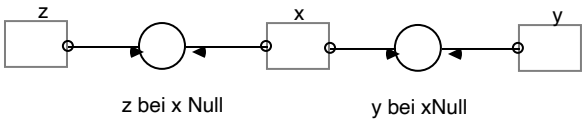


9.44 Simulationsergebnis eines Variationslaufes (Faktor=0,2 ... 1,0; N=20 (Nukleonenzahl); Ionisierung 1-, bzw. 2-fach).



○ v_x_Start = SQRT(2*q*U_B/Masse) * Faktor

9.45 (rechts) Thomsonscher Parabelversuch. Hilfsgrößen zur Berechnung der Anfangsgeschwindigkeit der Ionen.



○ y_bei_xNull = IF x≥1 AND DELAY(x,DT)<1 THEN y ELSE 0
○ z_bei_x_Null = IF x≥1 AND DELAY(x,DT)<1 THEN z ELSE 0

9.46 (rechts) Thomsonscher Parabelversuch. Hilfsgrößen zur Erzeugung der Punkte, bei denen der Schirm „durchstoßen“ wird (vgl. Abb. 9.44).

9.9 Modellgleichungen

Ein-Körper-Problem

(Parameter für das System Erde-Mond)

Gravitationskraft

- Abstand = SQRT(x2^2+y2^2)
- F_Grav = -Gamma*m1*m2/Abstand^2
- Gamma = 6.67E-11*(24*3600)^2
- m1 = 2E30 {Sonne}
- m2 = 6E24 {Erde}

Körper 2

- vx_2(t) = vx_2(t - dt) + (ax2) * dt
  INIT vx_2 = 0
  INFLOWS:
  - ax2 = F_Grav/m2*x2/Abstand
- vy2(t) = vy2(t - dt) + (ay2) * dt
  INIT vy2 = 2*PI*1.5E11/365
  INFLOWS:
  - ay2 = F_Grav/m2*y2/Abstand
- x2(t) = x2(t - dt) + (v_x2) * dt
  INIT x2 = 1.5e11
  INFLOWS:
  - v_x2 = vx_2
- y2(t) = y2(t - dt) + (vy_2) * dt
  INIT y2 = 0
  INFLOWS:
  - vy_2 = vy2

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 400$; $\Delta t = 1$;

Runge-Kutta-4

Rutherford-Streuung

- p_x(t) = p_x(t - dt) + (F_x) * dt
  INIT p_x = Startwert_v_x
  *Masse_alpha {kg*m/s}
  INFLOWS:
  - F_x = F_Coulomb*x
- p_y(t) = p_y(t - dt) + (F_y) * dt
  INIT p_y = 0
  INFLOWS:
  - F_y = F_Coulomb*y
- x(t) = x(t - dt) + (v_x) * dt
  INIT x = -3E-13
  INFLOWS:
  - v_x = p_x/Masse_alpha
- y(t) = y(t - dt) + (v_y) * dt
  INIT y = Startwert_y
  INFLOWS:
  - v_y = p_y/Masse_alpha
- Abstand = SQRT(x^2+y^2)
- e = 1.6E-19 {As}
- F_Coulomb = 1/(4*PI*8.854E-12)
  * Q_Gold*q_alpha / Abstand^3
- Masse_alpha = 6.61E-27 {kg}
- q_alpha = 79*e
- Q_Gold = 2*e
- Startwert_v_x = SQRT(1.6E-19{As}
  /1.7E-27{kg} * 4E6{V})
  {4E6 V Beschleunigungsspannung}
- Startwert_y = 1.5E-13 {m}

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 1 \cdot 10^{-19}$; $\Delta t = 5 \cdot 10^{-22}$;

Runge-Kutta-2

Zwei-Körper-Problem

(Parameter für den Swing-by)

Grav.beschleunigung
- Abstand = SQRT(Δx^2+Δy^2)
- a_Gravitation_normiert = -Gamma/Abstand^3
- Gamma = 6.67E-11*(24*3600)^2
- Δx = x2-x1
- Δy = y2-y1

SP-Koord.
- x_SP = x1+Δx*m2/(m1+m2)
- y_SP = y1+Δy*m2/(m1+m2)

--> SPS
- x2_im_SPS = x2-x_SP
- x_im_SPS = x-x_SP
- y2_im_SPS = y2-y_SP
- y_im_SPS = y-y_SP

Startparameter
- m1 = 1e25
- m2 = 1000
- vx1_Start = 2*PI*800e9/(12*365)
- vx2_Start = 2*PI*800e9/(12*365)/20
- vy1_Start = 0
- vy2_Start = 0
- x1_Start = 0
- x2_Start = 1e7
- y1_Start = 0
- y2_Start = 4e6

Umrechnung v2
- v2_im_Laborsystem = SQRT(vx_2^2+vy2^2)
- v2_im_SPS = SQRT(DERIVN(x2_im_SPS,2)^2 +DERIVN(y2_im_SPS,2)^2)

Umschalter
- x = IF z≤0.5 THEN x1 ELSE x2
- y = IF z≤0.5 THEN y1 ELSE y2
- z = MOD(TIME/DT,2)

Körper 1
- vx1(t) = vx1(t - dt) + (ax1) * dt
  INIT vx1 = vx1_Start
  INFLOWS:
  ax1 = -m2*a_Gravitation_normiert*Δx
- vy1(t) = vy1(t - dt) + (ay1) * dt
  INIT vy1 = vy1_Start
  INFLOWS:
  ay1 = -m2*a_Gravitation_normiert*Δy
- x1(t) = x1(t - dt) + (v_x1) * dt
  INIT x1 = x1_Start
  INFLOWS:
  v_x1 = vx1
- y1(t) = y1(t - dt) + (vy_1) * dt
  INIT y1 = y1_Start
  INFLOWS:
  vy_1 = vy1

Körper 2
- vx_2(t) = vx_2(t - dt) + (ax2) * dt
  INIT vx_2 = vx2_Start
  INFLOWS:
  ax2 = m1*a_Gravitation_normiert*Δx
- vy2(t) = vy2(t - dt) + (ay2) * dt
  INIT vy2 = vy2_Start
  INFLOWS:
  ay2 = m1*a_Gravitation_normiert*Δy
- x2(t) = x2(t - dt) + (v_x2) * dt
  INIT x2 = x2_Start
  INFLOWS:
  v_x2 = vx_2
- y2(t) = y2(t - dt) + (vy_2) * dt
  INIT y2 = y2_Start
  INFLOWS:
  vy_2 = vy2

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 0.02$; $\Delta t = 2 \cdot 10^{-5}$; Runge-Kutta-4

Drei-Körper-Problem

(Parameter für Erde-Jupiter-Sonne-System)

Beschl. 1-2
- Abstand_12 = SQRT(Δx_12^2+Δy_12^2)
- a_12 = -Gamma/Abstand_12^3
- Gamma = 6.67E-11*(24*3600)^2
- Δx_12 = x2-x1
- Δy_12 = y2-y1

Beschl. 1-3
- Abstand_13 = SQRT(Δx_13^2+Δy_13^2)
- a_13 = -Gamma/Abstand_13^3
- Δx_13 = x3-x1
- Δy_13 = y3-y1

Beschl. 2-3
- Abstand_23 = SQRT(Δx_23^2+Δy_23^2)
- a_23 = -Gamma/Abstand_23^3
- Δx_23 = x3-x2
- Δy_23 = y3-y2

Wechselwirkung 1-2
- ax1_von_2 = -m2*a_12*Δx_12
- ax2_von_1 = m1*a_12*Δx_12
- ay1_von_2 = -m2*a_12*Δy_12
- ay2_von_1 = m1*a_12*Δy_12

Wechselwirkung 1-3
- ax1_von_3 = -m3*a_13*Δx_13
- ax3_von_1 = m1*a_13*Δx_13
- ay1_von_3 = -m3*a_13*Δy_13
- ay3_von_1 = m1*a_13*Δy_13

Wechselwirkung 2-3
- ax2_von_3 = -m3*a_23*Δx_23
- ax3_von_2 = m2*a_23*Δx_23
- ay2_von_3 = -m3*a_23*Δy_23
- ay3_von_2 = m2*a_23*Δy_23

Körper 1
- vx1(t) = vx1(t - dt) + (ax1) * dt
  INIT vx1 = vx1_Start
  INFLOWS:
  - ax1 = ax1_von_2+ax1_von_3
- vy1(t) = vy1(t - dt) + (ay1) * dt
  INIT vy1 = vy1_Start
  INFLOWS:
  - ay1 = ay1_von_2+ay1_von_3
- x1(t) = x1(t - dt) + (v_x1) * dt
  INIT x1 = x1_Start
  INFLOWS:
  - v_x1 = vx1
- y1(t) = y1(t - dt) + (vy_1) * dt
  INIT y1 = y1_Start
  INFLOWS:
  - vy_1 = vy1

Körper 2
- vx_2(t) = vx_2(t - dt) + (ax2) * dt
  INIT vx_2 = vx2_Start
  INFLOWS:
  - ax2 = ax2_von_1+ax2_von_3
- vy2(t) = vy2(t - dt) + (ay2) * dt
  INIT vy2 = vy2_Start
  INFLOWS:
  - ay2 = ay2_von_1+ay2_von_3
- x2(t) = x2(t - dt) + (v_x2) * dt
  INIT x2 = x2_Start
  INFLOWS:
  - v_x2 = vx_2
- y2(t) = y2(t - dt) + (vy_2) * dt
  INIT y2 = y2_Start
  INFLOWS:
  - vy_2 = vy2

Körper 3
- vx_3(t) = vx_3(t - dt) + (ax3) * dt
  INIT vx_3 = vx3_Start
  INFLOWS:
  - ax3 = ax3_von_1+ax3_von_2
- vy3(t) = vy3(t - dt) + (ay3) * dt
  INIT vy3 = vy3_Start
  INFLOWS:
  - ay3 = ay3_von_1+ay3_von_2
- x3(t) = x3(t - dt) + (v_x3) * dt
  INIT x3 = x3_Start
  INFLOWS:
  - v_x3 = vx_3
- y3(t) = y3(t - dt) + (vy_3) * dt
  INIT y3 = y3_Start
  INFLOWS:
  - vy_3 = vy3

Startparameter
- m1 = 2e30 {Sonne}
- m2 = 6e24 {Erde}
- m3 = 2e27 {Jupiter}
- vx1_Start = 0
- vx2_Start = 0
- vx3_Start = -7.8e11*2*PI/(11.8*365)
- vy1_Start = 0
- vy2_Start = 2*PI*1.5e11/365
- vy3_Start = 0
- x1_Start = 0
- x2_Start = 1.5e11
- x3_Start = 0
- y1_Start = 0
- y2_Start = 0
- y3_Start = 7.8e11

Umschalter
- x = IF z≤0.5 THEN x1
  ELSE If z≤1.5 THEN x2
  ELSE x3
- y = IF z≤0.5 THEN y1
  ELSE IF z ≤1.5 THEN y2
  ELSE y3
- z = MOD(TIME/DT,3)

Transformation nach K2
- x_im_Bezugssystem_K2 = x-x2
- y_im_Bezugssystem_K2 = y-y2

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 4000$; $\Delta t = 1$; Runge-Kutta-4

Massenspektroskopie

- p_x(t) = p_x(t - dt) + (F_x) * dt
  - INIT p_x = v_x_Start*Masse
  - INFLOWS:
    - F_x = F_Lorenz_durch_v*v_z
- p_y(t) = p_y(t - dt) + (F_y) * dt
  - INIT p_y = 0
  - INFLOWS:
    - F_y = F_el
- p_z(t) = p_z(t - dt) + (F_z) * dt
  - INIT p_z = 0
  - INFLOWS:
    - F_z = F_Lorenz_durch_v*v_x
- x(t) = x(t - dt) + (v_x) * dt
  - INIT x = 0
  - INFLOWS:
    - v_x = p_x/Masse
- y(t) = y(t - dt) + (v_y) * dt
  - INIT y = 0 {m}
  - INFLOWS:
    - v_y = p_y/Masse
- z(t) = z(t - dt) + (v_z) * dt
  - INIT z = 0 {m}
  - INFLOWS:
    - v_z = p_z/Masse

- B = 1.26E-6 * (4/5)^1.5 * Windungszahl*Strom_Spule/Radius_Spule {Magnetfeld der Feldspule}
- d = 0.05 {m}
- E = U_C/d
- Faktor = 1
- F_el = IF x<0.2 THEN q*E ELSE 0
- F_Lorenz_durch_v = IF x<0.2 THEN q*B ELSE 0
- Ionisierung = 2
- Masse = N*1.67E-27 {kg}
- N = 20
- q = Ionisierung*1.6E-19 {As}
- Radius_Spule = 0.04 {m}
- Strom_Spule = 8
- U_B = 2E4 {V}
- U_C = 2E3 {V}
- v_x_Start = SQRT(2*q*U_B/Masse) * Faktor
- Windungszahl = 1000
- y_bei_xNull = IF x≥1 AND DELAY(x,DT)<1 THEN y ELSE 0
- z_bei_x_Null = IF x≥1 AND DELAY(x,DT)<1 THEN z ELSE 0

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 6 \cdot 10^{-6}$; $\Delta t = 2 \cdot 10^{-8}$; Runge-Kutta-2

10. Mechanische Schwingungen

Unter Nutzung der bewährten Newtonschen Grundstruktur werden mechanische Schwingungsvorgänge vom einfachen linearen Federpendel bis zu komplexen Einschwingvorgängen beim Pohlschen Drehpendel modelliert. Ein Übergang zu chaotischen Bewegungen ergibt sich an einem kombinierten Feder-Faden-Pendel.

10.1 Didaktisch-methodische Aspekte

Der Themenbereich „Schwingungen“ wird in Lehrplänen von mathematischen Kalkülen beherrscht. Es werden Differentialgleichungen zweiter Ordnung aufgestellt, deren Lösung bei Vorliegen eines Dämpfungsgliedes oder einer antreibenden Kraft bei den Schülern hohe mathematische Kompetenz voraussetzt. Wenn man diese nicht erwarten kann, bleiben für quantitative Untersuchungen nur stark vereinfachte Phänomene wie die freie, ungedämpfte Federschwingung oder die Pendelschwingung mit kleiner Amplitude. Die Begründung dafür, „Schwingungen“ als eigenen Themenbereich zu behandeln, liegt darin, daß die *mathematische Beschreibung* mechanischer und elektromagnetischer Schwingungen strukturell äquivalent ist: Man kann allgemeingültige Differentialgleichungen aufstellen, deren Lösungen nicht davon abhängen, ob eine Wassersäule im U-Rohr schwingt oder ein elektrischer Schwingkreis. Diese Zusammenführung von Phänomenen aus verschiedensten Bereichen unter einer gemeinsamen theoretischen Beschreibung gehört zu den Kennzeichen der physikalischen Theoriebildung. Die analytische Behandlung des Themas „Schwingungen“ hat eine große Aussagekraft. Eine klare Differenzierung zwischen Schwingfall, Kriechfall und aperiodischem Grenzfall bei der gedämpften Schwingung wäre ohne analytische Methoden nicht leistbar.

Auf der Phänomenebene liegen Pendelschwingungen jedoch viel näher am Themenbereich „Mechanik“ als an einem abstrakten Thema „Schwingungen“. Mit Hilfe numerischer Methoden kann man *mechanische Schwingungen* ohne Anwendung des mathematischen Apparats der Analysis in gleicher Weise beschreiben und untersuchen wie die von anderen Körpern unter dem Einfluß von Kräften. Das ist der Grund dafür, mechanische Schwingungen hier in einem eigenen Kapitel abzuhandeln. Man muß dafür allerdings in Kauf nehmen, daß später die Modellstrukturen für *elektrische Schwingungen* ganz andere Begrifflichkeiten aufweisen als die für mechanische. Sie bauen auf der Beschreibung von Stromkreisen mit Spulen und Kondensatoren auf (s. Kapitel 11). Die getrennte Anbindung an die Mechanik bzw. an die Elektrodynamik führt zu einer größeren Anschaulichkeit und Konkretheit der Modelle — schwächt dafür aber gleichzeitig die Wahrnehmung der strukturellen Beschreibungsäquivalenz. Daß die Strukturen der Schwingungsmodelle aus den verschiedenen Phänomenbereichen im Grunde doch analog sind, erschließt sich nur demjenigen, der hinter den grafischen Modellstrukturen die Differentialgleichungen sieht — also dem Experten, nicht dem Lerner.

Die analytische Behandlung und die systemdynamische Modellierung von Schwingungen sind nicht als Gegensätze zu verstehen, sondern als gegenseitige Bereicherung. Die numerische Behandlung dient dabei als Korrektiv gegenüber einer Überfrachtung des Themenbereichs mit mathematischen Anforderungen. Die „Physik“ der Beschreibung von Schwingungsvorgängen liegt im *Formulieren* der Differentialgleichung. Die mathematischen *Lösungs*verfahren sind nachgeordnete Hilfsmittel. Die Entwicklung der grafischen Modellstruktur ist eine anschauliche Alternative zur abstrakten Gleichungsform, um die Physik von Schwingungsvorgängen zu erarbeiten.

Für die Numerik periodischer Vorgänge ist unbedingt das Verfahren Runge-Kutta-4 zu verwenden. Mit dem einfachen Euler-Verfahren ergeben sich systematische Fehler (s. dazu Kapitel 3).

10.2 Physikalische Grundannahmen

Die physikalischen Grundlagen können an dieser Stelle recht kurz gehalten werden. Es gilt weiterhin das Newtonsche Grundprogramm „Bestimme die auf einen Körper wirkenden Kräfte und berechne daraus seine Bahnkurve“ (vgl. Kap. 7.1). Bei mechanischen Schwingungen hat der Körper eine definierte Ruhelage. Wenn man ihn aus der Ruhelage bringt, greift am Körper eine rücktreibende Kraft an. Dafür kommen z.B. in Frage:

- die Gewichtskraft, ggf. eine Komponente davon (z.B. beim Fadenpendel oder der Schwingung einer Wassersäule)

  $\vec{F} = m \cdot \vec{g}$

- elastische Kräfte (z.B. beim Federpendel)

  $\left|\vec{F}\right| = D \cdot l^n$ (l=Elongation, z.B. Schraubenfeder: n=1)

Ein reales schwingendes System ohne fortwährenden Antrieb strebt allmählich wieder seinem Ruhezustand zu, weil am Körper energieverzehrende Widerstandskräfte angreifen. Für die Dämpfung können z.B. verantwortlich sein:

- Gleit- oder Rollreibungskräfte

  $\vec{F} = -const. \cdot F_{Normal} \cdot \frac{\vec{v}}{v}$

- die Luftreibungskraft

  $\vec{F} = -const. \cdot v \cdot \vec{v}$

- viskose Kräfte der Flüssigkeitsreibung

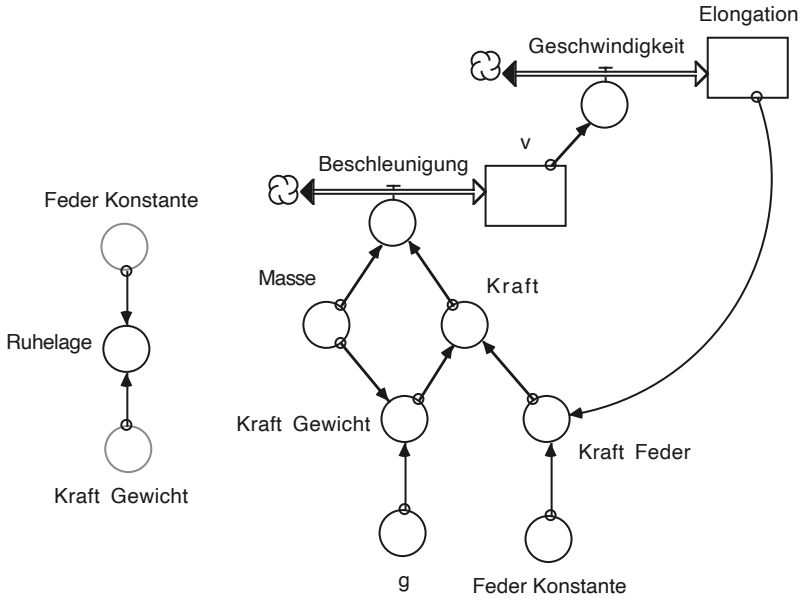
  $\vec{F} = -const. \cdot \vec{v}$

Diese Überlegungen müssen in die bekannte Newtonsche Grundstruktur eingearbeitet werden. Bei Drehschwingungen ist es günstig, mit den Winkelgrößen zu arbeiten (Drehmoment, Winkelgeschwindigkeit usw.).

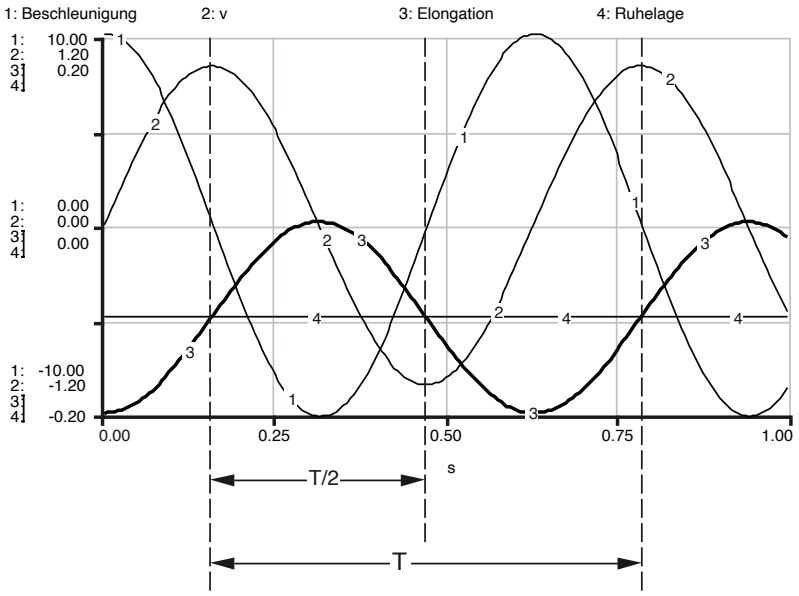
10.3 Federpendel

10.3.1 Freie, ungedämpfte Schwingung

Das Federpendel im Schwerefeld ist ein einfaches Schwingungsphänom, weil man von einem linearen Kraftgesetz ausgehen kann: $F_{Feder} \sim l$. Das Modell bedarf keiner näheren Erläuterung. Seine Grundstruktur ist aus vielen vorhergehenden Beispielen bekannt. Charakteristisch ist der Rückkopplungs-Pfeil von der Orts-Größe Elongation zur Federkraft. Die Ruhelage des Pendels, d.h. die Elongation, bei der Gewichts- und Federkraft einander kompensieren, wird zusätzlich berechnet. Das Simulationsergebnis läßt *vermuten*, daß der Verlauf von Beschleunigung, Geschwindigkeit und Elongation mit harmonischen Funktionen beschrieben werden kann, die in einfachen Phasenbeziehungen zueinander stehen. Allgemeingütig *herleiten* kann man das mit numerischen Verfahren natürlich nicht. Hierfür muß die Differentialgleichung formuliert und gelöst werden. Die systemdynamische Modellierung ist allerdings eine gute Vorbereitung.



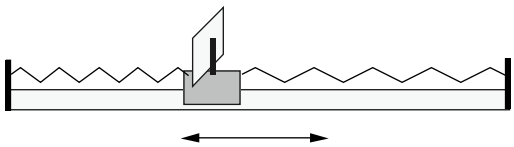
10.1 Modell zum Federpendel im Schwerefeld.



10.2 Simulationsergebnis (m=1kg; D=100N/m). Die Phasenbeziehungen sind mit Hilfslinien markiert.

10.3.2 Gedämpfte Schwingung

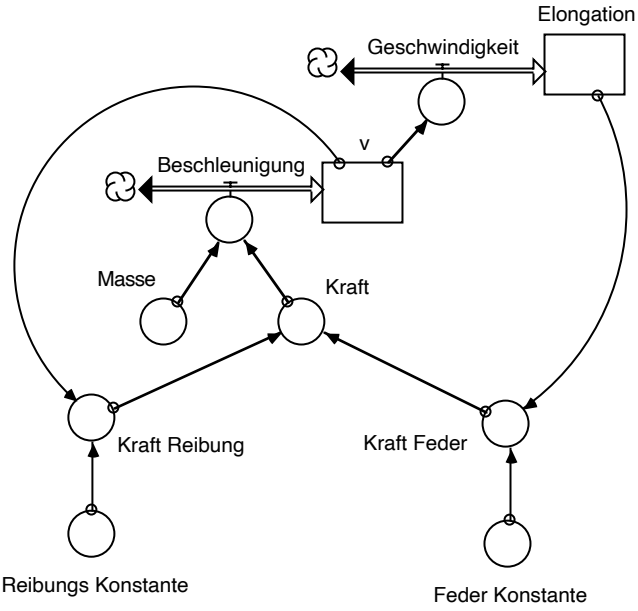
Für die Untersuchung der gedämpften Federschwingung ist als Experiment die Bewegung eines Luftkissengleiters geeignet, der auf einer horizontalen Fahrbahn zwischen zwei Federn eingespannt ist. Die Gewichtskraft braucht dann nicht berücksichtigt zu werden. Um den Einfluß der Luftreibung in den Vordergrund zu stellen, befestigt man am Gleiter eine Pappscheibe mit 20 cm Durchmesser. Die Reynolds-Zahlen liegen in einem Bereich, bei dem man von einer Reibungskraft $F_R \sim v^2$ ausgehen kann (vgl. Punkt 8.1).



10.3 Horizontale Federschwingung auf einer Luftkissenfahrbahn. Zur Erhöhung der Luftreibung ist am Gleiter eine Pappscheibe angebracht.

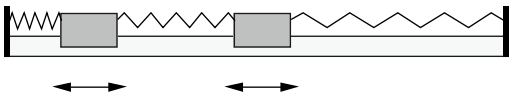
In einem Vorversuch ohne Federn wird der c_w-Wert bestimmt. Bei einer leichten Neigung der Fahrbahn ermittelt man die konstante Endgeschwindigkeit, die der Gleiter mit Scheibe bei freier Bewegung erreicht. Die Versuchsdurchführung wird erleichtert, wenn man die Geschwindigkeit mit einem Ultraschall-Entfernungsmesser berührungslos mißt. Aus der Gleichsetzung von Hangabtriebskraft und Luftreibungskraft kann man den c_w-Wert berechnen. Für die gewählten Versuchsbedingungen liegt der Wert bei ca. c_w=5 und damit deutlich höher als die Literaturangabe für eine Kreisscheibe ($c_w \approx 1$). Dies zeigt, wie stark der c_w-Wert von der Fläche der Scheibe, ihrer Kantenbeschaffenheit und dem Geschwindigkeitsbereich abhängt. Niedrigere und konstante c_w-Werte ergeben sich erst bei deutlich höheren Geschwindigkeiten als im vorliegenden Fall. Mit dem Literaturwert käme das Modell zu Simulationsergebnissen, die in klarem Widerspruch zum Experiment stünden. Der direkte Vergleich von Modellvorhersage und Realexperiment bietet oftmals solche Anlässe für physikalisch vertiefte Untersuchungen.

Das Simulationsergebnis (s. Abb. 10.7) zeigt einen nicht-linearen Abfall der Amplitude, der auf den ersten Blick einen exponentiellen Ansatz nahelegt. Tatsächlich ist die Lösung jedoch mathematisch komplexer, da wegen $F_R \sim v^2$ eine nicht-lineare Differentialgleichung zu lösen ist (s. Capellen 1987). Im Zusammenhang mit dem numerischen Vorgehen bei der systemdynamischen Modellbildung ist jedoch weniger die mathematische Struktur der Lösung von Interesse als die Frage, ob das Modell die Ergebnisse des Experiments befriedigend wiedergibt.



10.4 Modell zum horizontalen Federpendel.

10.3.3 Gekoppelte Pendel

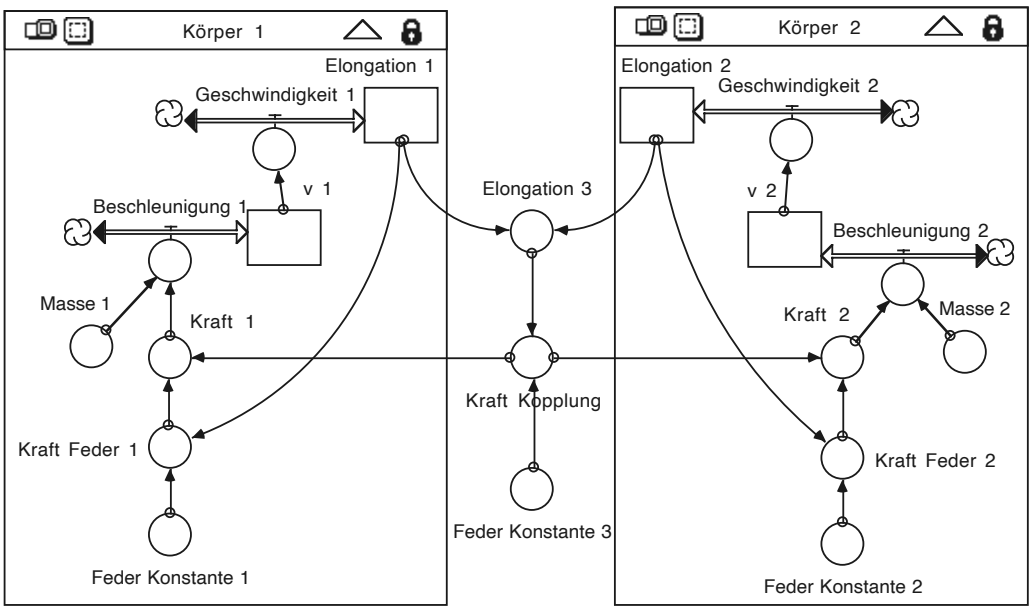


10.5 Gekoppelte horizontale Federpendel (2 Gleiter auf einer Luftkissenbahn).

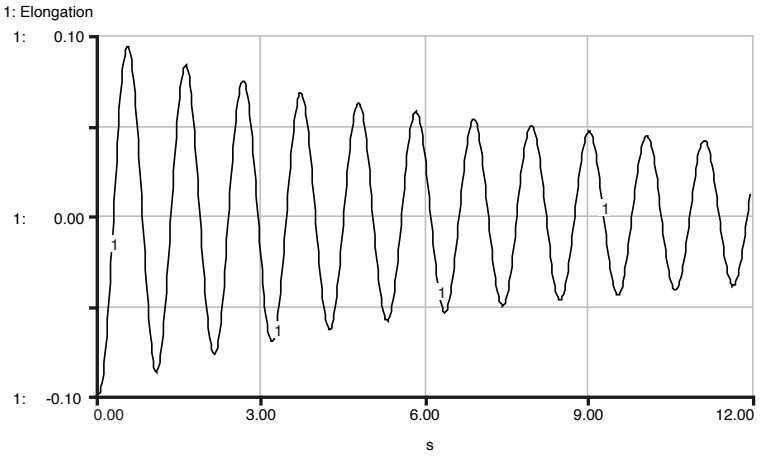
Das Modell zur horizontalen Federschwingung kann in einfacher Weise für gekoppelte Pendel ausgebaut werden. Das Modell in Abbildung 10.6 behandelt zwei in Reihe geschaltete Pendel. Zur Vereinfachung bleibt die Dämpfung unberücksichtigt. Die Kopplung erfolgt über die Kraft, die von einer zwischen den beiden Pendelkörpern befestigten Kopplungsfeder ausgeübt wird. Deren Elongation hängt von der Stellung der beiden Körper zueinander, bzw. von der entsprechenden Elongation der Federn 1 und 2 ab. Die Kopplungsstärke hängt von der Federkonstante der Kopplungsfeder ab. Eine harte Feder bewirkt eine starke Kopplung.

Die Modell-Teilstrukturen der beiden einzelnen Körper sind identisch. Bei STELLA kann man Teilstrukturen dadurch vervielfachen, daß man ein Teilmodell markiert, kopiert und erneut einfügt. Es werden gleichzeitig alle Parameterwerte übernommen. Allerdings geht die Kraft_Kopplung mit unterschiedlichen Vorzeichen in die jeweiligen Gesamtkräfte Kraft_1 und Kraft_2 ein.

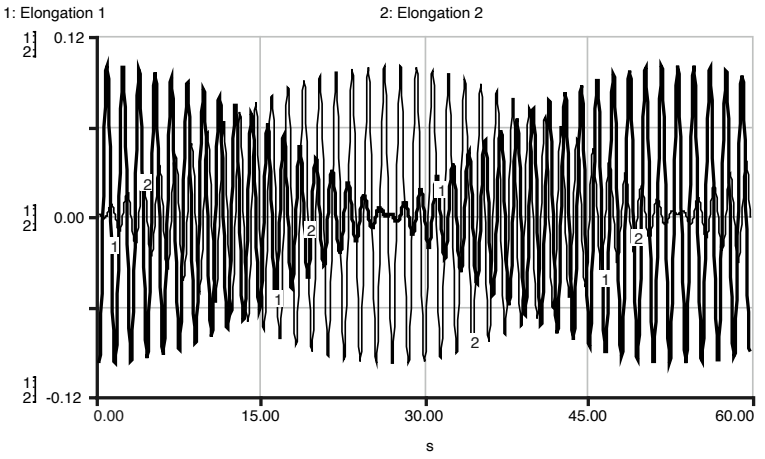
Bei gleicher Eigenfrequenz der beiden Schwinger erfolgt ein vollständiger Energieaustausch zwischen den Teilsystemen. Wird die Energie vom ersten Schwinger auf den zweiten übertragen, eilt die Auslenkung des ersten Schwingers in der Phase um $\pi/2$ voraus. Kehrt sich der Vorgang um, wird also die Energie vom zweiten auf den ersten Schwinger übertragen, kehren sich die Verhältnisse um: Nun eilt die Auslenkung des zweiten Schwingers um $\pi/2$ voraus. Im Übergang vollzieht sich bei der ersten Schwingung ein Phasensprung um π. Das kann bei einer Spreizung der Zeitachse genauer betrachtet werden.



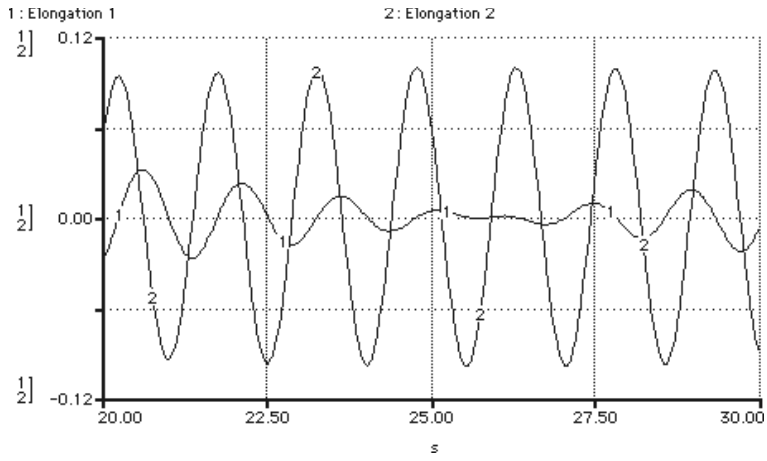
10.6 Gekoppelte Schwingungen (ohne Dämpfung).



10.7 Simulationsergebnis zur gedämpften Schwingung eines einfachen horizontalen Federpendels (s. Punkt 10.3.2).



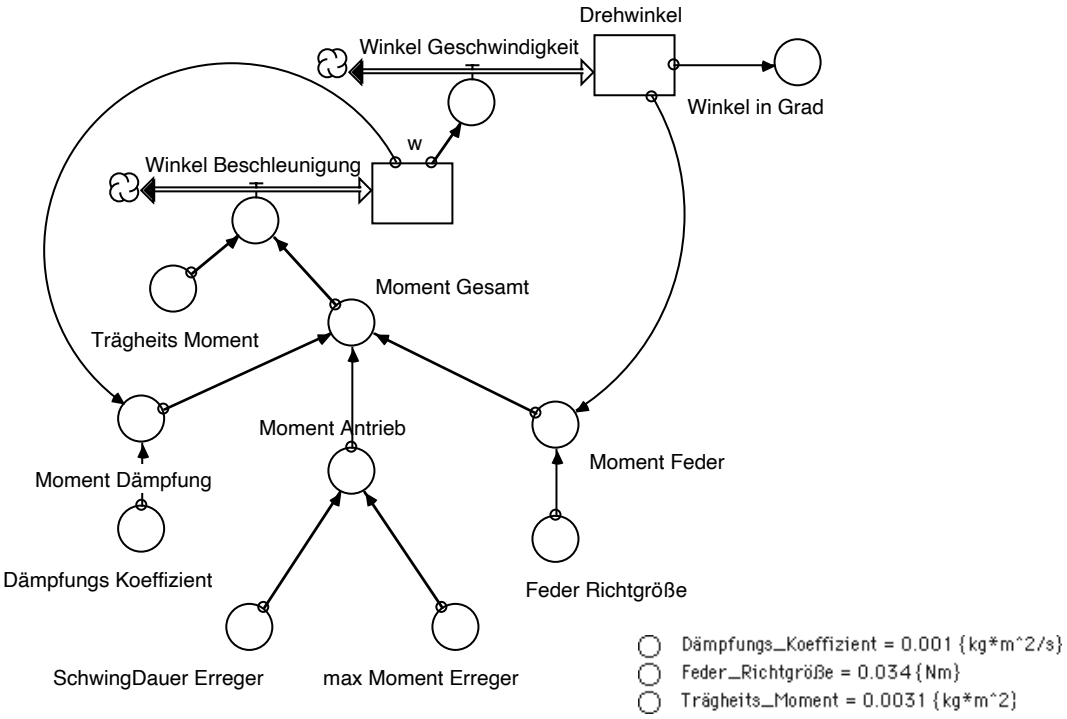
10.8 Energieaustausch zwischen gekoppelten Schwingern (s. Punkt 10.3.3).



10.9 Phasensprung in der Schwingung des ersten Pendels bei der Umkehr des Energieaustausches zwischen den Pendeln.

10.3.4 Pohlsches Drehpendel

Untersuchungen am Pohlschen Drehpendel gehören zu den Standardversuchen der Physikausbildung. Mit Hilfe von Modellbildungssystemen können aufschlußreiche Vergleiche zwischen Experiment und Theorie vorgenommen werden. Das Modell behandelt die erzwungene Schwingung mit Dämpfung. Der Drehbewegung angepaßt, werden die Translationsgrößen Kraft, Masse, Beschleunigung, Geschwindigkeit, Ort durch die Rotationsgrößen Drehmoment, Trägheitsmoment, Winkelbeschleunigung, Winkelgeschwindigkeit und Drehwinkel ersetzt. Das Modell ist ansonsten vollkommen analog zur vorher verwendeten Newtonschen Grundstruktur. Die Parameterwerte wurden an einem Pohlschen Rad der Firma Leybold gemessen. Daraus ergibt sich als Periodendauer der gedämpften Schwingung 1,9 s, entsprechend einer Kreisfrequenz ω=3,3 1/s.



10.10 Modell zum Pohlschen Drehschwinger mit Auszug aus den Modellgleichungen.

Im Modell werden drei Drehmomente berücksichtigt:

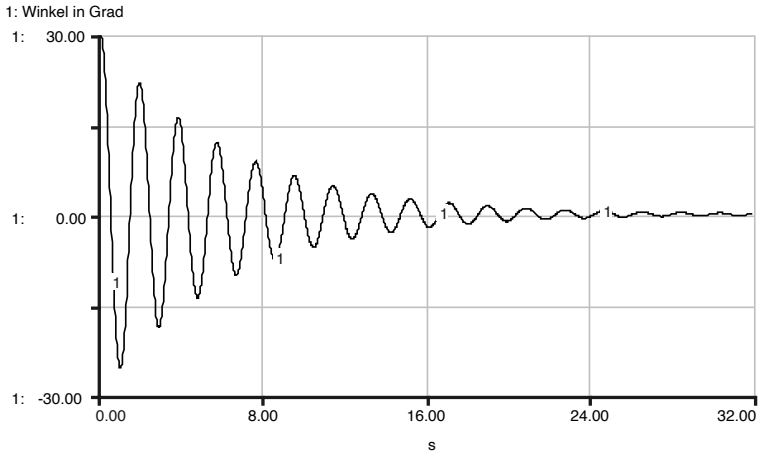
- Das rücktreibende *Federmoment* wird analog zur linearen Federschwindung als Produkt aus Drehwinkel und der Richtgröße der Feder (Federkonstante) definiert.
- Das *Dämpfungsmoment* wird durch eine Wirbelstrombremse verursacht und ist damit proportional zur Winkelgeschwindigkeit. Aus einem Experiment zur freien, gedämpften Schwingung kann der Proportionalitätsfaktor (Dämpfungs_Koeffizient b) aus dem Verhältnis K zweier auf der gleichen Seite liegender, aufeinanderfolgender Amplituden, dem Trägheitsmoment J und der Periodendauer $T_{gedämpft}$ bestimmt werden (vgl. Hering 1989, 360f.). Vorausgesetzt wird

eine *exponentielle* Abnahme der Amplitude, was durch ein konstantes Amplitudenverhältnis K bei Vergleich mehrerer aufeinanderfolgender Amplituden gerechtfertigt ist.

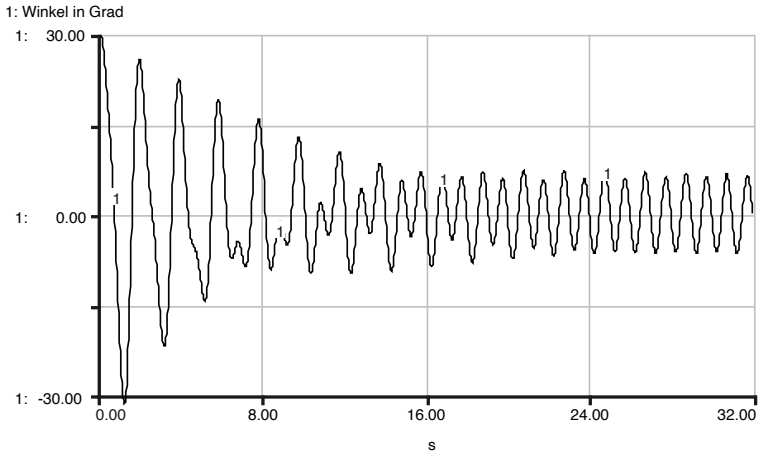
$$b = \frac{2 \cdot J \cdot \ln(K)}{T_{gedämpft}}$$

- Das erregende *Antriebsmoment* wird vom Motor über einen Hebelmechanismus und die Schneckenfeder auf den Schwinger ausgeübt. Technisch realisiert ist ein sinusförmiger Verlauf des Antriebsmoments. Für das Verhalten des Schwingers kommt es hauptsächlich auf die Frequenz des Antriebs im Verhältnis zur Eigenfrequenz des Schwingers an.

Im Simulationslauf von Abbildung 10.12 wurde die Periodendauer des Erregers mit 1s etwa halb so groß gewählt wie die Dauer der freien Schwingung. Man erkennt deutlich den Einschwingvorgang, bis die Eigenschwingung herausgedämpft ist und das System mit der aufgeprägten Frequenz in einer festen Phasenbeziehung zwischen Antrieb und Drehwinkel schwingt. Wählt man die Erregerfrequenz gleich der Eigenfrequenz, so schaukelt sich die Amplitude zu hohen Werten auf (s. Abb. 10.13). Durch die Variation des Dämpfungskoeffizienten kann man für die *freie Schwingung* den Kriechfall und den aperiodischen Grenzfall einstellen (s. Abb. 10.16).

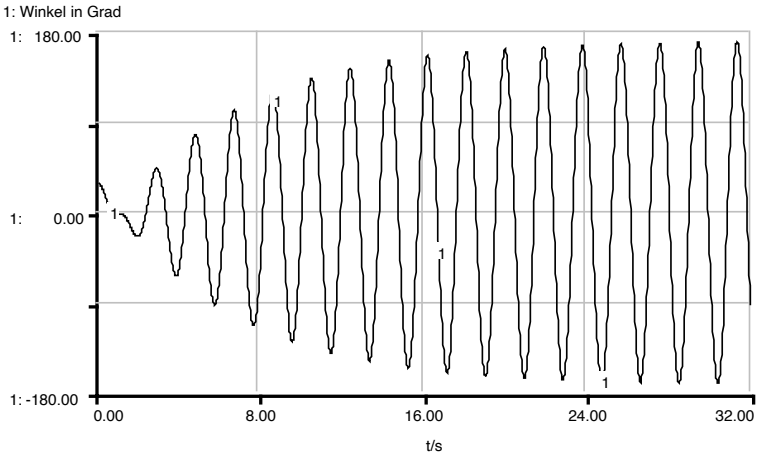


10.11 Freie, gedämpfte Schwingung (Dämpfungsverhältnis K≈1,3).

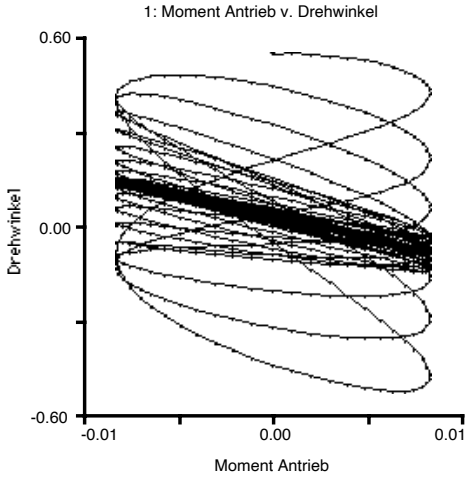


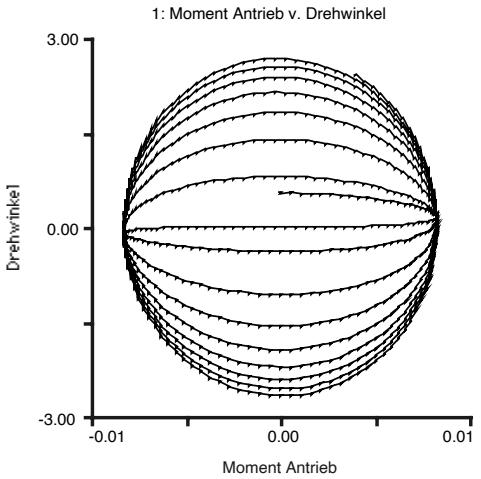
10.12 Einschwingvorgang bei $T_{Erreger}$=1 s (vgl. T_{eigen}=1,9 s).

10.13 (rechts) Resonanzbedingungen $T_{Erreger}=T_{eigen}=1{,}9s$ (Dämpfungs_Koeffizient = 0.001 kg·m²/s).



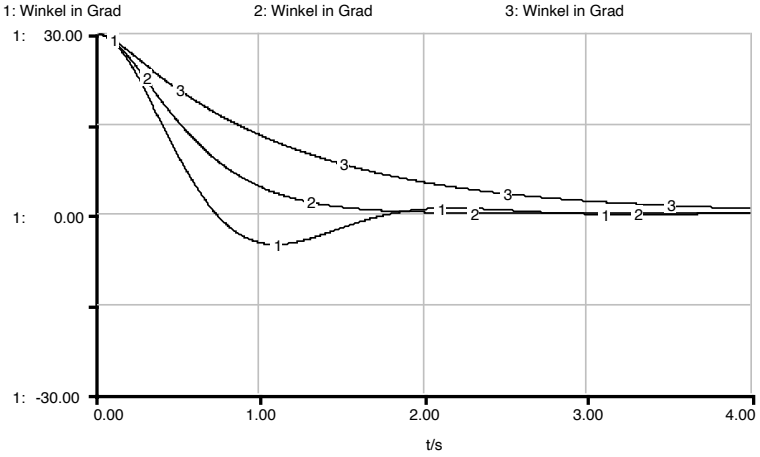
10.14 (unten links) Phasendiagramm für den Einschwingvorgang.





10.15 (oben rechts) Einschwingvorgang bei Resonanz.

10.16 (rechts) Freie gedämpfte Schwingungen mit unterschiedlichen Dämpfungskoeffizienten (1: Schwingfall b=0,01; 2: aperiodischer Grenzfall b=0,02; 3: Kriechfall b=0,04).



10.4 Fadenpendel

Das Fadenpendel kann im Unterricht unter verschiedenen Gesichtspunkten behandelt werden, z.B.:

- als Beipiel für eine harmonische Schwingung (bei kleinen Amplituden, s.u.),
- als Beispiel für eine nicht-harmonische Schwingung,
- zur Bestimmung der Gravitationskonstanten g,
- als Beispiel für die Vorgehensweise der Physik bei der Erschließung von Phänomenen im Wege der Abstrahierung und Mathematisierung,
- für explizite Vergleiche zwischen theoretischen Vorhersagen und den Ergebnissen von Experimenten.

Computergestützte Modellbildung ermöglicht die Berechnung von Schwingungsverläufen mit beliebigen Startwerten für Amplitude und Winkelgeschwindigkeit, sowie die Einbeziehung von Reibungseffekten. Man kann diese Möglichkeiten zum Vergleich von analytischem und numerischem Ergebnis (und entsprechenden Messungen) im Rahmen des Themenbereichs „Schwingungen“ einsetzen oder die Pendelbewegung nicht als Schwingung, sondern als spezielles Bewegungsphänomen behandeln. Die Pendelbewegung ist dann eine Anwendung der Newtonschen Theorie, bei der am Ende des Mechanik-Kurses die Begrifflichkeit der Kinematik und Dynamik von (Dreh-) Bewegungen aufgearbeitet werden kann. Die Computerunterstützung meldet die Konsequenzen der Annahmen über die wirkenden Kräfte unmittelbar anschaulich zurück und fördert dadurch die begriffliche Klärung des Problems. Will man dagegen funktionale Beziehungen z.B. für die Periodendauer T(l,g) herleiten, so trägt die numerische Berechnung der Bahndaten wenig dazu bei. Hier liegen die Vorteile der analytischen Betrachtungsweise.

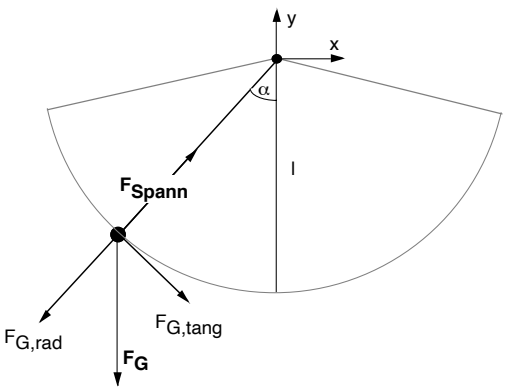
Bei der Schwingung eines Fadenpendels wirkt bei einer Betrachtung in Polarkoordinaten als rücktreibende Kraft eine Komponente der Gravitationskraft, bzw. ein durch diese Kraft bewirktes rücktreibendes Drehmoment.

Auf den Pendelkörper wirken 2 reale physikalische Kräfte ein:

- Gravitationskraft $F_G = m \cdot g$,
- Fadenspannkraft F_{Spann}.

Bei einer Zerlegung der Kräfte in Komponenten radial und tangential zur Kreisbahn (vgl. Abb. 10.17) stellt sich die Fadenspannkraft immer so ein, daß sie den Teil der Gravitationskraft F_G kompensiert, der am Pendelkörper in radialer Richtung angreift. Die Zwangsbedinung des konstanten Bahnradius reduziert die Anzahl der Freiheitsgrade der Bewegung auf zwei: Drehwinkel und Winkelgeschwindigkeit. Die Winkelgeschwindigkeit wird von der tangentialen Komponente der Gravitationskraft verändert. Die Fadenspannkraft hat keine tangentiale Komponente.

Das Drehmoment, und damit die Winkelbeschleunigung $\ddot{\alpha}$, ist also nicht proportional zum Auslenkungswinkel α sondern zu dessen Sinus. Das macht die analytische Lösung der Differentialgleichung aufwendig (Reihenentwicklung). Aus



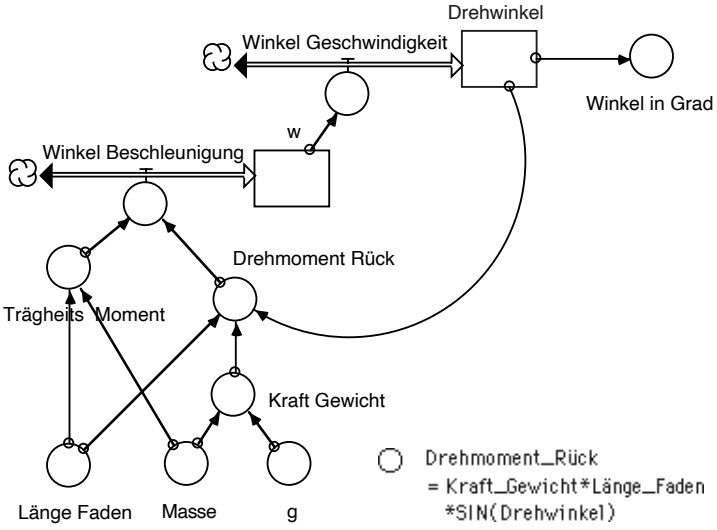
$$M_{rück} = F_{G,\mathrm{tang}} \cdot l = F_G \cdot \sin\alpha \cdot l$$

10.17 Kräfte beim Fadenpendel.

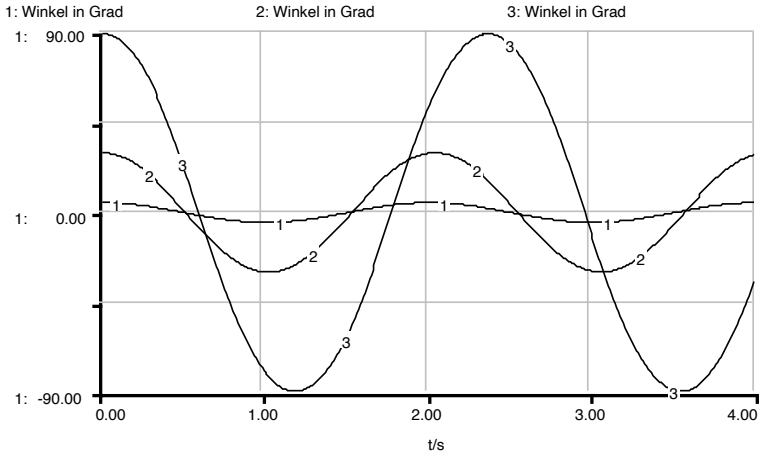
diesen *mathematischen* Gründen wird das Problem meist dadurch vereinfacht, daß unter Beschränkung auf kleine Auslenkungen α näherungsweise gesetzt wird ($\sin\alpha \approx \alpha$).Man kommt dann wieder zu einer mathematisch einfachen, harmonischen Schwingung.

Für die Modellbildung mit ihren numerischen Verfahren ist eine solche Vereinfachung nicht notwendig. Die Modellstruktur in Abbildung 10.18 zeigt das bekannte Modell in Polarkoordinaten (vgl. Abb. 10.10) mit der Rückkopplung vom Drehwinkel α zum rücktreibenden Drehmoment. Die Modellstruktur ist unabhängig davon, welche Form der funktionale Zusammenhang zwischen Drehmoment und Drehwinkel hat.

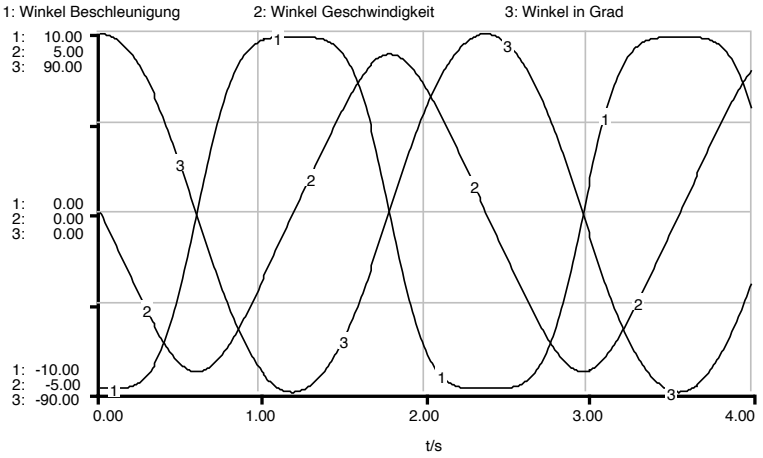
Bei einer Variation des Anfangswinkels zeigt sich deutlich, daß die Periodendauer bei großen Amplituden länger wird. Daß eine nicht-harmonische Schwingung vorliegt, wird in Abbildung 10.20 klar ersichtlich. Die größte Sinus-Ähnlichkeit behält der zeitliche Verlauf des Drehwinkels. Die Kurven für Winkelgeschwindigkeit und -beschleunigung erinnern an Dreiecks- bzw. Rechteck-Funktionen.



10.18 Modell zum ebenen Fadenpendel.



10.19 Zunahme der Periodendauer bei größeren Amplituden.



10.20 Schwingung eines Fadenpendels mit großer Amplitude (90 Grad).

10.5 Kombiniertes Feder-Faden-Pendel

Eine interessante Zusammenführung der Modelle zum Feder- und zum Fadenpendel ist das kombinierte Feder-Faden-Pendel. Eigentlich ist jedes Federpendel bereits eine solche Kombination, denn es gelingt kaum, das Pendel so anzuregen, daß es allein vertikale Schwingungen ausführt. Nach einer gewissen Zeit stellen sich zusätzlich Drehschwingungen um den Aufhängepunkt ein.

Dieses Phänomen ist unter mehreren Gesichtspunkten reizvoll:

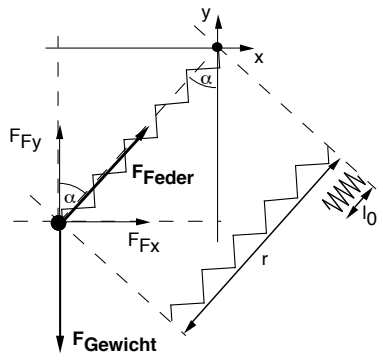
- Moderne computergestützte, berührungslose Ortungssysteme für mehrdimensionale Bewegungen erlauben es, die Koordinaten eines solchen Pendels im Realexperiment zu erfassen (s. Ross 1993) und mit den Vorhersagen eines darauf abgestimmten Modells zu vergleichen. Die Anfangsphase (2 bis 5 Schwingungen) kann noch auf Grundlage einer direkten Beobachtung beschrieben werden.
- Die Bewegung ist „chaotisch“, d.h. zwar determiniert, aber äußerst sensibel abhängig von den Anfangsbedingungen und daher schwer reproduzierbar. Geschlossene Lösungen können nur für spezielle Anfangsbedingungen formuliert werden. Das Beispiel bietet einen guten Einstieg in die aktuelle und für Schüler motivierende Behandlung chaotischer Systeme.
- Die Formulierung des Modells stellt Schüler nicht vor zu große Anforderungen, da sie wiederum mit den Newtonschen Grundannahmen auskommen und auf vertraute Teilstrukturen zurückgreifen können. Andererseits bietet die Modellierung nach vorliegenden Erfahrungen einen guten Anlaß, das Verständnis der Newtonschen Dynamik zu festigen. Schüler tendieren dazu, Scheinkräfte („die Zentrifugalkraft“) in das Modell integrieren zu wollen. Die Konsequenzen solcher auf verbreiteten Schülervorstellungen beruhenden Fehlannahmen können mit Hilfe von Modellbildungssystemen quantitativ erfahren werden.

Am Pendelkörper greifen als reale Newtonsche Kräfte die Gewichtskraft in y-Richtung und die Federkraft mit Komponenten in beiden Richtungen an. Die Federdehnung gegenüber der entspannten Federlänge ($r-l_0$) bestimmt den Betrag der Federkraft. Im Unterschied zum Fadenpendel-Modell, das in Polarkoordinaten entwickelt wurde, bleibt das kombinierte Modell übersichtlicher, wenn man mit rechtwinkligen Koordinaten arbeitet. Dadurch entfällt die Zerlegung der Gravitationskraft in Komponenten und die Einführung einer radialen Geschwindigkeit. Durch geschickte

Wahl von Parametern kann man ganz unterschiedliche Bewegungsverläufe simulieren, die von recht „geordneten“ bis zu ziemlich „chaotischen“ Bahnen führen (s. Abb. 10.23).

Die Überprüfung, ob das Modell sinnvolle Vorhersagen macht, kann nur begrenzt an Realexperimenten erfolgen. Neben meßtechnischen Problemen besteht die wesentliche Schwierigkeit darin, die Anfangsbedingungen von Modell und Experiment in Übereinstimmung zu bringen. Die Anfangsbedingungen des Simulationslaufs in Abbildung 10.24 sind mit den Meßdaten eines Realexperiments abgeglichen. Läßt man die unterschiedlichen Nullpunkte der y-Skalen außer acht, dann stimmt die Modellvorhersage zumindest im prinzipiellen Verhalten gut mit den Meßergebnissen überein.

Stehen Meßdaten nicht zur Verfügung, kann als Plausibilitätsbetrachtung ersatzweise überprüft werden, ob die Gesamtenergie des Systems aus Pendelkörper und Feder konstant bleibt. Dazu dient eine Modellerweiterung, in der die auftretenden Energien (Spannenergie der Feder, potentielle und kinetische Energie des Pendelkörpers) bilanziert werden. (s. Abb. 10.26)

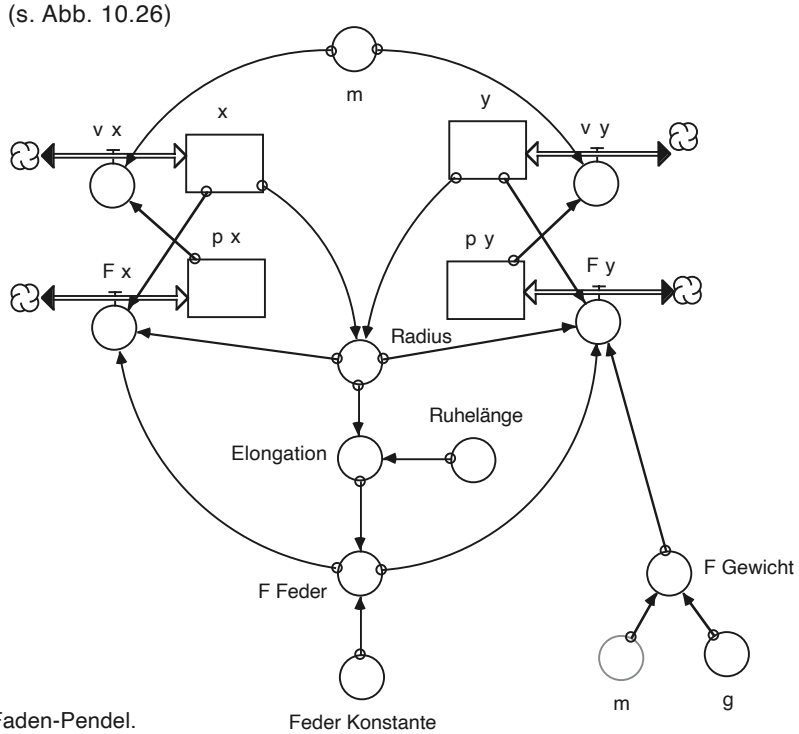


$$F_{Fx} = F_F \cdot \sin\alpha = F_F \cdot \frac{x}{r} = -\frac{D\cdot(r-l_0)}{r}\cdot x$$

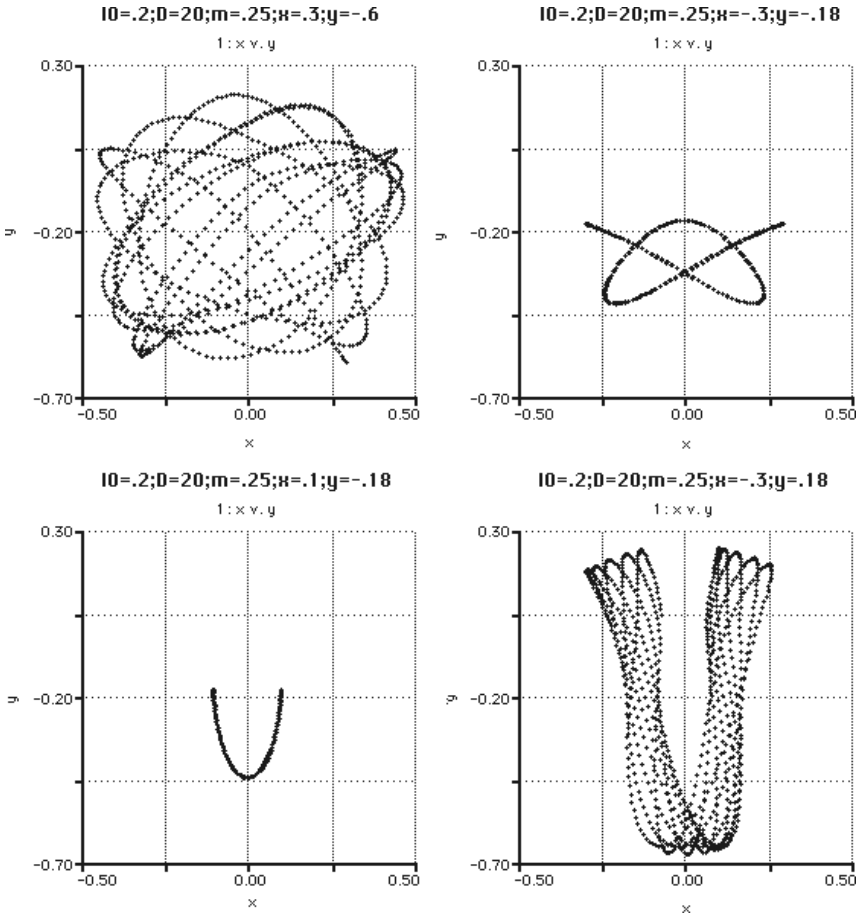
$$F_{Fy} = -\frac{D\cdot(r-l_0)}{r}\cdot y$$

$$F_{Gy} = F_G = m\cdot g$$

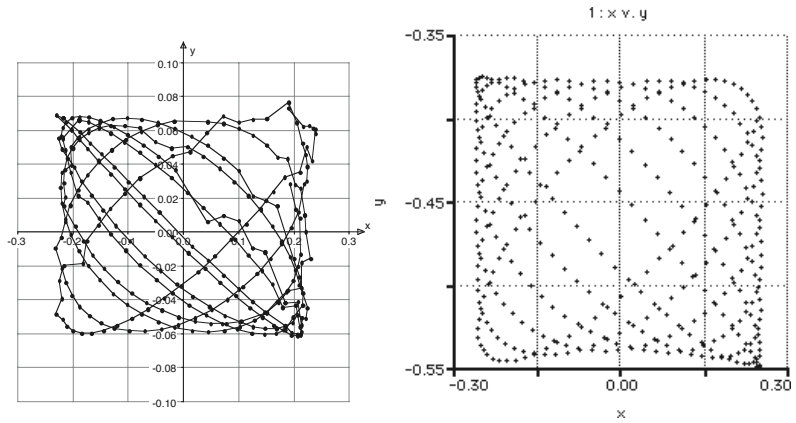
10.21 Kräfte beim Feder-Faden-Pendel.



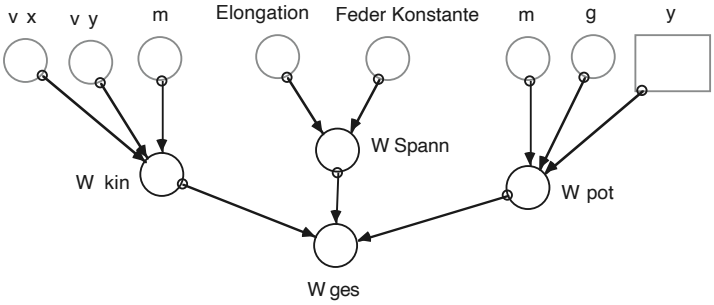
10.2 Modell zum Feder-Faden-Pendel.



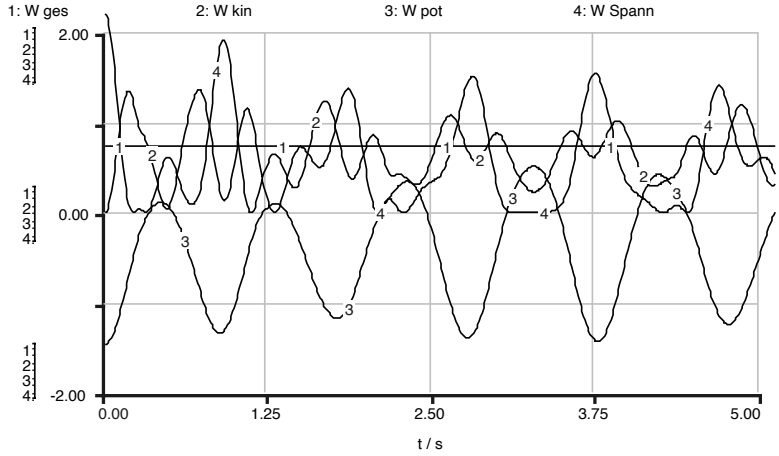
10.23 (rechts u. oben) Modellvorhersagen bei unterschiedlichen Startbedingungen (Parameter z.T. nach Goldkuhle 1993).



10.24 Gegenüberstellung von Meßdaten (links) an einem realen Feder-Faden-Pendel, (aufgenommen mit einem 3D-Ultraschall-Entfernungsmesser der Firma NEVA) und Modell (Parameter: m=0,113kg; D=2,8N/m; l_0=0,07m; x_0=0,25m; y_0=-0,55m; vx_0=0,24m/s; vy_0=-0,06m/s).



10.25 Ergänzung des Modells zur Bilanzierung der Energien.



10.26 Energiebilanz (Parameter: m=0,25kg; D=20N/m; l_0=0,2m; x_0=0,3m; y_0=-0,6m).

10.6 Modellgleichungen

Freies, ungedämpftes Federpendel

```
Elongation(t) = Elongation(t - dt)
                + (Geschwindigkeit) * dt
INIT Elongation = -0.2 {m}
INFLOWS:
   Geschwindigkeit = v
v(t) = v(t - dt) + (Beschleunigung) * dt
INIT v = 0 {m/s}
INFLOWS:
   Beschleunigung = Kraft/Masse
Feder_Konstante = 100 {N/m}
g = -9.81 {m/s^2}
Kraft = Kraft_Feder+Kraft_Gewicht
Kraft_Feder = -Feder_Konstante*Elongation
Kraft_Gewicht = Masse*g
Masse = 1 {kg}
Ruhelage = Kraft_Gewicht/Feder_Konstante
```

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 1$; $\Delta t = 0.005$; Runge-Kutta-4

Federpendel mit Luftreibung

```
Elongation(t) = Elongation(t - dt)
                + (Geschwindigkeit) * dt
INIT Elongation = -0.1 {m}
INFLOWS:
   Geschwindigkeit = v
v(t) = v(t - dt) + (Beschleunigung) * dt
INIT v = 0 {m/s}
INFLOWS:
   Beschleunigung = Kraft/Masse
Feder_Konstante = 2*3.5 {N/m}
Kraft = Kraft_Feder+Kraft_Reibung
Kraft_Feder = -Feder_Konstante*Elongation
Kraft_Reibung = -Reibungs_Konstante*v*ABS(v)
Masse = 0.2 {kg}
Reibungs_Konstante = 0.5*(PI*0.1^2)*1.3*5
{0.5*Querschnitt*Luftdichte*cw-Wert}
```

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 12$; $\Delta t = 0.02$; Runge-Kutta-4

Zwei gekoppelte Federpendel

Körper 1

Elongation_1(t) = Elongation_1(t - dt) + (Geschwindigkeit_1) * dt
INIT Elongation_1 = -0.1 {m}
INFLOWS:
Geschwindigkeit_1 = v_1

v_1(t) = v_1(t - dt) + (Beschleunigung_1) * dt
INIT v_1 = 0 {m/s}
INFLOWS:
Beschleunigung_1 = Kraft_1/Masse_1

Feder_Konstante_1 = 3.5 {N/m}
Kraft_1 = Kraft_Feder_1+Kraft_Kopplung
Kraft_Feder_1 = -Feder_Konstante_1*Elongation_1
Masse_1 = 0.2 {kg}

Körper 2

Elongation_2(t) = Elongation_2(t - dt) + (Geschwindigkeit_2) * dt
INIT Elongation_2 = 0 {m}
INFLOWS:
Geschwindigkeit_2 = v_2

v_2(t) = v_2(t - dt) + (Beschleunigung_2) * dt
INIT v_2 = 0 {m/s}
INFLOWS:
Beschleunigung_2 = Kraft_2/Masse_2

Feder_Konstante_2 = 3.5 {N/m}
Kraft_2 = Kraft_Feder_2+(-Kraft_Kopplung)
Kraft_Feder_2 = -Feder_Konstante_2*Elongation_2
Masse_2 = 0.2 {kg}

Not in a sector

Elongation_3 = Elongation_1-Elongation_2
Feder_Konstante_3 = .1 {N/m}
Kraft_Kopplung = Feder_Konstante_3*Elongation_3

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 60$; $\Delta t = 0.04$; Runge-Kutta-4

Feder-Faden-Pendel

Bewegung

p_x(t) = p_x(t - dt) + (F_x) * dt
INIT p_x = 0
INFLOWS:
F_x = F_Feder*x/Radius

p_y(t) = p_y(t - dt) + (F_y) * dt
INIT p_y = 0
INFLOWS:
F_y = F_Feder*y/Radius + F_Gewicht

x(t) = x(t - dt) + (v_x) * dt
INIT x = -0.3 {m}
INFLOWS:
v_x = p_x/m

y(t) = y(t - dt) + (v_y) * dt
INIT y = 0.18 {m}
INFLOWS:
v_y = p_y/m

Elongation = Radius-Ruhelänge
Feder_Konstante = 20 {N/m}
F_Feder = -Feder_Konstante*Elongation
F_Gewicht = m*g
g = -9.81
m = 0.25 {kg}
Radius = SQRT(x^2+y^2)
Ruhelänge = 0.20 {m}

Energiebilanz

W_ges = W_kin+W_pot+W_Spann
W_kin = 0.5*m*(v_x^2+v_y^2)
W_pot = m*ABS(g)*y
W_Spann = 0.5*Feder_Konstante*Elongation^2

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 10$; $\Delta t = 0.01$; Runge-Kutta-4

Pohlsches Drehpendel (mit Antrieb, gedämpft)

Drehwinkel(t) = Drehwinkel(t - dt) + (Winkel_Geschwindigkeit) * dt
INIT Drehwinkel = 30 {Grad}/180*PI {Umrechnung in rad}
INFLOWS:
Winkel_Geschwindigkeit = w

w(t) = w(t - dt) + (Winkel_Beschleunigung) * dt
INIT w = 0 {rad/s}
INFLOWS:
Winkel_Beschleunigung = Moment_Gesamt/Trägheits_Moment

Dämpfungs_Koeffizient = 0.001 {kg*m^2/s}
Feder_Richtgröße = 0.034 {Nm}
max_Moment_Erreger = 0.01 {Nm}
Moment_Antrieb = max_Moment_Erreger*SIN(2*PI/SchwingDauer_Erreger*TIME)
Moment_Dämpfung = -Dämpfungs_Koeffizient*w
Moment_Feder = -Feder_Richtgröße*Drehwinkel
Moment_Gesamt = Moment_Feder+Moment_Dämpfung+Moment_Antrieb
SchwingDauer_Erreger = 1 {s; vgl. Dauer der freien, ged. Schwingung: 1,9s}
Trägheits_Moment = 0.0031 {kg*m^2}
Winkel_in_Grad = Drehwinkel/PI*180

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 32$; $\Delta t = 0.02$; Runge-Kutta-4

Fadenpendel

Drehwinkel(t) = Drehwinkel(t - dt) + (Winkel_Geschwindigkeit) * dt
INIT Drehwinkel = 1.571 {90 Grad umgerechnet in rad}
INFLOWS:
Winkel_Geschwindigkeit = w

w(t) = w(t - dt) + (Winkel_Beschleunigung) * dt
INIT w = 0 {rad/s}
INFLOWS:
Winkel_Beschleunigung = Drehmoment_Rück/Trägheits__Moment

Drehmoment_Rück = Kraft_Gewicht*Länge_Faden*SIN(Drehwinkel)
g = -9.81 {m/s^2}
Kraft_Gewicht = Masse*g
Länge_Faden = 1 {m}
Masse = 0.1 {kg}
Trägheits__Moment = Masse*Länge_Faden^2 {kg*m^2}
Winkel_in_Grad = Drehwinkel/PI*180

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 4$; $\Delta t = 0.01$; Runge-Kutta-4

11. Spule und Kondensator im Stromkreis

Das Verhalten von Kapazitäten und Induktivitäten kann mit dem gleichen Grundmodell sowohl für Gleichstromkreise wie für Wechselstromkreise beschrieben werden. Dabei geht es um die dynamischen Aspekte, also um Ein- und Ausschaltvorgänge bei Spulen, Auf- und Entladevorgängen bei Kondensatoren und elektromagnetische Schwingungen. In Modellergänzungen werden die Arbeit bei der Kondensatorladung und die Leistung im Wechselstromkreis untersucht.

11.1 Physikalische Grundstruktur

In den bisherigen Modellen ging es um die Beschreibung von Bewegungen unter dem Einfluß von Kräften. Mit dem vorliegenden Kapitel wechseln wir in einen anderen Strukturbereich physikalischer Modelle. Die Beschreibung von Strom- und Spannungsverläufen in elektrischen Stromkreisen werden in Lehrplänen unter dem Thema „Felder“ eingeordnet. Da mit Modellbildungsumgebungen sinnvollerweise *dynamische* Systeme beschrieben werden, geht es hier nicht um die Berechnung von stationären Zuständen in Parallel- oder Reihenschaltungen mit Ohmschen Widerständen, sondern um instationäre Vorgänge, bei denen Strom- und Spannungsverläufe zeitlich variieren. Das ist der Fall bei Auf- und Entladevorgängen von Kondensator, Ein- und Ausschaltvorgängen von Spulen oder elektrischen Schwingkreisen. Ebenso wie mechanische Schwingungen sich mit Hilfe von Modellbildungssystemen sinnvoll in die Newtonsche Dynamik eingliedern lassen (vgl. Kapitel 10), können elektromagnetische Schwingungen direkt aus Modellen des Bereichs „Felder“ entwickelt werden.

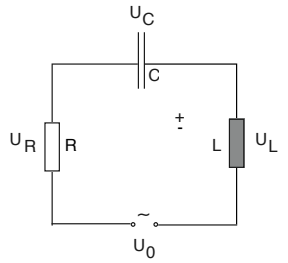
Man kann entsprechend der Newtonschen Grundstruktur $F_i \rightarrow Fres \rightarrow a \rightarrow v \rightarrow s$ eine *elektrodynamische Grundstruktur* angeben. Die Rolle der Einzelkräfte F_i wird von den auftretenden Einzelspannungen U_i übernommen. An die Stelle der Summation der Kräfte tritt die Maschenregel „Die Summe aller Spannungen eines Stromkreises ist Null“, bzw. „Die Summe aller treibenden Spannungen ist gleich der Summe aller Spannungsabfälle“:

$$\sum F_i = F_{result}$$

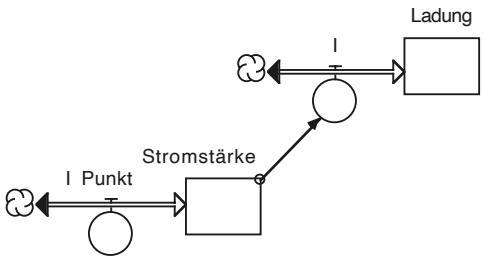
$$\sum U_i = 0$$

Während das Suchprogramm bei Bewegungen lautete: „Bestimme die auf einen Körper einwirkenden Kräfte ...“, lautet die entsprechende Strategie beim Stromkreis im Kern: „Bestimme die auftretenden Spannungen ...“.

Als Zustandsgrößen sind die Stromstärke und die Kondensatorladung von zentraler Bedeutung. Aus der Kenntnis von I und Q lassen sich die anderen Beschreibungsgrößen vorhersagen.



11.1 Serienschwingkreis mit Kapazität, Induktivität und Ohmschem Widerstand.

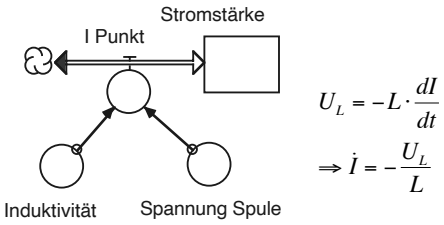


11.2 Elektrodynamische Grundstruktur.

Die *Änderungsrate* der Ladung ist die Stromstärke I (vgl. *Geschwindigkeit* als Zustandsgröße und Änderungsrate in der Newtonschen Grundstruktur).

$$\dot{Q} = I = \frac{U_R}{R}$$

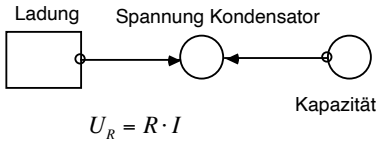
Die *Änderungsrate* der Stromstärke I_Punkt ergibt sich funktional aus der Selbstinduktionsspannung U_L und der Induktivität L. Man ist gewohnt an dieser Stelle *kausal* zu denken: *Wenn* sich der durch eine Spule fließende Strom ändert, *dann* wird in der Spule eine Spannung induziert. Physikalisch liegt jedoch genausowenig eine Kausalität oder gar zeitliche Abfolge vor wie beim dritten Newtonschen Axiom „*actio* gleich *reactio*".



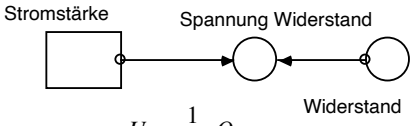
$$U_L = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow \dot{I} = -\frac{U_L}{L}$$

Um in die Iterationskette $\dot{I} \rightarrow I \rightarrow \dot{Q} \rightarrow Q$ eintreten zu können, muß demnach die Induktionsspannung U_L ermittelt werden. Aus den Zustandsgößen Stromstärke und Ladung kann man die Spannung am Ohmschen Widerstand U_R und die Spannung an der Kapazität U_C ermitteln.

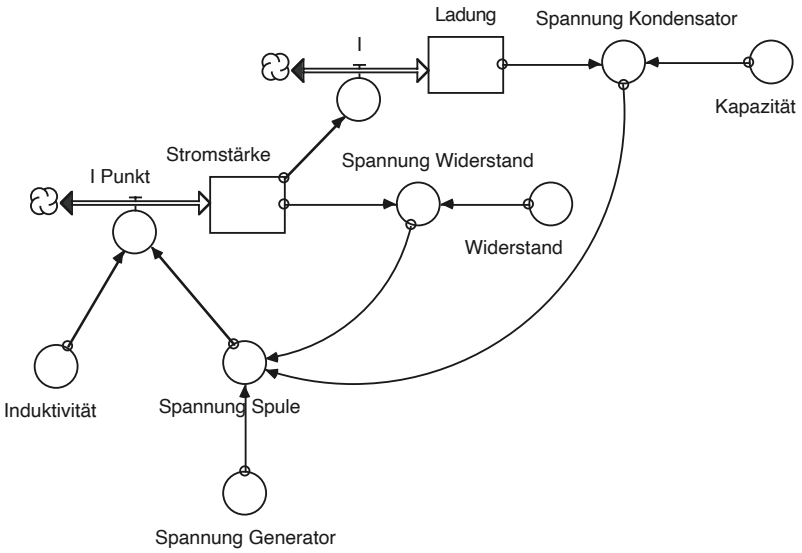


$$U_R = R \cdot I$$



$$U_C = \frac{1}{C} \cdot Q$$

Als weitere Spannungen können eine konstante Batteriespannung U_B oder eine zeitlich variable Generatorspannung $U_G(t)$ auftreten. Mit Hilfe der Maschenregel kann man aus diesen Teilspannungen die Spannung an der Induktivität ermitteln, die man für die Berechnung von I_Punkt benötigt.



11.3 Gesamtmodell zu elektrischen Schwingungen.

Die Problemlösungsstrategie lautet in der Übersicht:

- Bestimme die Einzelspannungen in der Masche.
- Ermittle mit Hilfe der Maschenregel die Induktionsspannung an der Spule.
- Tritt mit der sich daraus ergebenden Änderungsrate der Stromstärke in die Iteration ein: $\dot{I} \rightarrow I \rightarrow \dot{Q} \rightarrow Q$.

Das vorgestellte Modell gilt für einen Stromkreis mit Kapazität und Induktivität. Entfällt eines dieser Bauteile, so vereinfachen sich die Modelle stark. Man kann im umgekehrten Weg mit einem einfachen Beispiel beginnen und die Modelle zum Auf- und Entladen eines Kondensators bzw. zu Ein- und Ausschaltvorgängen bei einer Spule anschließend zu einem Gesamtmodell zusammenfügen. Dieser Weg wird im folgenden beschritten.

Die Modellierungen sollten stets im Zusammenspiel mit Realexperimenten erfolgen. Nur im Vergleich mit Realdaten kann man letztlich entscheiden, ob die Modelle zu sinnvollen Vorhersagen kommen. Allerdings bietet die Modellbildung Möglichkeiten, die das Verständnis gegenüber konventionellen Experimenten und analytischen Untersuchungen wesentlich fördern können. Neben der einfachen Variation von Parametern gilt das insbesondere für die Berechnung und parallele grafische Darstellung des Verlaufs von Größen, die nicht direkt meßbar sind, z.B. der Arbeit bei der Kondensatorladung und der Leistung beim Wechselstromkreis.

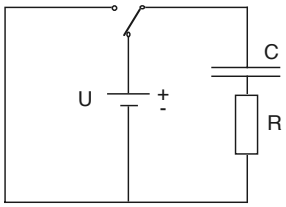
11.2 Kapazität im Stromkreis

11.2.1 Ladevorgänge bei Kondensatoren

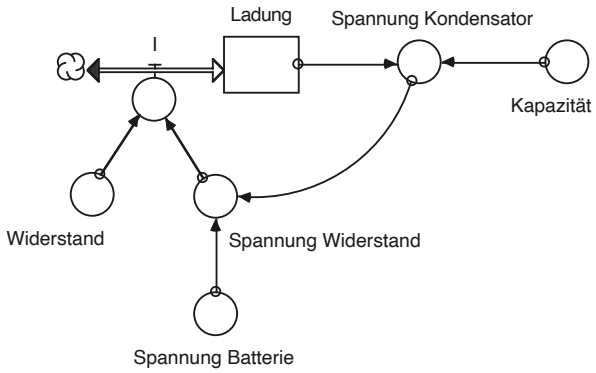
Besteht der Stromkreis lediglich aus einer Kapazität, einem Ohmschen Widerstand und einer Batterie, so vereinfacht sich die Struktur auf eine Zustandsgröße und eine Änderungsrate. Die Stromstärke ergibt sich funktional aus der Spannung am Widerstand und braucht nicht iterativ über eine Änderungsrate bestimmt zu werden. Die Maschenregel lautet in diesem Fall:

$$U_B = U_C + U_R \quad \Rightarrow \quad U_R = U_B - U_c$$

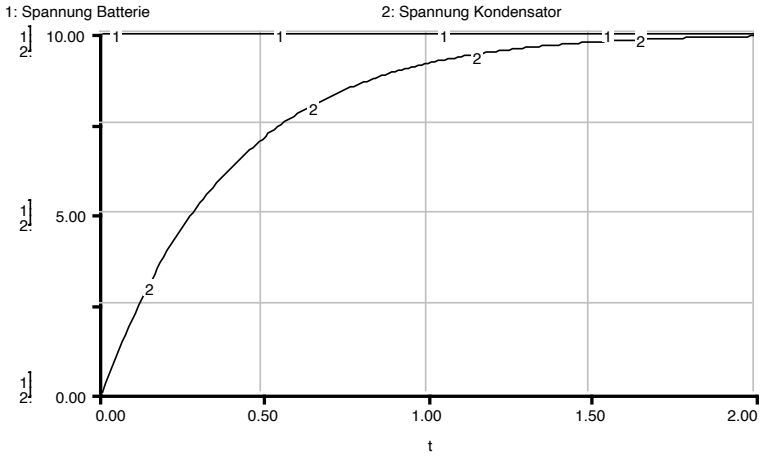
Für die Aufladung des Kondensators ist von einer konstanten Batteriespannung und einer Anfangsladung von 0 As auszugehen. Bei der Simulation der Kondensator*entladung* setzt man die Größe Spannung_Batterie auf 0 V.



11.4 Schaltung für das Auf- und Entladen.

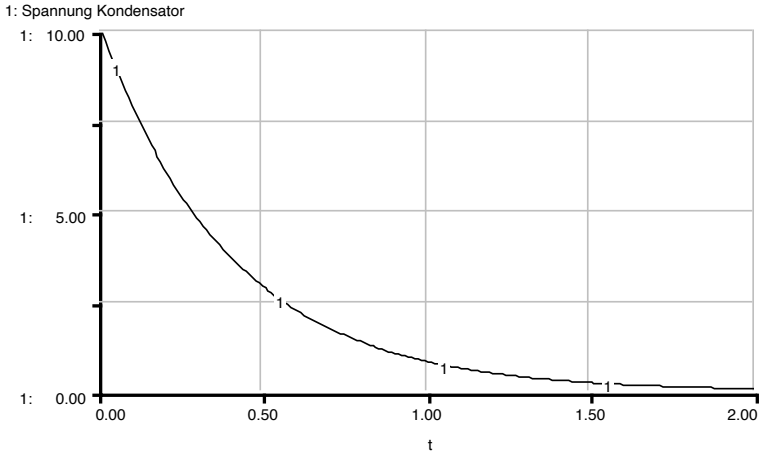


11.5 Modell zur Kapazität im Stromkreis.



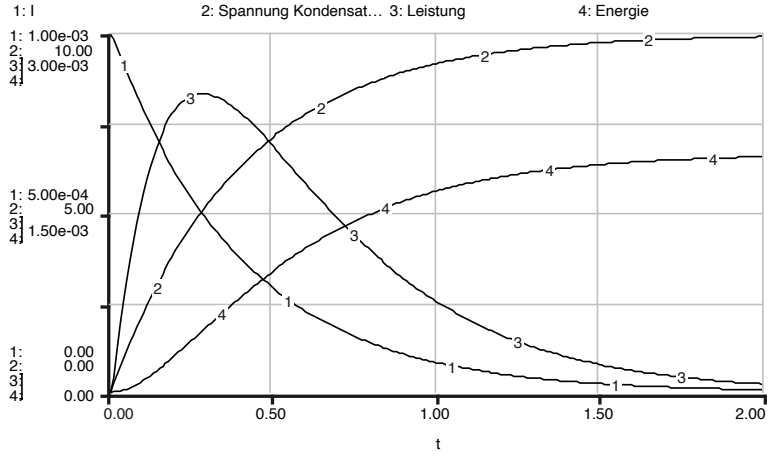
11.6 Kondensatoraufladung. Das Diagramm entspricht dem Graphen der analytisch zu gewinnenden Lösungsfunktion.

$$U_C(t) = U_B \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{RC} \cdot t} \right)$$



11.7 Kondensatorentladung (vgl. Lösungsfunktion).

$$U_C(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t}$$



11.8 Zeitlicher Verlauf von Leistung und Energie bei der Kondensatorladung.

11.2.2 Arbeit bei der Kondensatorladung

Durch eine Modellergänzung kann beim Aufladen verrichtete Arbeit bzw. die auf den Kondensator übertragene Energie berechnet werden. Bei einer diskreten Betrachtung ist für den Transport einer Ladungsportion ΔQ auf einen Kondensator, an dem eine Spannung $U_C(Q)$ anliegt, folgende Teilarbeit ΔW zu verrichten:

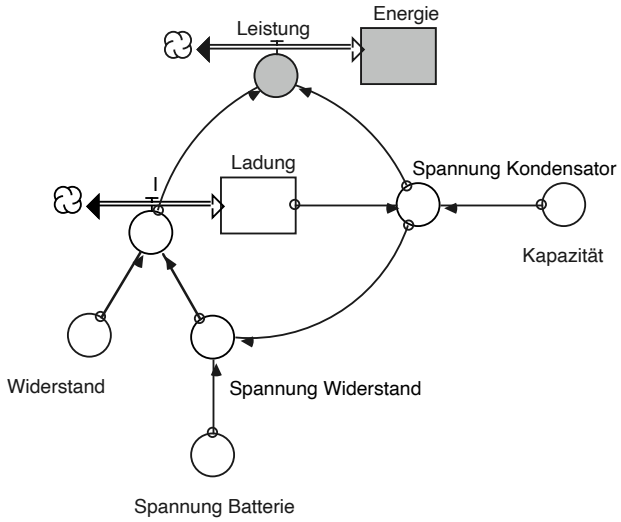
$$\Delta W = U_C(Q) \cdot \Delta Q = U \cdot I \cdot \Delta t = P \cdot \Delta t$$

Über diesen Zusammenhang wird die zeitliche Änderungsrate der Energie, nämlich die elektrische Leistung P, in das Modell eingebaut. Aus einer Iteration über die transportierten Ladungsportionen ΔQ wird eine Iteration über Zeitschritte Δt. Dies ist der Grundidee dynamischer Modellbildung angemessen — der Betrachtung von Systemverläufen über die *Zeit*. I(t) und $U_C(Q)$, aus denen sich die Änderungsrate ergibt, sind als Modellgrößen bereits verfügbar.

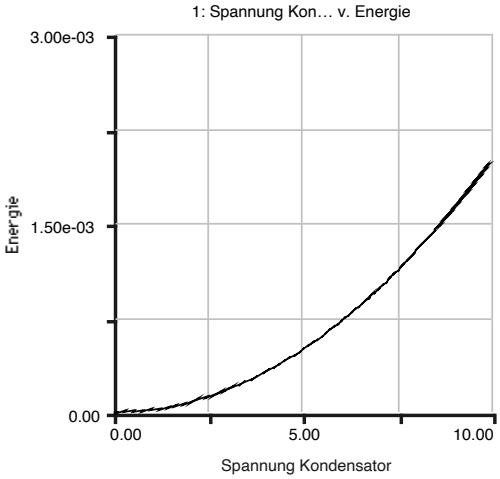
Abbildung 11.8 zeigt die zeitlichen Verläufe der relevanten Systemparameter. Durch die Einbeziehung der zeitlichen Dimension werden vertiefte Betrachtungen der Zusammenhänge zwischen den Größen angeregt, z.B. unter welchen Bedingungen die maximale Leistung auftritt. Natürlich kann mit dem Modellbildungssystem auch der bekannte Zusammenhang ...

$$W = f(U_C) = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2$$

... veranschaulicht werden (s. Abb. 11.10).



Energie(t) = Energie(t - dt) + (Leistung) * dt
INIT Energie = 0
INFLOWS:
Leistung = Spannung_Kondensator*I

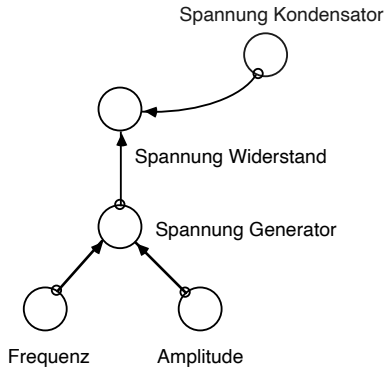


11.9 (rechts oben)
Arbeit bei der Kondensatorladung (Modellergänzungen hervorgehoben).

11.10 (rechts unten)
Energie bei der Kondensatoraufladung W=f (U_C).

11.2.3 Kapazität im Wechselstromkreis

Ersetzt man die Batterie durch einen Funktionsgenerator mit zeitlich variabler Spannung, dann erfolgt der Übergang zu einem Wechselstromkreis. Die Modellstruktur wird nur leicht modifiziert, jedoch ergeben sich ganz andere Spannungsverläufe. Der Strom verändert mit jedem Zeitschritt Δt die Ladung des Kondensators, da der Spannungsabfall am Ohmschen Widerstand zum einen von der Ladung des Kondensators und zum anderen von der anliegenden Generatorspannung, die als sinusförmig angenommen wird, abhängt.

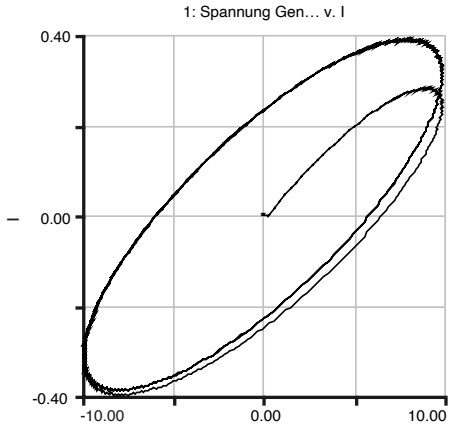


11.11 (rechts oben) Modifikation der Modellstruktur (Ausschnitt) beim Übergang zum Wechselstromkreis.

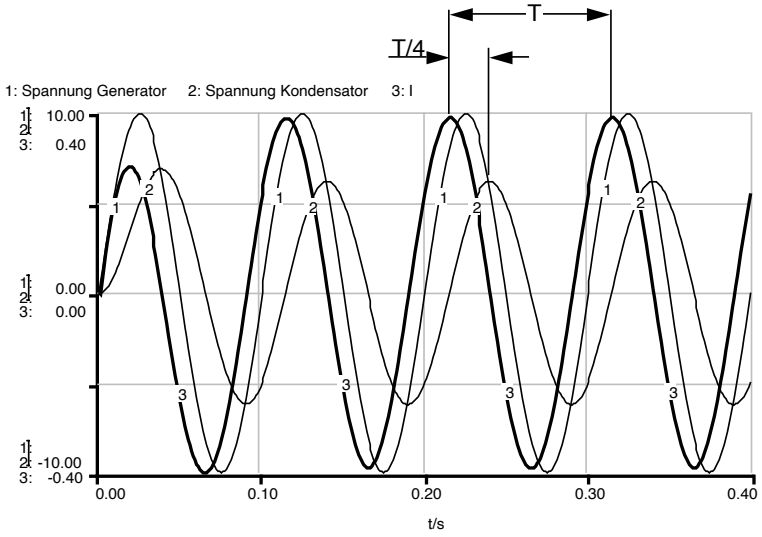
```
Spannung_Generator
    = Amplitude*SIN(2*PI*Frequenz*TIME)

Spannung_Widerstand
    = Spannung_Generator-Spannung_Kondensator
```

Man erkennt in Abbildung 11.13 die konstante Phasenverschiebung im eingeschwungenen Zustand nach etwa einer Periode. Die Stromstärke eilt der Spannung am Kondensator um eine Viertelperiode ($\pi/2$) voraus. In der ersten Periode wird der Einschwingvorgang erkennbar (am Beginn liegen Generatorspannung und Stromstärke in Phase (s.a. Abb. 11.12). Der Verlauf ist hier nicht sinusförmig. Im Phasendiagramm wird die stabile Ellipse erst nach etwa einem Umlauf erreicht.



11.12 (rechts mitte) Phasenbeziehung zwischen Generatorspannung und Spannung am Kondensator.



11.13 Verlauf von Stromstärke, Kondensator- und Generatorspannung bei einer Kapazität im Wechselstromkreis (R=20 W, f=10 Hz, $C=10^{-3}$ F).

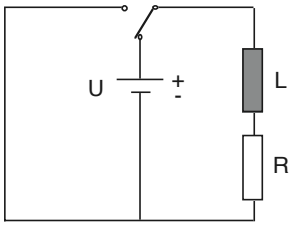
11.3 Induktivität im Stromkreis: Ein- und Ausschaltvorgänge bei Spulen

Das Modell wurde als Teilstruktur bereits im Einleitungsteil vorgestellt. Es entfällt der Teil des Gesamtmodells, der die Kapazität betrifft. Als Zustandsgröße tritt nur die Stromstärke auf. Die Berechnung der Änderungsrate I_Punkt erfolgt über die Selbstinduktionsspannung Spannung_Spule aus der Differenz von Batteriespannung und Spannung am Ohmschen Widerstand.

In der Simulation (s. Abb. 11.17) erkennt man die analytisch herleitbaren Funktionsverläufe wieder:

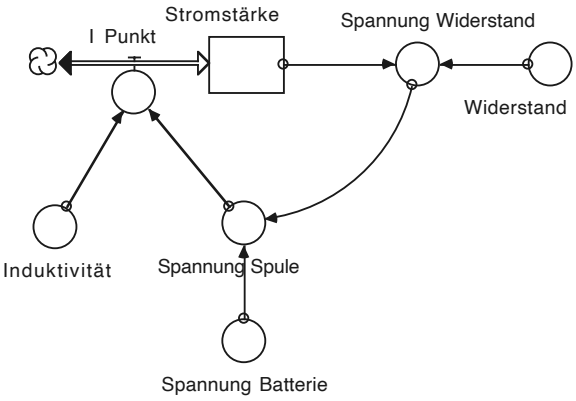
$$I(t) = \frac{U_B}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t}\right) \qquad I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

Bei Anlegen einer Wechselspannung zeigt sich, daß die Spannung an der Spule der Stromstärke um eine Viertelperiode ($\pi/2$) vorauseilt (s. Abb. 11.18). Am Beginn erkennt man, daß die Wechselstromkurve durch einen Gleichstrom nach oben verschoben ist. Dieser Gleichstromanteil, der beim Einschalten verursacht wird, klingt wegen des Ohmschen Widerstands bald ab.



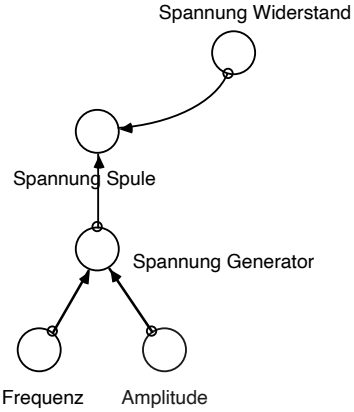
$$\dot{I} = -\frac{U_L}{L}$$
$$U_L = U_B - U_R$$

11.14 Schaltungen für den Ein- und Ausschaltvorgang.



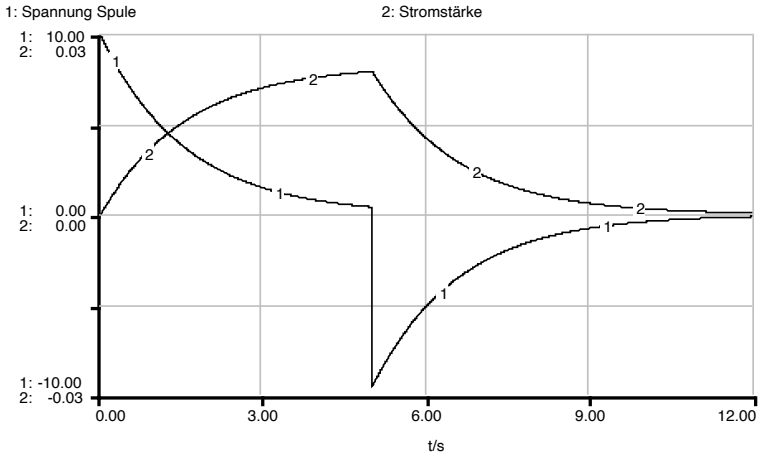
Spannung_Batterie = IF TIME<5 THEN 10 {V} ELSE 0 {V}

11.15 Modell zu einem Stromkreis mit einer Induktivität.

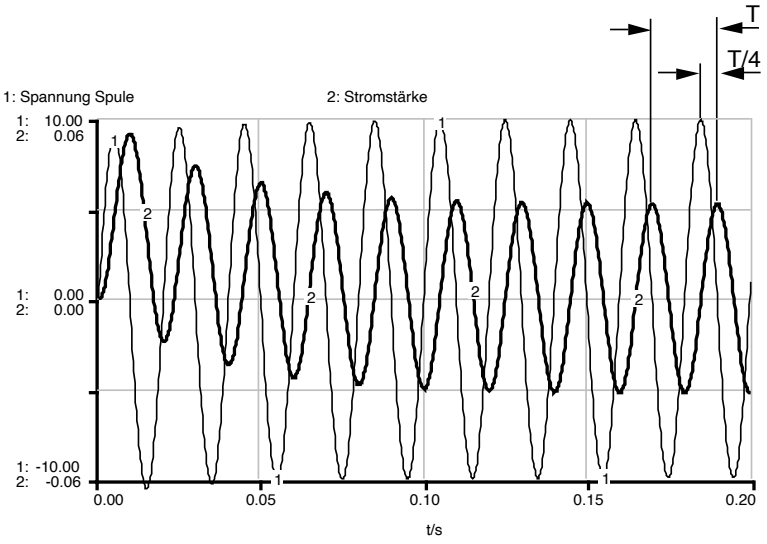


Spannung_Generator
= Amplitude*SIN(2*PI*Frequenz*TIME)

11.16 Anlegen einer Wechselspannung (Modellerweiterung).



11.17 Kombinierter Ein- und Ausschaltvorgang bei einem Stromkreis mit Induktivität.



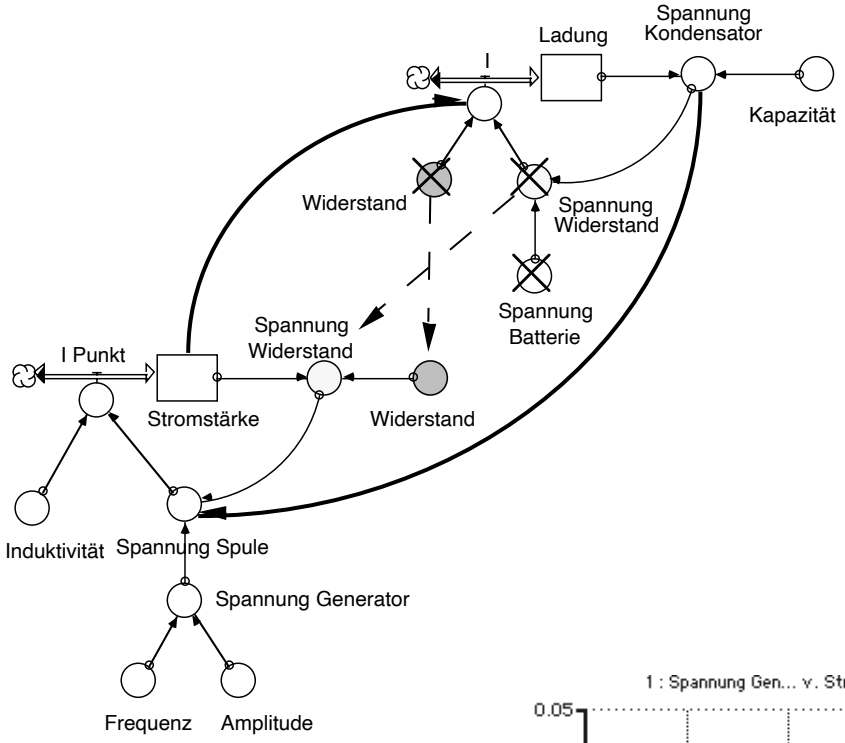
11.18 Verhalten einer Spule im Wechselstromkreis, Einschwingvorgang (L=1H, f=50Hz, R=30W).

11.4 Elektromagnetischer Schwingkreis

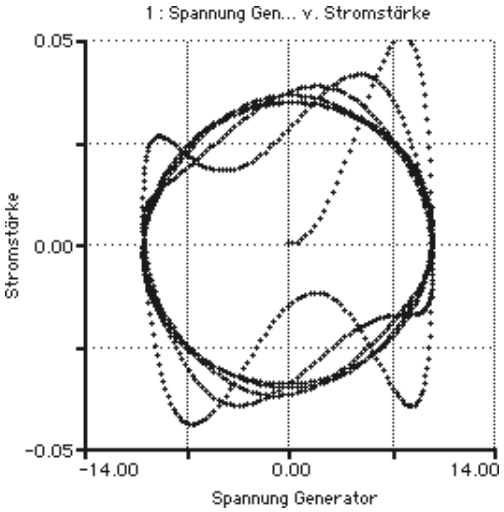
Für die Behandlung elektromagnetischer Serienschwingkreise können die Modelle zur Kapazität und zur Induktivität zusammengefügt werden. Die Verbindung erfolgt dadurch, daß die Stromstärke als Änderungsrate der Kondensatorladung aus dem Induktivitätsmodell an das Kapazitätsmodell angekoppelt wird. Die Rückkopplung ist dadurch gegeben, daß die Kondensatorspannung in die Berechnung der Selbstinduktionsspannung eingeht. Das Modell entspricht nun dem eingans vorgestellten Gesamtmodell (vgl. Abb. 11.3). Die Spannung an der Spule ergibt sich aus der Differenz zwischen der Generatorspannung und den Spnannungen am Kondensator und am Widerstand.

$$U_L = U_G - U_C - U_R$$

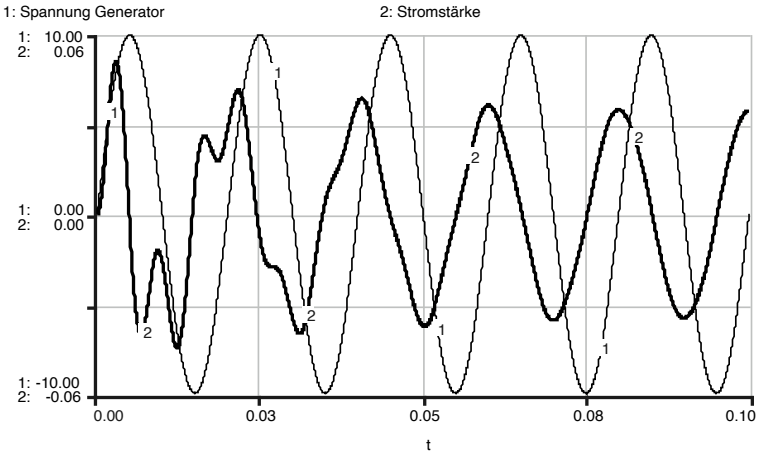
Durch eine Variation der physikalischen Parameter Induktivität, Kapazität, Widerstand und Frequenz können unterschiedliche Phasenverschiebungen realisiert werden. Abbildung 11.21 zeigt einen Fall, bei dem der Einfluß der Kapazität auf die Phasenverschiebung gegenüber der Induktivität überwiegt. Die Stromstärke eilt der Generatorspannung voraus. Das Modell kann dazu dienen, die Zusammenhänge im Wechselstromkreis zu veranschaulichen. Die Auswirkung von Freqenzänderungen und der Dimensionierung von Spule und Kondensator sollte aber im Realexperiment eingeführt werden. Insgesamt sind die Modellvorhersagen exemplarisch an Realexperimenten zu überprüfen.



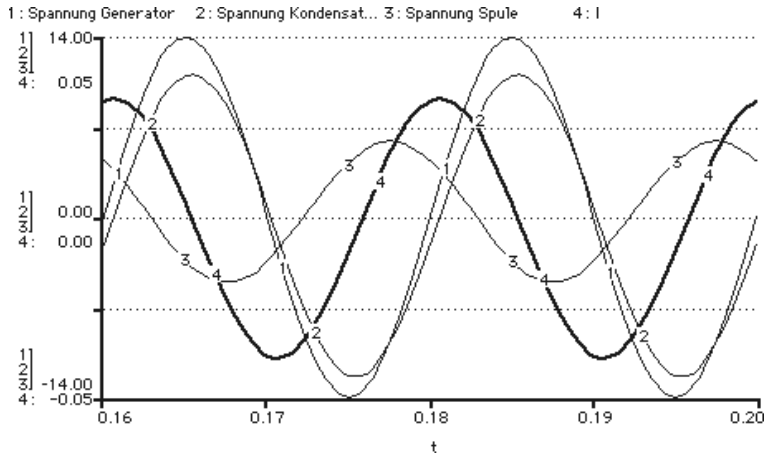
11.19 (oben)
Aneinanderkopplung der Modelle für Spule und Kondensator zum Serienschwingkreis (s.a. Abb. 11.3).



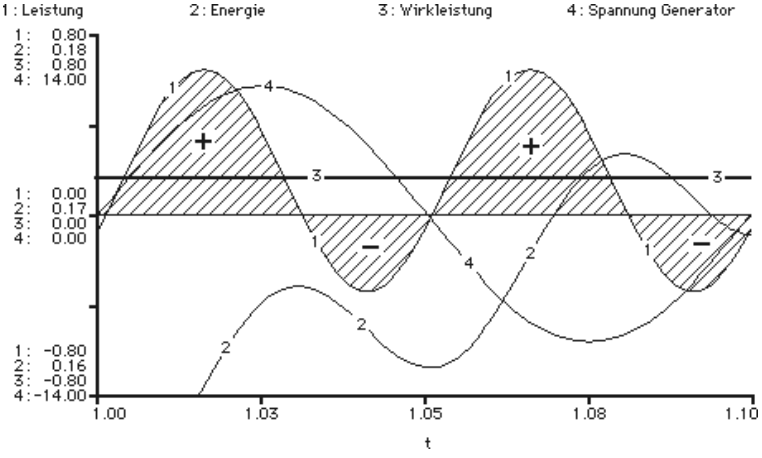
11.20 (rechts)
Phasendiagramm für den Einschwingvorgang.



11.21 Einschwingvorgang bei einem Serienschwingkreis (Parameter: L=0,1H; C=10μF; R=100Ω; f=50Hz).



11.22 Phasenverschiebungen beim eingeschwungenen Zustand. Die Stromstärke eilt der Generatorspannung voraus.



11.23 Leistung im Wechselstromkreis (eingeschwungener Zustand; Parameter: L=1H, C=10^{-4}F, R=30Ω, f=10Hz). Die Teilflächen zwischen dem P(t)-Graphen und der t-Achse sind markiert und mit Vorzeichen versehen.

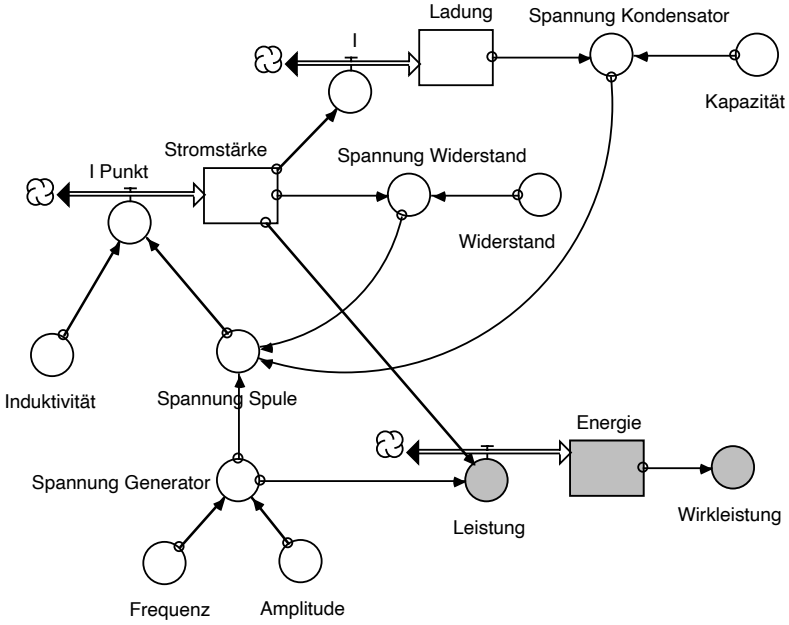
11.5 Leistung im Wechselstromkreis

Mit dem Hinzufügen einer Größe Leistung als Änderungsrate der zwischen Generator und Serienkreis fließenden Energie kann man das Problem der Blind- und der Wirkleistung verdeutlichen. Die Momentan-Leistung ergibt sich als Produkt der jeweiligen Generatorspannung und der Stromstärke. Durch die Phasenverschiebung zwischen Generatorspannung und Stromstärke kann die Momentanleistung auch negative Werte annehmen, d.h. es fließt Energie aus dem Stromkreis in den Generator zurück. Je nach Wahl der Systemparameter liegt die Leistungskurve mehr oder weniger unsymmetrisch zur t-Achse. Ihre Frequenz ist doppelt so hoch wie die der Generatorspannung. Der zeitliche Mittelwert des Energieflusses, der sich aus der Differenz der positiven und negativen Energie-Flächen (vgl. Abb. 11.24) ergibt, ist die *Wirkleistung*. Nur die Wirkleistung erhöht die in das System hineingepumpte Energie. Diese wird im Modell in der Zustandsgröße Energie bilanziert. Teilt man also die aufsummierte Energie durch die Zeit T, so erhält man die mittlere Leistung und damit die *Wirkleistung*.

$$P_{moment}(t) = U(t) \cdot I(t) \qquad P_{Wirk} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U(t) \cdot I(t) \cdot dt$$

Den zwischen Generator und System „hin- und herschwappenden“ Energiefluß nennt man *Blindleistung*. Sie belastet die Zuleitungen, ohne daß die transportierte Energie im System nutzbar wäre. Zur Vermeidung der Blindleistung legt man ein System z.B. durch Phasenschieberkondensatoren daher günstigerweise so aus, daß Stromstärke und Spannung in Phase liegen, so daß die Momentanleistung stets positiv ist.

Bezüglich der Wirkleistung ist zu bedenken, daß erst im eingeschwungenen Zustand sich dieser Mittelwert zeitlich praktisch nicht mehr ändert. Deshalb ist in Abbildung 11.24 ein relativ spät liegender Zeitraum dargestellt.



11.23 Modell zum Serienschwingkreis mit Ergänzung des Aspekts Leistung (hervorgehoben).

11.6 Modellgleichungen

Kondensatorentladung

Ladung(t) = Ladung(t - dt) + (I) * dt
INIT Ladung = 10 {V} * Kapazität
INFLOWS:
I = Spannung_Widerstand/Widerstand

Kapazität = 40E-6
Spannung_Batterie = 0 {V}
Spannung_Kondensator = Ladung/Kapazität
Spannung_Widerstand = Spannung_Batterie
-Spannung_Kondensator
Widerstand = 10000 {Ω}

$T_{Start} = 0;\ T_{End} = 2;\ \Delta t = 0.01;$ Runge-Kutta-4

Serienschwingkreis

Ladung(t) = Ladung(t - dt) + (I) * dt
INIT Ladung = 0{F}
INFLOWS:
I = Stromstärke

Stromstärke(t) = Stromstärke(t - dt)
+ (I_Punkt) * dt
INIT Stromstärke = 0
INFLOWS:
I_Punkt = Spannung_Spule/Induktivität

Amplitude = 10 {V}
Frequenz = 50 {1/s}
Induktivität = 0.1 {H}
Kapazität = 1E-5 {F}
Spannung_Generator
= Amplitude*SIN(2*PI*Frequenz*TIME)
Spannung_Kondensator = Ladung/Kapazität
Spannung_Spule = Spannung_Generator
-Spannung_Kondensator
-Spannung_Widerstand
Spannung_Widerstand = Stromstärke*Widerstand
Widerstand = 10 {Ω}

$T_{Start} = 0;\ T_{End} = 0.2;\ \Delta t = 0.0001;$ Runge-Kutta-4

Ein- und Ausschaltvorgang bei Stromkreis mit Spule

Stromstärke(t) = Stromstärke(t - dt) + (I_Punkt) * dt
INIT Stromstärke = 0 {A}
INFLOWS:
I_Punkt = Spannung_Spule/Induktivität

Induktivität = 630 {H; Henry}
Spannung_Batterie = IF TIME<5 THEN 10 {V} ELSE 0 {V}
Spannung_Spule = Spannung_Batterie-Spannung_Widerstand
Spannung_Widerstand = Stromstärke*Widerstand
Widerstand = 400 {Ω}

$T_{Start} = 0;\ T_{End} = 12;\ \Delta t = 0.01;$ Runge-Kutta-4

Leistung im Wechselstromkreis

Energie(t) = Energie(t - dt) + (Leistung) * dt
INIT Energie = 0 {Ws}
INFLOWS:
Leistung = Stromstärke*Spannung_Generator

Ladung(t) = Ladung(t - dt) + (I) * dt
INIT Ladung = 0{F}
INFLOWS:
I = Stromstärke

Stromstärke(t) = Stromstärke(t - dt) + (I_Punkt) * dt
INIT Stromstärke = 0
INFLOWS:
I_Punkt = Spannung_Spule/Induktivität

Amplitude = 10 {V}
Frequenz = 10 {1/s}
Induktivität = 1 {H}
Kapazität = 1E-4 {F}
Spannung_Generator
= Amplitude*SIN(2*PI*Frequenz*TIME)
Spannung_Kondensator = Ladung/Kapazität
Spannung_Spule = Spannung_Generator
-Spannung_Kondensator
-Spannung_Widerstand
Spannung_Widerstand = Stromstärke*Widerstand
Widerstand = 30 {Ω}
Wirkleistung = IF TIME>0 THEN Energie/TIME ELSE 0

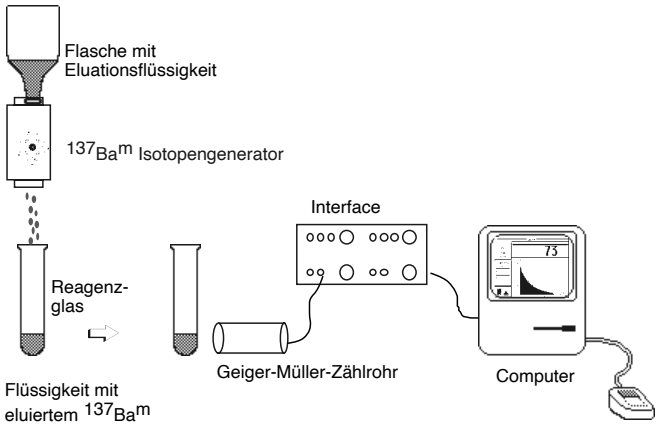
$T_{Start} = 0;\ T_{End} = 2;\ \Delta t = 0.001;$ Runge-Kutta-4

12. Radioaktiver Zerfall

Die Modellierung radioaktiver Zerfallsprozesse diente bereits im ersten Teil dieses Buches als Einstiegsbeispiel in systemdynamische Beschreibungen in der Physik. Im vorliegenden Kapitel wird die Grundstruktur des Zerfalls-Modells in Variationen auf weitere Phänomene im Wechselspiel von Experiment und Modell angewendet. Ein besonderer Gesichtspunkt liegt dabei auf der Anpassung der Modell-Parameter an reale Versuchsbedingungen.

12.1 Zerfall von Barium 137^m

Im ersten Experiment wird ein meta-stabiles Barium-Isotop ($^{137}Ba^m$) mit einigen Millilitern Eluationsflüssigkeit aus einem Isotopengenerator ausgewaschen und in einem Reagenzglas aufgefangen. Der Isotopengenerator enthält eine geringe Menge Cäsium 137. ^{137}Cs zerfällt unter β-Emission zu $^{137}Ba^m$, welches wiederum in stabiles ^{137}Ba übergeht. Während es sich bei ^{137}Cs um ein langlebiges Nuklid handelt (Halbwertszeit ca. 30 Jahre), ist $^{137}Ba^m$ kurzlebig. Seine Halbwertszeit liegt mit der Größenordnung „Minuten“ besonders günstig für Zerfallsexperimente, die in einer Schulstunde ablaufen sollen.



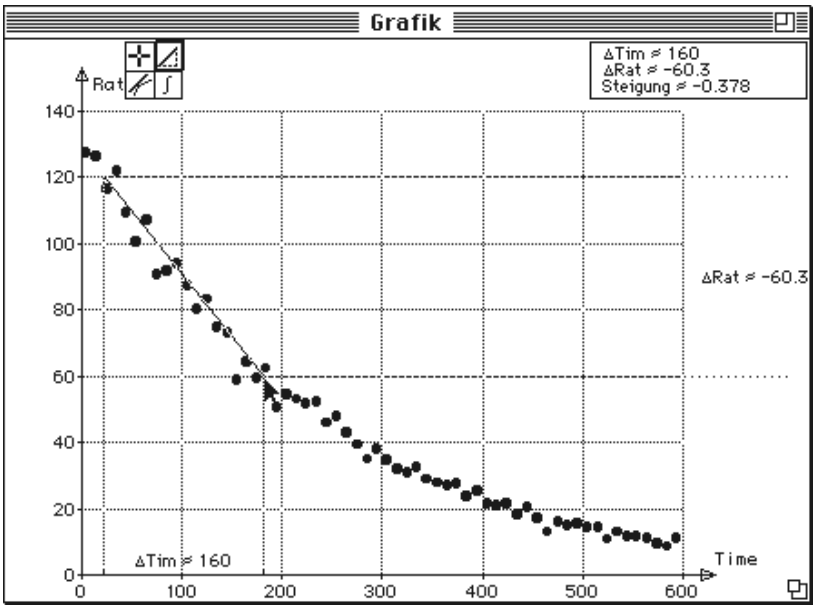
12.1 Eluation von $^{137}Ba^m$ aus einem Isotopengenerator und computergestützte Erfassung der Zählraten mit einem Geiger-Müller-Zählrohr.

Man kann die Zählraten als proportional zur Aktivität des $^{137}Ba^m$-Präparats betrachten. Durch die computergestützte Aufzeichnung liegen die Zählraten in einer Form vor, die mit einem Tabellenkalkulationsprogramm ausgewertet werden können. Nach Abzug der Nullrate werden die Daten in einem Diagramm über der Zeit ausgegeben. Das verwendete Tabellenkalkulationssystem (MATHELAB; Weißgerber 1994) bietet besondere Optionen zur grafischen Diagrammauswertung mit Mausunterstützung. Auf diesem Wege wird eine Halbwertszeit $T_{1/2} \approx 160s$ abgeschätzt (s. Abb. 12.2).

Unter der Annahme, daß der Verlauf der Zählratenkurve einer Exponentialfunktion ähnelt, kann man zeigen, daß der mathematische Ansatz ...

$$Rate = Rate_{Start} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}}$$

... die Abnahme der Aktivität recht gut beschreibt.



12.2 Grafische Auswertung der Meßdaten, Abschätzung der Halbwertszeit.

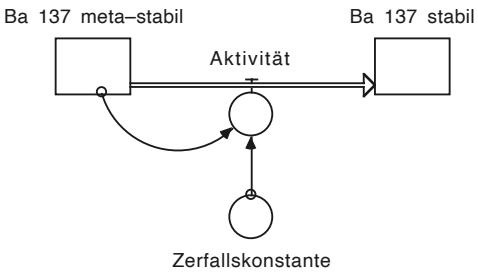
Die Grundannahme der Modellierung besteht darin, daß die Aktivität der Probe von der Anzahl der noch vorhandenen Kerne abhängt. Mit anderen Worten: die Änderungsrate ist proportional zum Wert der Zustandsgröße. Der Proportionalitätsfaktor heißt „Zerfallskonstante“.

Wie der Wert für die Zerfallskonstante λ aus den Meßdaten abgeschätzt werden kann, wurde bereits in Kapitel 1 beschrieben. Die Aktivität $A=\Delta N/\Delta t$ ist proportional zur Anzahl N der jeweils vorhandenen Kerne. Daraus folgt $\lambda=\Delta N/\Delta t \cdot 1/N$. Der Quotient $\Delta N/\Delta t$ ist die Steigung der Aktivitätskurve, bzw. der im Experiment gemessenen Rate. Mit dem grafischen Steigungswerkzeug von MATHELAB erhält man einen Wert von -0,38, der durch die mittlere Rate in diesem Intervall (ca. 90 s^{-1}) zu dividieren ist. Es ergibt sich $\lambda \approx 0{,}0042$.

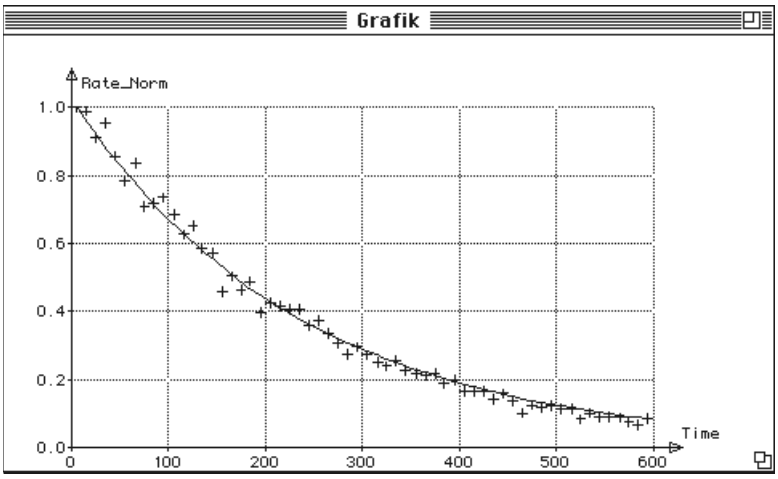
Dieser Wert wird zur Quantifizierung des Modells genutzt. Der Startwert für den Bestand an $^{137}Ba^{m}$ wird willkürlich auf 40000 gesetzt (ohne Einheit). Exportiert man nach einem Simulationslauf die STELLA-Daten an MATHELAB, so kann man die vorhergesagte Kurve mit dem Meßergebnis vergleichen. Abbildung 12.4 zeigt eine gute Übereinstimmung.

$$\text{Zerfallskonstante } \lambda \approx \frac{\Delta Rate \,/\, Rate_{Mittel}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \lambda \approx \frac{60.3 \,/\, 90}{160 s} \approx 0{,}0042 s^{-1}$$



12.3 Zerfall meta-stabilen Bariums $^{137}Ba^{m}$ in den stabilen Zustand ^{137}Ba.

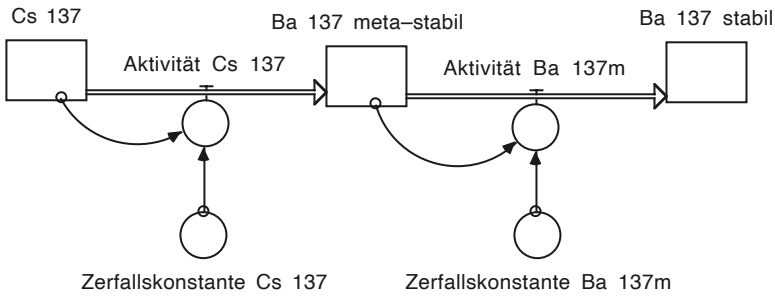


12.4 Vergleich von Meßdaten (+) und STELLA-Simulationsergebnis (Linie). Die Daten wurden auf einen Maximalwert von 1 normiert.

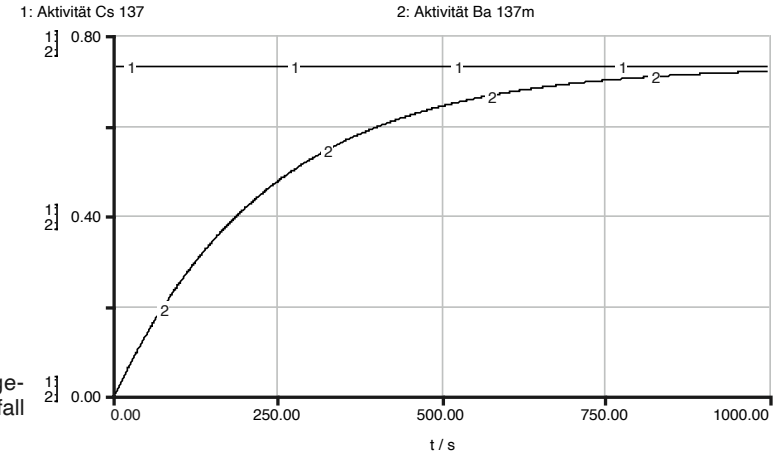
12.2 Produktion von Barium 137m

Das Modell kann leicht ausgebaut werden, um den Prozeß der *Produktion* von $^{137}Ba^{m}$ einzubeziehen. Die bereits vorhandene Struktur wird einfach verdoppelt. Wegen der langen Halbwertszeit ist die Zerfallskonstante von ^{137}Cs recht klein. Da nur wenige ^{137}Cs-Kerne im Untersuchungszeitraum zerfallen, bleibt die ^{137}Cs-Aktivität praktisch konstant. Weil die entstehenden $^{137}Ba^{m}$-Kerne mit vergleichsweise geringer Halbwertszeit zerfallen, nimmt ihr Bestand jedoch nicht kontinuierlich zu, sondern erreicht ein radioaktives Gleichgewicht, wenn Produktions- und Zerfallsrate gleich sind. Stört man dieses Gleichgewicht, so sagt das Modell einen Zeitraum von ca. 15 Minuten voraus, bis es sich wieder einstellt (s. Abb. 12.6). Das Modell arbeitet mit willkürlichen Startwerten für die Zustandsgrößen, aber mit den realen Zerfallskonstanten

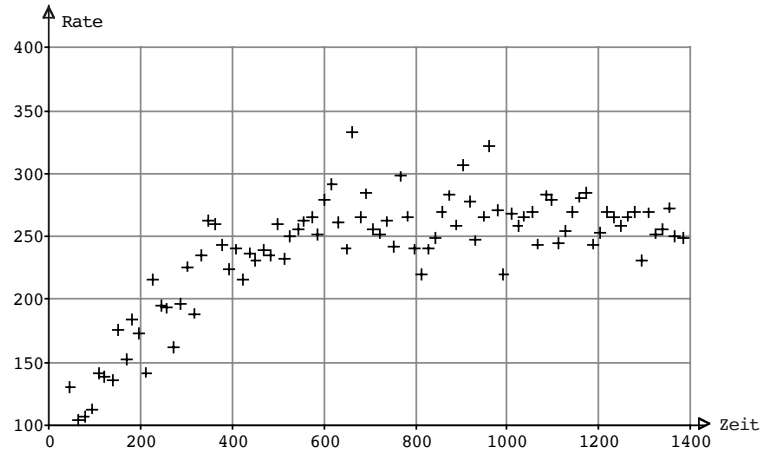
Diese Modellvorhersage kann wiederum an einem Experiment überprüft werden. Nach dem Eluieren von $^{137}Ba^{m}$ aus dem Isotopengenerator, ist in diesem das Gleichgewicht gestört. Es dauert eine gewisse Zeit, bis genügend $^{137}Ba^{m}$ nachproduziert wurde und die Aktivität, die man an der Oberfläche des Generators mißt, wieder einen konstanten Wert erreicht. Die Meßdaten in Abbildung 12.7 stehen in guter Übereinstimmung mit dem Simulationsergebnis.



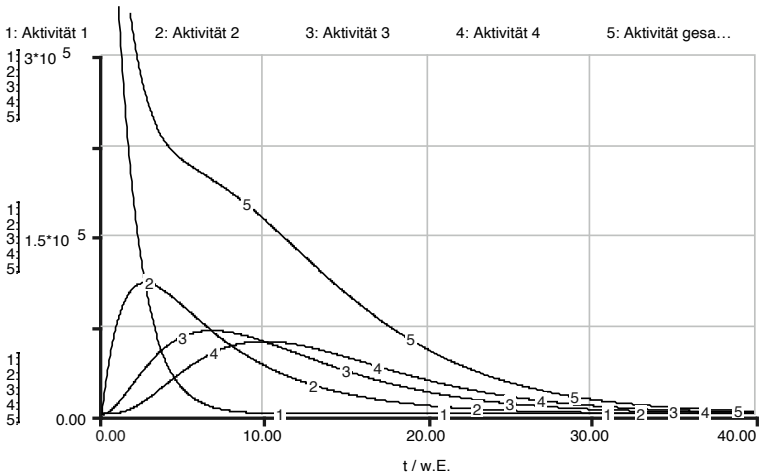
12.5 Erweiterung des Zerfalls-Modells zur Einbeziehung der Produktion von $^{137}Ba^{m}$.



12.6 Radioaktives Gleichgewicht bei Produktion und Zerfall von $^{137}Ba^{m}$.



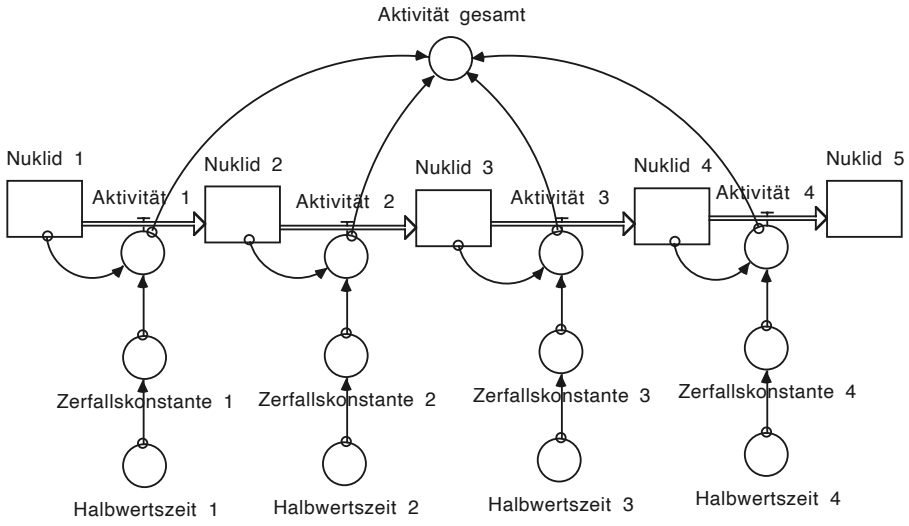
12.7 Meßdaten zur Einstellung des radioaktiven Gleichgewichts bei $^{137}Ba^{m}$.



12.8 Zerfallsreihe. Aktivitätsverläufe bei Halbwertszeiten in der gleichen Größenordnung.

12.3 Zerfallsreihen

Durch Anhängen weiterer Module läßt sich die Zerfallskette um Generationen erweitern. Wegen der um Größenordnungen verschiedenen Halbwertszeiten der Nuklide in den natürlichen Zerfallsreihen ist es aber nicht möglich, mit realen Werten über längere Generationenfolgen zu arbeiten. Die Schrittweite der Iteration muß an das Nuklid mit der kleinsten Halbwertszeit angepaßt werden. Dadurch erhöht sich jedoch die Rechendauer wegen der vergleichsweise großen Gesamtsimulationszeit in unvertretbarer Weise. Die prinzipiellen Effekte kann man jedoch mit willkürlich gewählten Parametern verdeutlichen.



12.9 Zerfallsreihe über 5 Generationen.

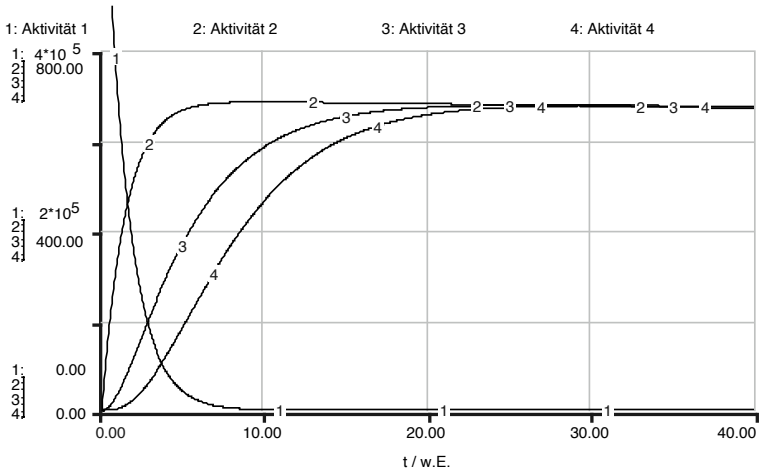
Im Modell wird die Zerfallskonstante aus der Halbwertszeit berechnet. Die Halbwertszeit ist die anschaulichere Größe. Für den Simulationslauf in Abbildung 12.9 wurden willkürliche Halbwertszeiten 1 bis 4 gewählt (in willkürliche Einheiten 1; 4; 3 und 2). Ein radioaktives Gleichgewicht stellt sich nicht ein, da anders als im Beispiel von Punkt 12.2 keines der Nuklide eine um Größenordnungen längere Halbwertszeit besitzt. Ändert man die Halbwertszeit des zweiten Nuklids auf 1000, dann stellt sich ab diesem Nuklid wieder ein Gleichgewicht ein, d.h. die Zustandsgrößen 2, 3 und 4 erreichen ab ca. t=20 konstante Werte.

12.4 Zerfall angeregten Silbers

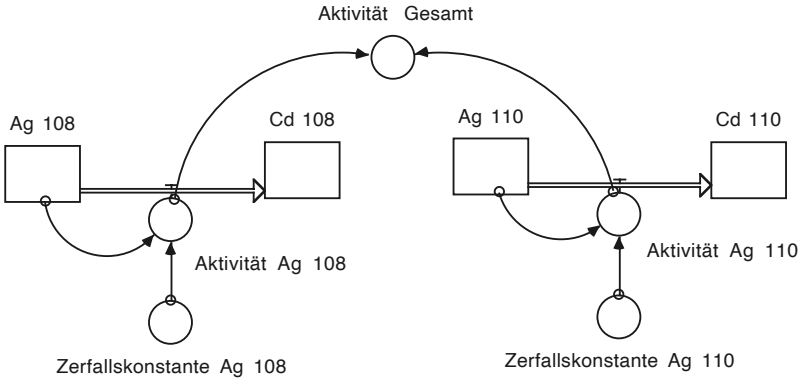
Die Anwendung des Zerfalls-Modells auf einen Versuch, bei dem Silberfolie durch Neutronen-Beschuß aktiviert wird, kann in Kapitel 1 nachgelesen werden. Im Ergebnis führen die Untersuchungen zu dem Ergebnis, daß zwei Silber-Isotopen gleichzeitig, aber mit unterschiedlichen Zerfallskonstanten, zur gemessenen Zerfallsrate beitragen.

$$^{109}_{47}\mathrm{Ag}(n,\gamma)\ ^{110}_{47}\mathrm{Ag} \xrightarrow{\beta,\gamma\,(24\ \mathrm{s})} {}^{110}_{48}Cd \qquad ^{107}_{47}\mathrm{Ag}(n,\gamma)\ ^{108}_{47}\mathrm{Ag} \xrightarrow{\beta,\gamma\,(144\ \mathrm{s})} {}^{108}_{48}Cd$$

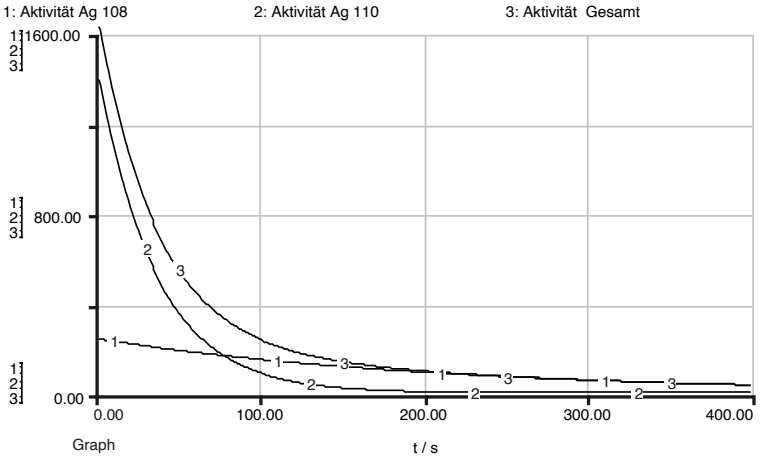
Das Modell hat dann die in Abbildung 12.11 gezeigte Form.



12.10 Aktivitätsverläufe bei einer Zerfallsreihe, in der das zweite Nuklid eine wesentlich größere Halbwertszeit besitzt als die anderen Nuklide.



12.11 Modell zur Aktivität angeregten Silbers (2 Isotope).



12.12 Simulationsergebnis zur Silberaktivität.

12.5 Modellgleichungen

Radioaktives Gleichgewicht bei $^{137}Ba^{m}$

```
Ba_137_meta-stabil(t) = Ba_137_meta-stabil(t - dt)
                        + (Aktivität_Cs_137 - Aktivität_Ba_137m) * dt
INIT Ba_137_meta-stabil = 0
INFLOWS:
   Aktivität_Cs_137 = Cs_137*Zerfallskonstante_Cs_137
OUTFLOWS:
   Aktivität_Ba_137m = Ba_137_meta-stabil*Zerfallskonstante_Ba_137m
Ba_137_stabil(t) = Ba_137_stabil(t - dt) + (Aktivität_Ba_137m) * dt
INIT Ba_137_stabil = 0
INFLOWS:
   Aktivität_Ba_137m = Ba_137_meta-stabil*Zerfallskonstante_Ba_137m
Cs_137(t) = Cs_137(t - dt) + (- Aktivität_Cs_137) * dt
INIT Cs_137 = 1e9
OUTFLOWS:
   Aktivität_Cs_137 = Cs_137*Zerfallskonstante_Cs_137
Zerfallskonstante_Ba_137m = 0.0042 {1/s}
Zerfallskonstante_Cs_137 = 7.3E-10 {1/s}
```

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 2$; $\Delta t = 1$; Euler

Silber-Zerfall

```
Ag_108(t) = Ag_108(t - dt) + (- Aktivität_Ag_108) * dt
INIT Ag_108 = 50000 {arbitrary}
OUTFLOWS:
   Aktivität_Ag_108 = Ag_108*Zerfallskonstante_Ag_108
Ag_110(t) = Ag_110(t - dt) + (- Aktivität_Ag_110) * dt
INIT Ag_110 = 50000 {arbitrary}
OUTFLOWS:
   Aktivität_Ag_110 = Ag_110*Zerfallskonstante_Ag_110
Cd_108(t) = Cd_108(t - dt) + (Aktivität_Ag_108) * dt
INIT Cd_108 = 0 {arbitrary}
INFLOWS:
   Aktivität_Ag_108 = Ag_108*Zerfallskonstante_Ag_108
Cd_110(t) = Cd_110(t - dt) + (Aktivität_Ag_110) * dt
INIT Cd_110 = 0 {arbitrary}
INFLOWS:
   Aktivität_Ag_110 = Ag_110*Zerfallskonstante_Ag_110
Aktivität__Gesamt = Aktivität_Ag_108+Aktivität_Ag_110
Zerfallskonstante_Ag_108 = 0.0048 {1/s}
Zerfallskonstante_Ag_110 = 0.028 {1/s}
```

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 1000$; $\Delta t = 1$; Euler

Zerfallsreihe

Nuklid_1(t) = Nuklid_1(t - dt) + (- Aktivität_1) * dt
INIT Nuklid_1 = 1E6
OUTFLOWS:
Aktivität_1 = Nuklid_1*Zerfallskonstante_1

Nuklid_2(t) = Nuklid_2(t - dt) + (Aktivität_1 - Aktivität_2) * dt
INIT Nuklid_2 = 0 {willkürlich}
INFLOWS:
Aktivität_1 = Nuklid_1*Zerfallskonstante_1
OUTFLOWS:
Aktivität_2 = Nuklid_2*Zerfallskonstante_2

Nuklid_3(t) = Nuklid_3(t - dt) + (Aktivität_2 - Aktivität_3) * dt
INIT Nuklid_3 = 0
INFLOWS:
Aktivität_2 = Nuklid_2*Zerfallskonstante_2
OUTFLOWS:
Aktivität_3 = Nuklid_3*Zerfallskonstante_3

Nuklid_4(t) = Nuklid_4(t - dt) + (Aktivität_3 - Aktivität_4) * dt
INIT Nuklid_4 = 0
INFLOWS:
Aktivität_3 = Nuklid_3*Zerfallskonstante_3
OUTFLOWS:
Aktivität_4 = Nuklid_4*Zerfallskonstante_4

Nuklid_5(t) = Nuklid_5(t - dt) + (Aktivität_4) * dt
INIT Nuklid_5 = 0
INFLOWS:
Aktivität_4 = Nuklid_4*Zerfallskonstante_4

Aktivität_gesamt = Aktivität_1+Aktivität_2+Aktivität_3+Aktivität_4
Halbwertszeit_1 = 1
Halbwertszeit_2 = 1000
Halbwertszeit_3 = 3
Halbwertszeit_4 = 2
Zerfallskonstante_1 = LOGN(2)/Halbwertszeit_1
Zerfallskonstante_2 = LOGN(2)/Halbwertszeit_2
Zerfallskonstante_3 = LOGN(2)/Halbwertszeit_3
Zerfallskonstante_4 = LOGN(2)/Halbwertszeit_4

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 40$; $\Delta t = 0.05$; Euler

13. Energie

Zu den Grundprinzipien systemdynamischer Beschreibungen gehört der Fluß von mengenartigen Größen in ein oder aus einem Reservoire oder auch zwischen zwei Reservoires. Energie kann man sich als etwas vorstellen, was von einem Körper zum anderen „strömt" (s. Herrmann 1977).[15] *Energie-Modelle scheinen daher auf den ersten Blick für systemdynamische Untersuchungen besonders geeignet zu sein. Bei näherer Betrachtung stößt man jedoch auf Probleme, die darin begründet sind, daß die zeitliche Entwicklung der Energieverteilung in einem System aufgrund einer Dynamik beschrieben werden muß.*

13.1 Energiemodelle in der Mechanik

Abbildung 13.1 zeigt das aus Kapitel 10 bekannte Modell zur Federschwingung im Schwerefeld (vgl. Abb. 10.1). Es wurde um eine Modellkomponente „Energie" erweitert. Darin werden die Bewegungsenergie des Pendelkörpers, die Spannenergie der Feder und die Energie des Gravitationsfelds berechnet. Bei einer solchen Modellierung sind die Energien funktional abhängige Größen. In diesem Modell wird das Konzept „Energieerhaltung" nicht zur Konzeptualisierung des Problems genutzt. Die Energien werden als zusätzliche Elemente an eine bereits formulierte dynamische Struktur angehängt. Vorzuziehen wäre ein originäres Energie-Modell, bei dem die Energien als Zustandsgrößen den Kern der physikalischen Überlegungen darstellen.

Ein Modell, das die Energien als zentrale Größen herausstellt, hat eine andere Grundstruktur, die zunächst anschaulicher erscheint (s. Abb. 13.2). Darin wird der Energieaustausch zwischen dem Pendelkörper und dem Gravitationsfeld sowie zwischen dem Körper und der Feder untersucht. Die Energie „fließt" zwischen den Reservoires der Zustandsgrößen. Der *Energieaustausch pro Zeiteinheit* ist durch die entsprechende Leistung bestimmt. Die Änderungsrate *Leistung* ist allgemein definiert als Produkt aus Kraft und Geschwindigkeit. Bei der Leistung P_Feder_Körper tritt als Kraft die Federkraft auf, bei der Leistung P_Körper_Feld ist es die Gravitationskraft.

$$\Delta W = F \cdot \Delta s = P \cdot \Delta t$$

$$\Rightarrow P = F \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$$

$$P_{Feder_Körper} = Federkraft \cdot v = -Federkonstante \cdot Elongation \cdot v$$

$$P_{Körper_Feld} = Gravitationskraft \cdot v = m \cdot g \cdot v$$

Die Federkraft kann man über die Elongation aus der Größe Energie_Feld berechnen. Die Gravitationskraft ist konstant. Entscheidend für die Leistungen und damit die ausgetauschten Energien ist die *Geschwindigkeit*. Man kann zwar die Geschwindigkeit des Körpers aus seiner (kinetischen) Energie berechnen. Es ist jedoch leicht zu sehen, daß im Falle v=0 das System in einem konstanten Zustand verharrt, bzw. daß keine Pendelschwingung einsetzen würde.

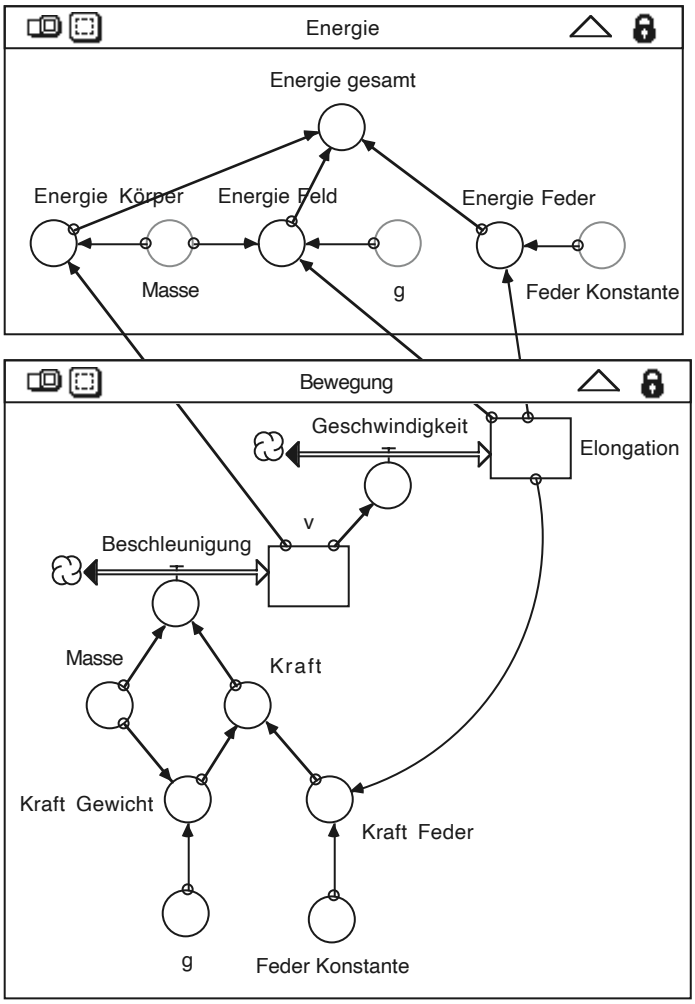
Eine Dynamik — und damit ein Antrieb — kommt erst dann ins Spiel, wenn man die Geschwindigkeit des Pendelkörpers als weitere *Zustandsgröße* v in das Modell einbaut und über die Änderungsrate Beschleunigung a zeitlich beeinflußt. Dadurch vermengt man jedoch wiederum ein

---

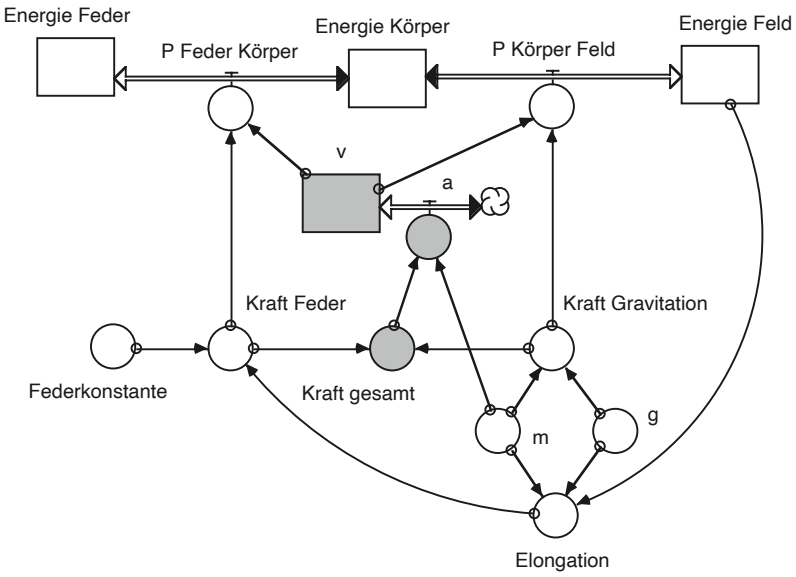
15 Eine kritische Diskussion der Substanz-Vorstellung von Energie findet sich in Duit (1986).

Energiefluß-Modell mit einem Kraft-Beschleunigungs-Modell. Die Energie_Körper kann dann auch direkt als Funktionen aus der Geschwindigkeit und der Dehnung berechnet werden. Es stellt sich dann die Frage, warum man nicht gleich mit Auslenkung und Geschwindigkeit als Zustandsgrößen arbeitet. Daß im Modell mehr Zustandsgrößen auftreten als für seine Dynamik notwendig ist, zeigt sich auch darin, daß nur zwei von vier Anfangswerten frei wählbar sind. Der Startwert für die kinetische Energie_Körper hängt unmittelbar mit dem Startwert von v zusammen. Ebenso sind Energie_ Feld und Energie_Feder über die Elongation miteinander verknüpft.

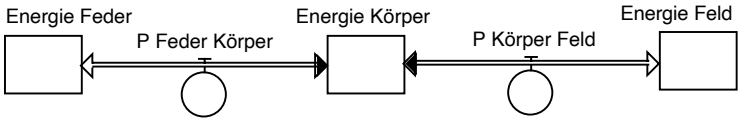
Die Energien sind für die Bilanzierung des Vorgangs hilfreich, sie *beschreiben* den Vorgang, tragen jedoch keine *Dynamik* in sich. Reine Energiefluß-Modelle ohne eine unterliegende Newtonsche Dynamik sind in der Mechanik nicht realisierbar.



13.1 Ergänzung der Energien zur Modellstruktur „Federpendel“.



13.3 Um ein zeitlich dynamisches Verhalten zu erhalten, muß die Geschwindigkeit v über die Gesamtkraft und die Beschleunigung berechnet werden.



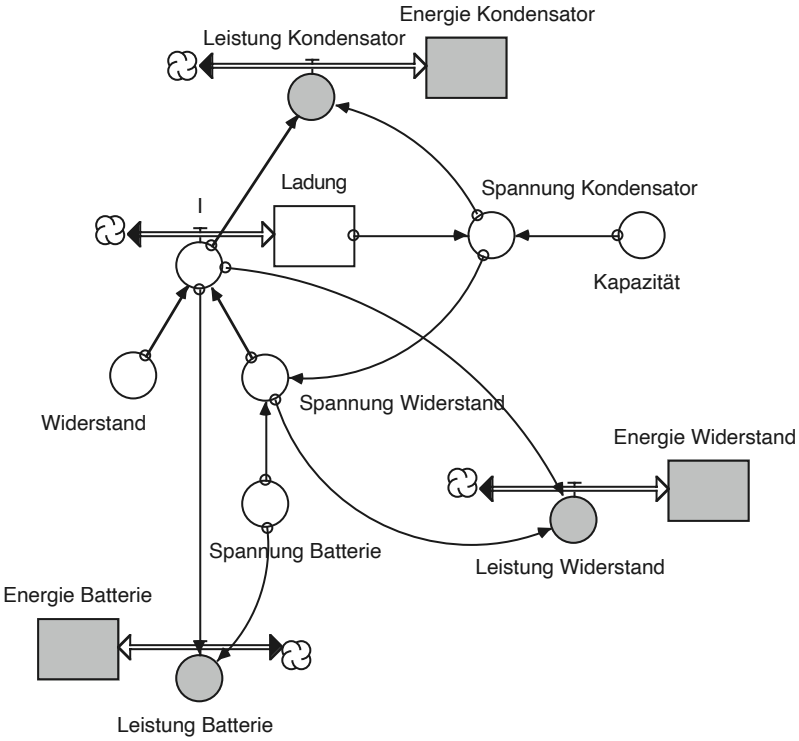
13.2 Energetischer Kern eines Federpendel-Modells mit Energien als Zustandsgrößen.

13.2 Energiemodelle beim elektrischen Stromkreis

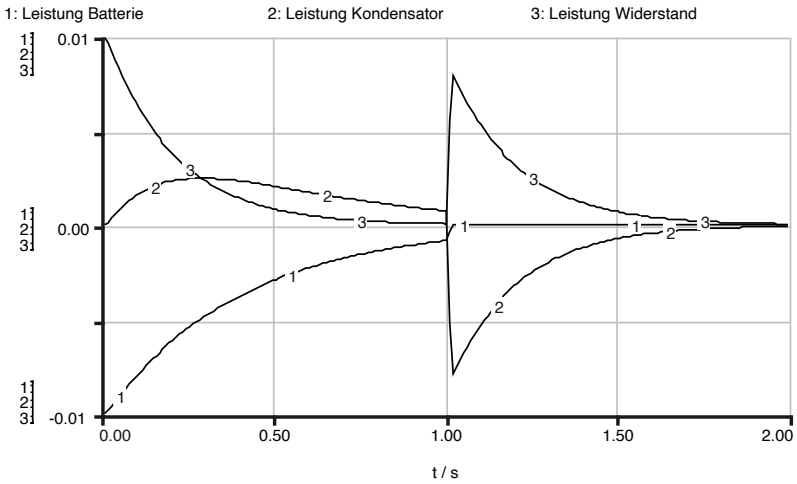
Für die Energie-Aspekte von Modellen zum elektrischen Stromkreis gelten prinzipiell die gleichen Aussagen wie zur Mechanik. Auch hier sind die Energieflüsse ohne Zuhilfenahme zusätzlicher Änderungsraten und Zustandsgrößen nicht modellierbar. Die eigentliche Dynamik wird über den Verlauf der *Stromstärke* bestimmt. Die Änderungsrate *Leistung* ergibt sich als Produkt aus Stromstärke und jeweiliger Teilspannung.

$$P_i = U_i \cdot I$$

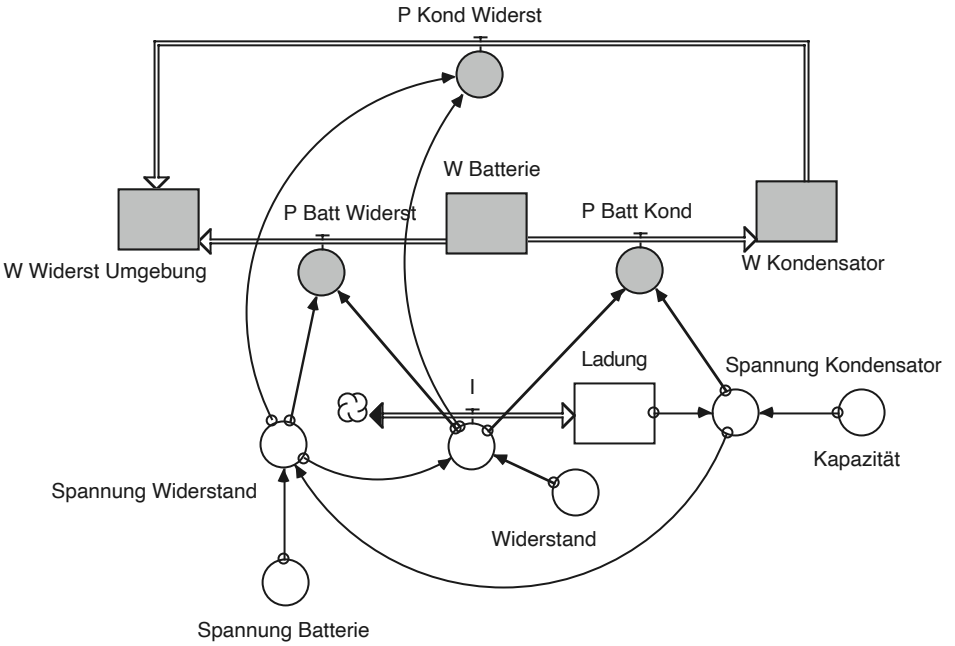
Am Beispiel Kondensatoraufladung (s. Abb. 13.4) kann man sehen, wie die relevanten Leistungen und Energien an die in Punkt 11.2 vorgestellte Modellstruktur angekoppelt werden können. Man erhält ein der Energiebetrachtung angemesseneres Modell, wenn die Flüsse zwischen den Energiereservoires herausgestellt werden. Die Richtung der Energieflüsse wird durch die ausnahmsweise ein-direktional modellierten Änderungsraten symbolisiert (Symbol ⃝). Darüberhinaus müssen die Bedingungen für die Flüsse angegeben werden. Ein Energiefluß vom Kondensator zum Widerstand erfolgt nur bei einer Kondensator*entladung*. Die IF-THEN-ELSE Bedingungen gehen davon aus, daß der Kondensator bei positiver Stromrichtung über die Batterie aufgeladen wird. Bei t=1s wird die Batterie abgeklemmt und die Schaltung auf Entladung des Kondensators geändert (s. Abb. 13.6). Auch bei dieser Modellstruktur ergibt sich die Dynamik der Energieflüsse nur mit Hilfe der Berechnung der Stromstärke. Anders ausgedrückt: Die Änderung der Energie-Zustandsgrößen hängt von der Stromstärke ab, aber die Energie-Zustandsgrößen haben keine Rückwirkung auf die Intensität der Ladungsänderung.



13.4 Modellergänzung zu den Energieaspekten bei der Kondensatorauf- und -entladung.

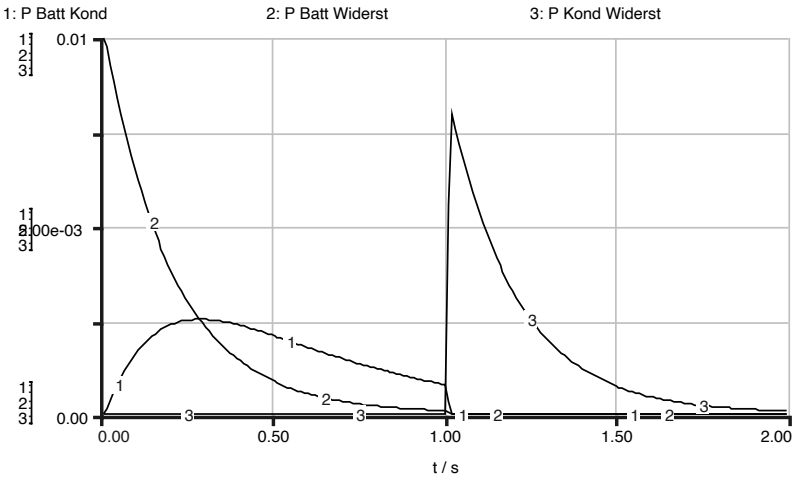


13.5 Leistungsverläufe bei Kondensatorauf- und entladung. Bei t=1s wird auf Entladung umgeschaltet.



13.6 Hervorhebung der Energieflüsse bei der Kondensatorauf- und -entladung.

```
Spannung_Batterie = IF TIME<1 THEN 10 {V} ELSE 0 {V}
P_Batt_Widerst = IF I>0 THEN I*Spannung_Widerstand ELSE 0
P_Batt_Kond = IF I>0 THEN I*Spannung_Kondensator ELSE 0
P_Kond_Widerst = IF I<0 THEN I*Spannung_Widerstand ELSE 0
```

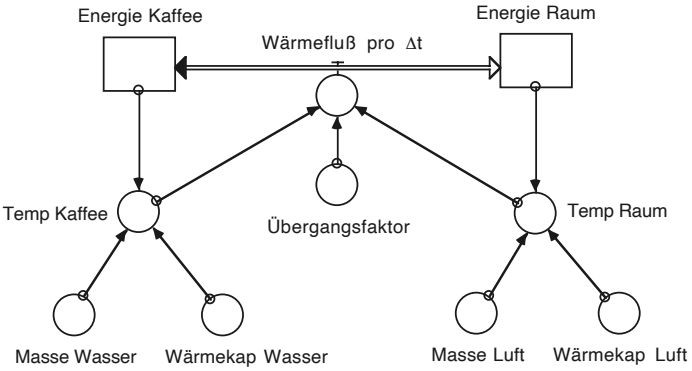


13.7 Energieflüsse zwischen Batterie und Kondensator, Batterie und Widerstand sowie Kondensator und Widerstand. Bei t=1s wird auf Entladung des Kondensators umgeschaltet.

13.3 Wärmeflüsse

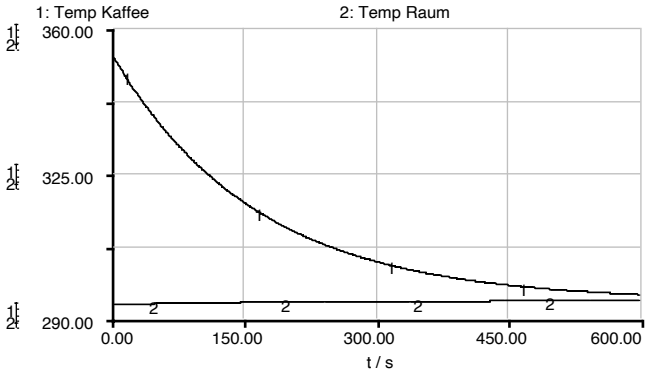
Bei anderen, nicht die Mechanik oder Elektrodynamik betreffenden, Energie-Phänomenen können aufschlußreiche Modelle entwickelt werden, deren Dynamik sich aus den Energie-Zustandsgrößen selbst ergibt. Dazu zählen insbesondere Wärmeflüsse (Abkühlungsvorgänge, Wärmeisolierung). Die Änderung der inneren Energie eines Körpers beim thermischen Kontakt mit einem anderen Körper ist nur von Größen abhängig, die sich aus der Energie der beiden Teilsysteme selbst ergeben. Durch die Kenntnis der Zustandsgrößen wird der Vorgang vollständig beschrieben. Eine externe Dynamik braucht nicht formuliert zu werden. Bei Modellen aus diesem Bereich kann — und muß — daher systemdynamisch ein konsequenter Energieansatz verfolgt werden.

Ein beliebtes Beispiel ist der Abkühlungsvorgang einer Tasse Kaffee: Wie verläuft die Temperaturkurve einer Tasse Kaffee, die man im Raum stehen läßt? Das Modell beruht auf der Annahme, daß der Wärmefluß zwischen den Teilsystemen proportional zur Temperaturdifferenz ist. Wenn keine Änderung des Aggregatszustands erfolgt, kann die Temperatur aus der Energie des jeweiligen Körpers berechnet werden (streng genommen gilt das nur für die Temperatur*änderung* aus der Energie*änderung*). Die Temperaturdifferenz bewirkt den „Antrieb“ des dynamischen Systems.



13.8 Modell zum Wärmefluß zwischen zwei Körpern.

Der Simulationslauf erfolgt unter der unrealistischen Annahme, daß das Luftvolumen perfekt gegen die Umgebung isoliert ist, d.h. nur mit dem Kaffee in thermischem Kontakt steht, und vollkommen durchmischt. Die Lufttemperatur erhöht sich unter diesen Annahmen um ca. 1K. Der Wärmefluß wurde durch einen unrealistisch hohen Wert des Übergangsfaktors (=5) beschleunigt. Eine bessere Abstimmung zwischen Modell und Realexperiment ergibt sich, wenn man den Temperaturverlauf eines Festkörpers in einem Wasserbad untersucht. Der Übergangsfaktor muß dann differenzierter angegeben werden (Oberfläche, Wärmeübergangskoeffizient usw.).



13.9 Modellvorhersage (m_{Wasser}=200g; Raumvolumen 4·4·2,5m^3).

13.4 Modellgleichungen

Energien bei der Kondensatorladung

Ladung(t) = Ladung(t - dt) + (I) * dt
INIT Ladung = 0 {V} * Kapazität
INFLOWS:
I = Spannung_Widerstand/Widerstand

W_Batterie(t) = W_Batterie(t - dt) + (- P_Batt_Widerst - P_Batt_Kond) * dt
INIT W_Batterie = 0
OUTFLOWS:
P_Batt_Widerst = IF I>0 THEN I*Spannung_Widerstand ELSE 0
P_Batt_Kond = IF I>0 THEN I*Spannung_Kondensator ELSE 0

W_Kondensator(t) = W_Kondensator(t - dt) + (P_Batt_Kond - P_Kond_Widerst) * dt
INIT W_Kondensator = 0
INFLOWS:
P_Batt_Kond = IF I>0 THEN I*Spannung_Kondensator ELSE 0
OUTFLOWS:
P_Kond_Widerst = IF I<0 THEN I*Spannung_Widerstand ELSE 0

W_Widerst_Umgebung(t) = W_Widerst_Umgebung(t - dt)
+ (P_Batt_Widerst + P_Kond_Widerst) * dt
INIT W_Widerst_Umgebung = 0
INFLOWS:
P_Batt_Widerst = IF I>0 THEN I*Spannung_Widerstand ELSE 0
P_Kond_Widerst = IF I<0 THEN I*Spannung_Widerstand ELSE 0

Kapazität = 40E-6
Spannung_Batterie = IF TIME<1 THEN 10 {V} ELSE 0 {V}
Spannung_Kondensator = Ladung/Kapazität
Spannung_Widerstand = Spannung_Batterie-Spannung_Kondensator
Widerstand = 10000 {Ω}

$T_{Start} = 0;\ T_{End} = 2;\ \Delta t = 0.01;$ Euler

Kaffee-Abkühlung

Energie_Kaffee(t) = Energie_Kaffee(t - dt) + (- Wärmefluß_pro_Δt) * dt
INIT Energie_Kaffee = Masse_Wasser*Wärmekap_Wasser*(273+80)
{80 °C Anfangstemperatur}
OUTFLOWS:
Wärmefluß_pro_Δt = Übergangsfaktor*(Temp_Kaffee-Temp_Raum)

Energie_Raum(t) = Energie_Raum(t - dt) + (Wärmefluß_pro_Δt) * dt
INIT Energie_Raum = Masse_Luft*Wärmekap_Luft*(273+20)
{20°C Anfangstemperatur}
INFLOWS:
Wärmefluß_pro_Δt = Übergangsfaktor*(Temp_Kaffee-Temp_Raum)

Masse_Luft = 4*4*2.5*1.3 {kg}
Masse_Wasser = 0.2 {kg}
Temp_Kaffee = Energie_Kaffee/(Masse_Wasser*Wärmekap_Wasser) {Kelvin}
Temp_Raum = Energie_Raum/(Masse_Luft*Wärmekap_Luft) {Kelvin}
Übergangsfaktor = 5
Wärmekap_Luft = 1000 {cp; {J/(kg *K)}
Wärmekap_Wasser = 4180 {J/(kg*K)}

$T_{Start} = 0;\ T_{End} = 600;\ \Delta t = 1;$ Euler

Federpendel

Energie_Feder(t) = Energie_Feder(t - dt) + (P_Feder_Körper) * dt
INIT Energie_Feder = 0.5*Federkonstante*Elongation^2
INFLOWS:
P_Feder_Körper = -Kraft_Feder*v

Energie_Feld(t) = Energie_Feld(t - dt) + (P_Körper_Feld) * dt
INIT Energie_Feld = 0
INFLOWS:
P_Körper_Feld = -Kraft_Gravitation*v

Energie_Körper(t) = Energie_Körper(t - dt) + (- P_Feder_Körper - P_Körper_Feld) * dt
INIT Energie_Körper = 0.5*m*INIT(v)^2
OUTFLOWS:
P_Feder_Körper = -Kraft_Feder*v
P_Körper_Feld = -Kraft_Gravitation*v

v(t) = v(t - dt) + (a) * dt
INIT v = 0
INFLOWS:
a = Kraft_gesamt/m

Elongation = -Energie_Feld/(m*g)
Federkonstante = 10
g = 9.81
Kraft_Feder = Federkonstante*Elongation
Kraft_gesamt = Kraft_Feder+Kraft_Gravitation
Kraft_Gravitation = -m*g
m = 1

$T_{Start} = 0$; $T_{End} = 2$; $\Delta t = 0.02$; Runge-Kutta-4

Teil III

Die Forschung

14. Modellbildungssysteme im Unterricht — Forschungsstand

15. Computergestützte Modellbildung in der Mechanik — Eine Unterrichts-Fallstudie

16. Modellbildungssysteme im Physikunterricht — Ergebnisse von Langzeitstudien

14. Modellbildungssysteme im Unterricht — Forschungsstand

Die Wirkungen des Einsatzes grafikorientierter Modellbildungssysteme auf Lehr- und Lernprozesse sind ein aktuelles Thema internationaler Forschung. Es liegen bisher jedoch nur wenige wissenschaftliche Untersuchungen vor, aus denen hier eine exemplarische Auswahl getroffen wurde. Für die Beschreibung des Erkenntnisstandes werden neben der Physik Untersuchungen aus anderen Fächern herangezogen.

Vorliegende Studien zu den Wirkungen des Einsatzes von Modellbildungssystemen auf Unterrichts- und Lernprozesse beschäftigen sich mit folgenden Gesichtspunkten:

- Beiträge zur Veränderung der Inhalte und Methoden des Fachunterrichts (Fachdidaktik)
- Förderung der Fähigkeit zur Strukturierung fachlicher Zusammenhänge (fachliches Problemlösen)
- Beiträge zum Verständnis systemtheoretischer Beschreibungsweisen dynamischer Prozesse (Systemdynamik)
- Förderung des Verständnisses von Modellbildungsprozessen (Modelldenken)
- Förderung der Fähigkeit zum vernetzten Denken (Systemdenken).

Es handelt sich bisher meist um *punktuelle* Untersuchungen, teilweise in Laborsituationen. Andere Studien haben den Charakter von Erfahrungsberichten über Unterricht. Es mangelt an Studien auf der Basis langfristiger Unterrichtsverläufe mit didaktisch ausformulierter Konzeption. Dies kann wenig verwundern, da praxisrelevante Feldstudien einen Unterricht voraussetzen, dem eine ausgearbeitete didaktischen Konzeption zugrundeliegt. Diese Voraussetzungen sind angesichts einer mangelnden Umsetzung in der Praxis des Computereinsatzes in den Schulen jedoch kaum gegeben (vgl. Kühnelt 1994).

Neben den in diesem Kapitel exemplarisch vorgestellten Arbeiten gibt es eine Reihe weiterer Untersuchungen über Erfahrungen mit dem Einsatz von Modellbildungssystemen im naturwissenschaftlichen Unterricht (z.B. Kokavecz 1992, Riley 1990, Ossimitz 1991). Ergebnisse eigener Arbeiten des Verfassers werden im nächsten Kapitel zusammengefaßt.

14.1 Fachliches Problemlösen und Systemdynamik

Eine Studie von Zuman und Weaver (Zuman 1988) beschäftigt sich mit der Frage, ob Modellbildungswerkzeuge Schülern dabei helfen, Themenstellungen zu erschließen, die ihnen ohne Computer wegen des höheren Aufwandes an Mathematik sonst nicht zugänglich wären.

In einer ersten Teilstudie wurden 15 Schüler des 9. und 10. Schuljahres in einem vierwöchigen Sommerkurs beobachtet, die täglich 3 Stunden in Zweier- oder Dreiergruppen mit dem Modellbildungssystem STELLA arbeiteten. Die Themen betrafen vor allem exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse und die damit verbundene Unterscheidung von Zustand (*level*) und Veränderung (*rate*). So wurden z.B. der Wasserstand mit Zu- und Abfluß in verschiedenen Behältern und Röhren, die Veränderung eines Kontostandes durch Verzinsung, das Bevölkerungswachstum,

Temperaturänderungen und die Auf- und Entladung eines Kondensators bearbeitet. Die Evaluation erfolgte einerseits durch Beobachtung und andererseits durch Vor- und Nachtests.

Aus der qualitativen Beobachtung ziehen die Autoren den Schluß, daß die Schüler sowohl ein zunehmendes Verständnis von Zustand und Veränderung entwickelten, als auch in zunehmendem Maße die Ähnlichkeit der in den verschiedenen Beispielen auftretenden Strukturen erkannten. Sie hatten jedoch bei einzelnen Beispielen (z.B. Abkühlungskurven) durchaus Schwierigkeiten, *selbständig* ein Modell mit STELLA zu entwickeln. Die Testergebnisse zeigten im Bereich der Testaufgaben über exponentielle Wachstum- und Zerfallsprozesse einen mittleren Lernzuwachs von 37% vom Vor- zum Nachtest. Ferner wurde ein gewisser Transfereffekt bei solchen Items beobachtet, die nicht Gegenstand des vierwöchigen Kurses waren und die sich mit der Interpretation von Graphen beschäftigten.

In einer zweiten Teilstudie wurden Lernwirkungen in fünfwöchigen Kursen in zwei 8. Schulklassen untersucht, in denen ebenfalls STELLA bei der Gruppenarbeit verwendet wurde. Das Modellbildungswerkzeug wurde an folgenden Beispielen eingesetzt:

- Vorhersage und Überprüfung von Weg-Zeit-Kurven zu vorgegebenen Geschwindigkeits-Zeit-Kurven,
- Wasserstand und Fließgeschwindigkeiten in verschiedenen Anordnungen,
- Veränderung eines Kontostandes durch Verzinsung.

Am Ende des Unterrichts erhielten die Schüler einen speziellen Test, in dem u.a. eine Transferaufgabe über Bevölkerungswachstum enthalten war. Alle Schüler erkannten die Ähnlichkeit der Struktur dieses Problems zu den vorher behandelten Themen und waren fähig, eine Lösung zu entwerfen.

14.2 Fachinhalte und fachliches Problemlösen

Hassell (1987) gelangt in einer Untersuchung zur systemdynamischen Modellbildung im Fach Geographie mit Schülern der Sekundarstufe II zu sehr positiven Ergebnissen. Dies gilt sowohl für das Verständnis von systemdynamischen Konzepten wie besonders auch für das Verständnis der behandelten Fachthemen Wasserkreislauf, Immigration und Emigration. Die Schüler brachten aus der Mittelstufe und vorhergehendem Oberstufenunterricht Vorerfahrungen mit systemdynamischen Beschreibungen ein (ohne Computereinsatz). Auf dieser Grundlage wurde die Notation des Modellbildungssystems (STELLA) schnell verstanden und bei der Entwicklung komplexer Modelle umgesetzt. Rückkopplungsschleifen wurden eigenständig erarbeitet. Die Schüler stellten die Zusammenhänge zwischen Modell und Realphänomen her und konnten die Modellannahmen kritisch hinterfragen. Die Schüler bewerteten die interaktive Arbeit am Modelldiagramm mit dem Computer im Vergleich zu Papier und Bleistift als wesentliche Hilfe beim Verständnis der fachlichen Zusammenhänge. In nachfolgenden Unterrichtseinheiten waren sie zu Transferleistungen auf andere Phänomene in der Lage. Hassel nennt als Rahmenbedingungen für den Erfolg des Unterrichts die Vorerfahrungen mit Systembeschreibungen und die hohe Altersstufe.

Webb (1988) ermittelte, daß die grafische Modellkonstruktion bereits für jüngere Schüler (Sek. I) eine geeignete Form ist, ihre Vorstellungen über die bei der Entwicklung von Epidemien (Masern, AIDS) relevanten Faktoren zu formulieren. Schwieriger waren die Kategorisierung der Größenarten (Rate, Zustand) und der nachfolgende Schritt der Quantifizierung der Modellbeziehungen.

Zu deutlich anderen Ergebnissen kommt eine Arbeitsgruppe um Bob Tinker (Tinker 1990), die sich empirisch mit systemdynamischer Modellbildung im Bereich der Mathematik befaßt hat. In Interviews mit Schülerpaaren wurde der Beitrag der Arbeit mit STELLA zum Verständnis grundlegender Konzepte der Differential- und Integralrechnung untersucht. Die Auswertung ergab

deutliche Probleme der Schüler bei der Herstellung des Zusammenhangs zwischen dem Simulationsdiagramm und der Ebene der (Differenzen-) Gleichungen. Nach Tinker trägt der Umgang mit STELLA nicht zum Erlernen der Analysis bei, sondern setzt deren Kenntnis vielmehr voraus. Eine konzeptuelle Hürde des systemdynamischen Ansatzes für das Lernen der Infinitesimalrechnung sei die Unterscheidung zwischen Änderungsraten und Zustandsgrößen, obwohl es sich mathematisch betrachtet bei beiden eigentlich nur um Funktionen handele, die ineinander übergeführt würden. An dem Beispiel der Studie zeigt sich, wie wichtig es ist, die Angemessenheit des systemdynamischen Ansatzes jeweils fach- und themenspezifisch zu überprüfen. In der Physik ist der von Tinker benannte Mangel „unnötige Unterscheidung zwischen Funktionen“ gerade ein Hilfsmittel zur Typisierung unterschiedlicher Größenarten (z.B. Änderungs-*Intensitäten* und *Ergebnisse* von Änderungsprozessen).

14.3 Modelldenken

Im *Tools for Exploratory Learning* Projekt (TEL; Bliss 1993a) wurden u.a. folgende Leitfrage verfolgt:

- Werden jüngere Schüler in ihrem Lernprozeß unterstützt, wenn sie die Konsequenzen ihrer mentalen Modelle, d.h. ihrer Annahmen über die Struktur des Phänomenbereichs, für das Verhalten des Systems per Software erkunden können, bzw. rückgemeldet erhalten?

Die Aktivität der Lerner beim Aufbau eines mentalen Modells wurde nach zwei Modi unterschieden:

- *explorativer Modus*: Der Lerner erkundet ein fertiges Modell, das von Experten in Form von Experimenten, Texten oder Computersimulationen präsentiert wird.
- *expressiver Modus*: Der Lerner expliziert sein mentales Modell, z.B. durch Formulierung von Hypothesen, Erwartungen, Erklärungen von Phänomenen oder indem er seine Annahmen mit Hilfe eines Modellbildungswerkzeugs qualitativ oder quantitativ formuliert und auf ihre Konsequenzen testet.

Benutzungsfreundliche Modellbildungssysteme unterstützen sowohl den explorativen Modus als auch den expressiven Modus. Mit STELLA kann der Lerner im expressiven Modus sein Modell über ein Phänomen entwickeln Es kann dem Lerner jedoch auch ein fertig formuliertes Modell präsentiert werden, das im explorativen Modus zu erkunden und gegebenenfalls zu modifizieren ist. Es ist daher sinnvoll, nicht zwischen expressiven und explorativen Tools sondern zwischen den Modi ihrer Benutzung zu unterscheiden.

Mit Hinblick auf das Alter der Zielgruppe des TEL-Projekts (11- bis 14-jährige Schüler) und unter kognitionspsychologischen Aspekten wurde halb-quantitativ arbeitenden Modellbildungs-Tools besondere Bedeutung zugemessen. Da STELLA als zu quantitativ erschien, wurde mit IQON ein neues halb-quantitatives Modellbildungsprogramm entwickelt (Miller 1989).

Bereits der Name *Interactive Quantities Omitting Numbers* (IQON) weist darauf hin, daß die Ebene des Simulationsdiagramms eine noch größere Bedeutung erhält als bei STELLA. Gleichungen, seien es Iterationsgleichungen oder Funktionen, treten für den Benutzer nicht mehr in Erscheinung; sie sind für den Benutzer nicht einmal mehr zugänglich. Alle Modellfestlegungen erfolgen allein auf der Ebene des grafischen Editors.

IQON liegt ein eigenständiges mathematisches Modell zugrunde, das sich von der Systemdynamik Forresters unterscheidet. Im Unterschied zu STELLA gibt es keine getrennten Strukturelemente für Bestands- und Einflußgrößen. Jede Variable kann direkt auf jede andere Systemvariable einwirken. Die Wirkung ist stets dynamisch, d.h. sie erfolgt in der Zeit. Eine Variable ist zugleich

eine Zustandsgröße und agiert als Komponente einer Änderungsrate. Im mathematischen Modell ist die Änderungsrate einer Variablen stets eine Funktion der Variablen selbst:

$$\frac{d}{dt} Variable = f(Variable)$$

Der Zusammenhang begrenzt die Änderungsrate in Abhängigkeit vom aktuellen Variablenwert. Dadurch wird verhindert, daß der Wert einer Zustandsgröße nach plus oder minus Unendlich explodiert. Exponentielle Wachstumskurven, wie z.B. bei einem einfachen Wachstumsmodell, lassen sich nicht realisieren.

Folgende Sachverhalte wurden von den Schülern mit IQON in den beiden Modi bearbeitet:

- Wie man schlank und körperlich fit bleibt.
- Wie man den Gewinn eines Einzelhandelsgeschäfts steigert.
- Wie man Verkehrsprobleme in Städten in den Griff bekommt.

Zu den 23 Interviews (jeweils 3 bis 4 Stunden innerhalb von 2 Wochen) gehörten eine Untersuchung des logischen Denkvermögens, eine Einführung in die Bedienung des Rechners und der Modellbildungssoftware, bis hin zur Erläuterung des Begriffs „Modell". Bei Aufgaben, die im *expressive mode* zu bearbeiten waren, wurden kurze Sacheinführungen gegeben. Die Schüler wurden in Vorinterviews zu ihren Kenntnissen und Vorstellungen in den Sachgebieten befragt. Die Interviews wurden auf Tonband mitgeschnitten. Schriftliche Notizen und Bildschirmausdrucke ergaben weiteres Material. Die Interviewverläufe wurden anhand eines formalisierten Analyseschemas ausgewertet. Es gab genaue Kriterien zur Quantifizierung der „Größe", „Vernetztheit" und des „Rückkopplungsgrades" der Modelle.

Zusammengefaßt ergaben sich folgende Ergebnisse (vgl. Bliss 1993, 9f):

- IQON erwies sich als geeignetes Werkzeug, um halb-quantitative Überlegungen (*reasoning*) zu unterstützen. Die halb-quantitative Herangehensweise (Je mehr/weniger, desto stärker/schwächer die Zunahme/Abnahme) schien dem Denken der Schüler nahezuliegen.
- Etwa der Hälfte der Schüler dieser Altersgruppe gelang die Interpretation und Konstruktion von Modellen mit beachtlicher Komplexität. Solche Schüler gingen vom Denken in Kausalketten über zu rückgekoppelten System-Zusammenhängen. Die anderen Schüler gelangten nur zu sehr einfachen Modellen. Es gelang jedoch allen Schülern im *expressive mode* ein — wenn auch simples — Modell selbst zu konstruieren.
- Die Schüler bevorzugten ein Denken in Kategorien von Objekten, Eigenschaften und Ereignissen, statt mit Variablen im Sinne kontinuierlich änderbarer Größen. Letzteres gelte insbesondere für zusammengesetzte Größen wie „Geschwindigkeit" oder „Dichte" (s. Bliss 1993b, 95).
- Bei geeigneten Fragestellungen gelang es den 11- bis 14-Jährigen, Zusammenhänge zwischen Modell und Realität herzustellen. Die Komplexität der selbsterstellten Modelle korrespondierte mit der Ausgefeiltheit der vom Schüler dazu geäußerten inhaltlichen Überlegungen. Einige Schüler konzentrieren sich jedoch auf das IQON-Modell als Phänomen an sich, ohne es zu interpretieren.
- Im *exploratory mode* betrachtete Modelle können wesentlich komplexer gestaltet sein, als Modelle, die von Schülern selbst konstruiert werden.
- Eigene Modellierungen im *expressive mode* gaben Schülern mehr Anreize, über die Grenzen und Schwächen von Modellen nachzudenken als die Aufgabe, vorgegebene Modelle zu reflektieren und zu überarbeiten. Die vorgenommenen Veränderungen an Modellen waren im *expressive mode* auch inhaltlich interessanter.

14.4 Modelldenken und Systemdenken

Eine umfangreiche Studie zur Förderung der Fähigkeit zur Bildung und Interpretation von Modellen und des systemischen Denkens wurde von Klieme und Maichle durchgeführt. (Klieme 1991, 1994). Als Fächer waren in der Hauptstudie die Biologie (Thema „Lebensgemeinschaft Wald“) und Wirtschaft (Wirtschaftskreislauf) beteiligt. Gearbeitet wurde mit dem Programm Modus.

In der ersten Phase (Klieme 1991) wurden Fragebögen entwickelt, um die Fähigkeiten zur Erfassung von Systemstrukturen und zum Systemdenken zu operationalisieren und empirisch überprüfbar zu machen. In diesen Bereichen besteht in der psychologischen Forschung ein Defizit (vgl. Klieme 1991, 21). Das Spektrum der Evaluation erstreckte sich von grundlegenden Voraussetzungen wie Sachrechnen und Graphenverständnis über Fragen zum instrumentellen Umgang mit der Software bis hin zur Modellinterpretation und -konstruktion und systemischem Denken. Systemisches Denken wurde z.B. daran gemessen, ob die Schüler die Auswirkungen bestimmter Eingriffe in ein konkretes System qualitativ vorhersagen konnten und dabei Eingriffe erkennen konnten, deren Wirkung aufgrund der Erzeugung entgegengesetzter Effekte gar nicht determiniert waren.

In einer schriftlichen Befragung wurde allen Schülern ein Modus-Modell zum Thema „Bevölkerungswachstum“ mit der Aufgabe vorgelegt, das Modell zu interpretieren, Vorhersagen über den Ausgang von Simulationsläufen zu geben und das Modell unter einem bestimmten Aspekt zu erweitern. In einer anderen Aufgabe sollen die Schüler ein verbal vorgegebenes „Kontostand“-Modell in der Symbolik von Modus auf Papier skizzieren. Inhaltsspezifisch bestand kein Bezug zu den vorhergehenden Unterrichtseinheiten in den einzelnen Fächern. Die Bearbeitung der Aufgaben verlangte sowohl allgemeines Systemdenken, als auch Vertrautheit mit der Modus-Repräsentation dynamischer Zusammenhänge. Für einen Teil der Interpretationsaufgaben beim Populations-Modell reichte allerdings das Alltagsverständnis über den Zusammenhang zwischen Geburtenrate und Bevölkerungswachstum aus, ohne sich in die Modus-Symbolik vertiefen zu müssen.

Das Fazit zur Aufgabe der Skizzierung eines „Kontostand“-Modells lautet:

> *Man kann davon ausgehen, daß von jenen Schülern, die überhaupt eine Skizze des Modells vorlegen, etwa jeder zweite die Grundkonzepte des Modellierens von Systemzusammenhängen kennt; deren semantisch und syntaktisch korrekte Anwendung ist jedoch mit erheblichen Problemen verbunden. Da es eher unwahrscheinlich ist, daß bei den Nicht-Antwortenden ein höherer Kenntnisstand vorliegt, hat insgesamt wohl nur jeder vierte Schüler im Rahmen dieser Unterrichtseinheit Grundkenntnisse in der Modellbildung und -interpretation erworben.* (Klieme 1991, 65)

Nur einem einzigen Schüler gelang ein vollständig korrektes Modell. Im Vergleich von Vor- und Nachtest kommen die Autoren zu dem Fazit, daß sich Lernerfolge im Bereich Modellbildung und Modellinterpretation vor allem dann erzielen ließen, wenn bei den Schülern bereits ein gewisses Interesse am Computer vorhanden sei und wenn darüberhinaus im Unterricht ausreichend Möglichkeiten gegeben seien, konkret mit Modus zu arbeiten. Nur dann sei auch damit zu rechnen, daß die Schüler die neuen Lerninhalte als Bereicherung empfinden (vgl. Klieme 1991, 80).

Wesentlicher Kritikpunkt an der Anlage der Untersuchung ist die mangelnde didaktisch-methodische Fundierung der Unterrichtseinheiten. Die Themenhefte breiteten zwar die fachlichen Zusammenhänge aus und erläutern die Modelle, gingen jedoch kaum auf die Frage ein, wie im Unterricht damit umzugehen sei. Die Autoren der Studie merken an:

> *Der Unterrichtserfolg (hängt) (...) wesentlich von den spezifischen Lernbedingungen einer Klasse ab, d.h. von der Lernorganisation, der didaktisch-methodischen Konzeption*

> *wie auch dem Verhalten des Lehrers, den sozialen Prozessen in der Klasse usw. Bei einem künftigen Einsatz des Programms und der Unterrichtseinheiten muß daher vor allem die didaktisch-methodische Gestaltung des Unterrichts präziser geplant und der konkreten Durchführung mehr Aufmerksamkeit gewidmet werden.* (Klieme 1991, 71)

In die Auswertung der Hauptstudie (Klieme 1994) waren 11 Klassen der Jahrgangsstufen 9 und 10 mit durchschnittlich 16 Unterrichtsstunden einbezogen. In der Rangfolge der Unterrichtsziele der Lehrerinnen und Lehrer stand die Vermittlung systemischen Denkens und Handelns vor „entdeckendem Lernen" und Kooperationsfähigkeit an erster Stelle. „Fachbezogenes Wissen" folgte erst mit einigem Abstand. Die Evaluation ergab, daß die Vermittlung fachbezogenen Wissens den größten Unterrichtserfolg hatte, während systemisches Denken deutlich hinter den Wünschen zurückblieb. Dagegen konnte die Fähigkeit zur Modellbildung durch die Arbeit mit MODUS stärker gefördert werden. Ein Zusammenhang zwischen der Fähigkeit zum Umgang mit MODUS-Modellen und Fachkenntnissen im Nachtest wurde nachgewiesen — ohne daß sich daraus ein Kausalzusammenhang ableiten ließe.

Der *Transfer* von den fachspezifischen Problemstellungen des Unterrichts auf lebensweltliche Problemstellungen gelang dann, wenn es um die Interpretation und Konstruktion von formalisierten Modellen ging, also um die „Modellbildungs-Kompetenz", die als Teil-Komponente des systemischen Denkens verstanden werden kann. Kein Transfer war jedoch festzustellen auf „systemisches Denken" im Sinne der Fähigkeit, komplexe Ursache-Wirkungs-Gefüge aus unterschiedlichen Perspektiven zu betrachten, diese Perspektiven zu vernetzen sowie die Wirkung von Systemeingriffen abzuschätzen.

Die Autoren ziehen aus ihren Resultaten folgendes Fazit:

> *„Systemisches Denken" ist keine inhaltsübergreifende Fähigkeit. Die Dynamik von MODUS-Modellen zu verstehen, ist etwas anderes, als Wirkungen in verbal beschriebenen Systemen vorherzusagen.* (Klieme 1994, 76f.)

14.5 Zusammenfassung

Aus den referierten Untersuchungen ergibt sich folgendes Bild:

- Grafikorientierte Modellbildungssysteme sind für Schüler ab der Sekundarstufe I ein geeignetes Hilfsmittel, um komplexe Sachverhalte qualitativ in ihrem Wirkungsgefüge zu beschreiben.
- Jüngeren Schülern fällt der Übergang von der grafischen Modellebene zur Gleichungsebene bzw. das Verständnis des Zusammenhangs zwischen dem Simulationsdiagramm und seiner mathematischen Entsprechung schwer. Dazu tritt ein nicht genügend entwickeltes Variablenkonzept.
- Grundlegende systemdynamische Konzepte wie Wirkung, Einfluß oder Rückkopplung werden schnell gebildet, während die explizite Unterscheidung zwischen Raten- und Zustandsgrößen schwieriger ist.
- Die Arbeit an eigenen Modellen hilft Schülern beim Verständnis der dadurch beschriebenen fachlichen Zusammenhänge.
- Die Bedingungen des Transfers von Modellbildungskompetenzen, die Schüler in einem bestimmten Themenbereich gewonnen haben, auf andere Sachgebiete des Faches oder lebensweltliche Themenstellungen sind weiter zu klären.
- Es ist eine offene Frage, ob „systemisches Denken" als eine themenübergreifende Fähigkeit mit Hilfe von Modellbildungssystemen erworben bzw. weiterentwickelt werden kann.

Der Schwerpunkt vorliegender Untersuchungen liegt zumeist auf übergreifenden systemdynamischen Aspekten. Computergestützte Modellbildungsumgebungen werden als Werkzeuge verstanden, mit deren Hilfe der Schüler Erfahrungen und Kenntnisse mit dem Modellbildungsprozeß an sich gewinnen kann. Am Beispiel komplexer Phänomene soll sein Denken sich von linearen Ursache-Wirkungs-Ketten hin zum Wahrnehmen von Wechselwirkungen in Systemen, zum vernetzten, „systemischen" Denken entwickeln. Konkrete Kompetenzen können z.B. das Erkennen von Strukturähnlichkeiten von Modellen aus verschiedenen Themenbereichen sein (z.B. Wachstumsformen) oder die kategoriale Unterscheidung zwischen den Strukturlementen Zustand und Rate (z.B. Zuman 1988).

Für den Einsatz strukturorientierter Modellbildungsprogramme mit grafischem Editor als Werkzeuge im Physikunterricht ist der Begründungszusammenhang anders anzulegen. Hier geht es primär um eine Unterstützung des Verständnisses grundlegender physikalischer Zusammenhänge und der Schüler-Eigentätigkeit. Die Behandlung komplexer Phänomene dient zur Vertiefung der physikalischen Begriffsbildung und zur Verbesserung der Phänomenauswahl. Eine damit einhergehende Förderung allgmeinen systemischen Denkens wäre erfreulich, ist aber kein ausdrückliches Ziel der didaktisch-methodischen Grundkonzeption (vgl. Kapitel 4 und 5).

Wenn man davon ausgeht, daß die Angemessenheit des systemdynamischen Ansatzes jeweils an fach- bzw. gegenstandsspezifischen Kriterien zu messen ist, sind Ergebnisse über allgemeine systemdynamische Lernfortschritte (Klieme 1991, 1994) und Erprobungen in anderen Fächern (Biologie: Webb 1988, Geographie: Hassell 1987, Mathematik: Tinker 1990) von begrenztem Wert für den Physikunterricht. Die Feststellung, daß der praktische Umgang mit grafisch gestalteten Modellbildungsumgebungen leicht erlernbar ist, sagt wenig darüber aus, wie sich ihr Einsatz auf den Unterricht im jeweilgen Fach und das inhaltliche Verständnis durch die Lerner auswirkt.

In den beiden folgenden Kapiteln werden Ergebnisse von Langzeituntersuchungen im Physikunterricht zusammengefaßt, die dazu beiträgen können, die genannten Defizite vorliegender Untersuchungen abzubauen.

15. Computergestützte Modellbildung in der Mechanik — Eine Unterrichts-Fallstudie

Der Bericht über grafikorienterter Modellbildung in einem Physik-Leistungskurs Mechanik *soll einen Einblick in konkrete Unterrichtspraxis geben. Der geschilderte Erprobungszeitraum erstreckte sich über fünf Monate, in denen* STELLA *regelmäßig im Klassenunterricht eingesetzt wurde. Gleichzeitig wird anhand der Beispiele schrittweise die Struktur von Modellen über Bewegungen und Kräfte verdeutlicht.*

Im Rahmen von Entwicklungs- und Forschungsprojekten der Universität Bremen werden seit 1989 Unterrichtsstudien zum Einsatz grafikorientierter Modellbildung im Physikunterricht der Oberstufe durchgeführt. Die vorliegende Unterrichtsstudie beschreibt daraus die klassische Mechanik im Kurshalbjahr 11.1. Die Lerngruppe bestand aus 13 Jungen und einem Mädchen. Im Leistungskurs wurden 6 Unterrichtsstunden pro Woche erteilt. Für den Unterricht stand nur 1 Rechner (Apple Macintosh Plus) mit Drucker und LCD-Projektionspanel zur Verfügung. Gruppenarbeit war wegen fehlender Ausstattung nicht möglich. Die materiellen Bedingungen waren zwar besser als im Durchschnitt der Physiksammlungen, aber durchaus noch realistisch. Der Fachlehrer war in einer dreistündigen Fortbildung in die Bedienung des Rechners und die Konzeption grafikorientierter Modellbildung eingeführt worden. Er wurde während der Durchführung von Wissenschaftlern der Universität beraten. Als Software kam STELLA zum Einsatz. Die Unterrichtsstudie basiert auf kontinuierlichen Hospitationen, Tonbandprotokollen und Berichten des Fachlehrers.

15.1 Themenüberblick

In der Mechanik läßt sich die Struktur des Newtonschen Begriffsnetzes zur Beschreibung von Bewegungen unter dem Einfluß von Kräften mit Hilfe eines grafisch orientierten Modellbildungssytems sehr anschaulich entwickeln und schrittweise verfeinern. In der Unterrichtsstudie geschah das anhand folgender Themen:

- Gleichförmige Bewegung: Wo holt ein Radfahrer einen vor ihm gestarteten, langsameren Radler ein? (1. Unterrichtswoche)
- Gleichmäßig beschleunigte Bewegung: Ein Fahrgast läuft einem anfahrenden Bus hinterher. Erreicht er den Bus? (3. Unterrichtswoche)
- Unabhängigkeitsprinzip: Ist eine waagerecht abgeworfene Kugel später am Boden als eine Kugel, die senkrecht fällt? (6. Unterrichtswoche)
- Schiefer Wurf: Welcher Abwurfwinkel ist beim Kugelstoßen optimal? (7. Unterrichtswoche)
- Kraft: Wie groß ist der Weg eines Autos bei einer Vollbremsung? (9. Unterrichtswoche)
- Bewegungen mit Reibungswiderstand (dynamisch): Welchen Verlauf nimmt die Geschwindigkeit eines Fallschirmspringers im freien Fall? (12. Unterrichtswoche)
- Was passiert mit einem Meteoriten, der in die Erdatmosphäre eintritt? (12. Unterrichtswoche)
- Arbeit bei variabler Kraft: Welche Arbeit ist bei der Dehnung eines Gummibandes zu verrichten? (13. Unterrichtswoche)

- Impuls: Wie kann man den Startvorgang einer Rakete beschreiben? Welchen Verlauf nimmt ihre Geschwindigkeit? (17. Unterrichtswoche)

Die Unterrichtseinheiten — Experimente, Begriffseinführungen, Modellbildung, Rechnungen — hatten einen Umfang von ca. 23 Unterrichtsstunden und deckten damit etwa 30% des Kursumfangs ab. In 13 Stunden davon wurde zumindest abschnittsweise unmittelbar mit dem Computer gearbeitet. Der Lehrer gestaltete die Erarbeitungsphasen möglichst offen und gab den Ideen und Lösungsansätzen von Schülern breiten Raum.

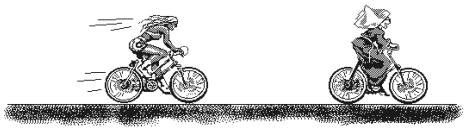
Für die Unterrichtsstudie sind 8 Beispiele ausgewählt, die den Bogen von einfachen kinematischen bis hin zu komplexen dynamischen Modellen spannen. Die gezeigten Modelle stammen ohne Änderungen an den Modellstrukturen direkt aus dem Unterricht. Lediglich ihre äußere Form ist zur vereinfachten Darstellung überarbeitet und in die STELLA II-Schreibweise übertragen worden. Teilweise wurden die Startwerte und Konstanten leicht korrigiert.

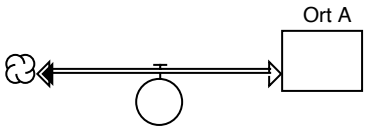
15.2 Radfahrer-Verfolgung

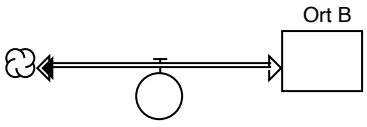
Einführungsbeispiel für die computergestützte Modellbildung waren Überlegungen zur Bewegung eines Radfahrers, der einen vor ihm gestarteten, langsameren Radler verfolgt. Das Beispiel diente zur Einführung der Modellbildungs-Strukturelemente *Zustandsgröße* und *Rate*. Das Modell veranschaulicht gleichzeitig die grundlegende kinematische Beziehung $v=\Delta s/\Delta t$.

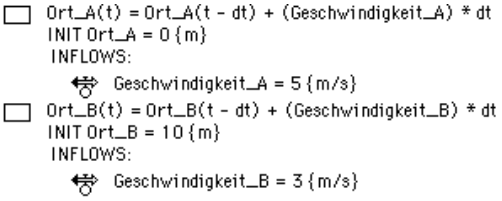
Vor der Modellierung waren auf dem Schulhof Orts-Zeit-Messungen an Radfahrern durchgeführt worden. Die Experimente dienten als Grundlage für die Erarbeitung des Begriffs der Durchschnittsgeschwindigkeit. Als Übergang zur numerischen Behandlung und zur Illustration des Eulerschen Verfahrens berechneten die Schüler tabellarisch die Orte zweier Radfahrer, die zum gleichen Zeitpunkt an unterschiedlichen Orten und mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten starten ($s_2=s_1+v\cdot\Delta t$).

Das anschließend entwickelte STELLA-Modell besteht in der zweimaligen Anwendung der kinematischen Kernstruktur, nach der sich die Zustandsgröße Ort unter dem Einfluß der Änderungsrate Geschwindigkeit zeitlich ändert. Der Lehrer erläuterte die Zustandsgröße-Rate-Symbolik für den Radfahrer A und zeigte, wie man bei Stella die entsprechenden Symbole auf dem Bildschirm plaziert und verknüpft. Er übertrug dann die Arbeit am Rechner an einen Schüler, der mit begrenzter Hilfestellung den Modellteil für Radfahrer B entsprechend im Simulationsdiagramm ergänzte.









15.1 Modell zur Radfahrer-Verfolgung.

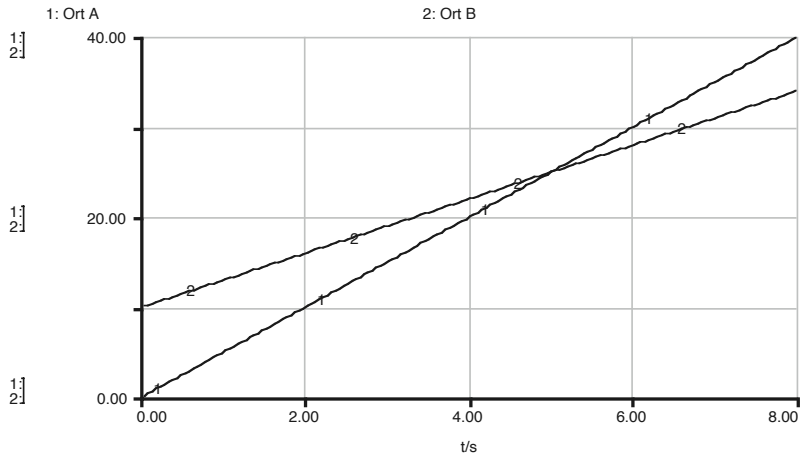
Das Prinzip, jeweils wechselnde Schüler mit der Arbeit am Rechner zu betrauen, zog sich durch den gesamten Kurs. Diese methodische Maßnahme verhindert zum einen, daß der Rechner als Barriere zwischen Lehrer und Lerngruppe steht und entlastet zudem den Unterrichtenden, der sich dann stärker dem Gespräch mit den Schülern widmen kann.

Nach Fertigstellung der grafischen Modellstruktur wird das Modell durch Eingabe von Startwerten für die Orte und Festlegung der Geschwindigkeiten quantifiziert. Das Gleichungsfenster wird geöffnet, und die Gleichungen, insbesondere die Iterationsgleichungen für die Geschwindigkeiten, werden besprochen. Der Lehrer erläutert, wie man Ergebnisdiagramme erstellt und skaliert. Probleme ergeben sich aus der automatischen Skalierung, bei der STELLA jeweils den kleinsten und größten Wert einer Variablen als Endpunkte der Hochachse wählt. Da es sich bei beiden Bewegungen im s(t)-Diagramm um Geraden handelt, kommen sie bei automatischer Skalierung zur Deckung. Erst nach einer Neuskalierung per Hand, bei der für A und B die gleiche Skalenteilung gewählt wird, ist im Diagramm deutlich, daß es sich um einen Überholvorgang handelt. Nachdem diese technischen Probleme geklärt sind, wird der Begegnungspunkt aus der Grafik abgelesen.

Der Schüler, der die Eingaben am Rechner vornahm, fand einen intuitiven Zugang zur Bedienung der Software, was sich darin ausdrückte, daß er eigenständig weitere Schritte bei der grafischen Modellformulierung für das zweite Fahrrad und bei der Skalierung unternahm. Die Auswahl von Strukturelementen mit der Maus und ihre Plazierung auf dem Bildschirm erforderte nur eine geringe Einarbeitungszeit.

Die Strukturelemente *Zustandsgröße* und *Rate* wurden vom Lehrer sinngemäß so erläutert: Die Geschwindigkeit regelt als Ventil wieviel Strecke pro Zeiteinheit hinzukommt. Es kann nicht erwartet werden, daß sich den Schülern bereits aus dem ersten Beispiel die grundsätzliche Bedeutung von ‘Bestandsgröße’ und ‘Rate’ erschließt.

Die erste Begegnung mit dem Modellbildungssystem hat nach nur ca. 25 Minuten zu einem konkreten, physikalisch diskutierbaren Ergebnis geführt. Eine theoretisch durchdrungene Einführung der Strukturelemente hätte wesentlich länger gedauert und die Schüler mit Informationen überfrachtet, die sie noch gar nicht in konkreten Fällen hätten aufarbeiten können. Eine Thematisierung der Modellbildung an sich und der Philosophie des verwendeten Systems sollte erst nach einigen Anwendungen erfolgen. Das iterative Rechenverfahren wurde hinsichtlich der Berechnungsmethode (z.B. Wahl geeigneter Schrittweiten) nicht problematisiert. Dies sollte erst bei Phänomenen erfolgen, deren Simulation diesbezüglich besondere Bedeutung erlangt (z.B. Schwingungsvorgänge).



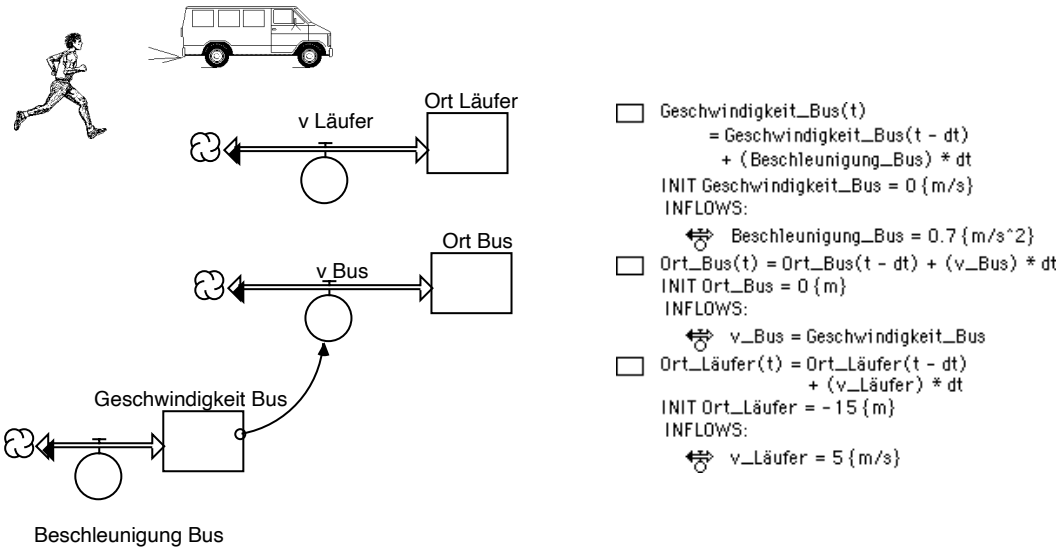
15.2 Simulationsergebnis Radfahrer-Verfolgung.

Natürlich kann man dieses einfache Problem ohne den Computer durch ein Gleichsetzungsverfahren eleganter und exakter lösen. Im Vordergrund stand in dieser Einführungsstunde weniger die Physik, als die Funktionsweise des Modellbildungssystems. Auf dessen Klärung bezog sich der überwiegende Teil der Gespräche. Nachdem der Lehrer das Modell grafisch formuliert hatte, wurde das Gleichungsfenster mit der Iterationsgleichung s:=s+v·dt ausgewertet (STELLA verwendet nicht die Δt-Schreibweise). Sie wurde von den 3 Schülern, die sich dazu äußerten, korrekt interpretiert. Die Analogie der Berechnungsschritte, die der Computer vornimmt, zu der von ihnen selbst am Unterrichtsbeginn verwendeten Strategie, schien den Schülern nahezuliegen.

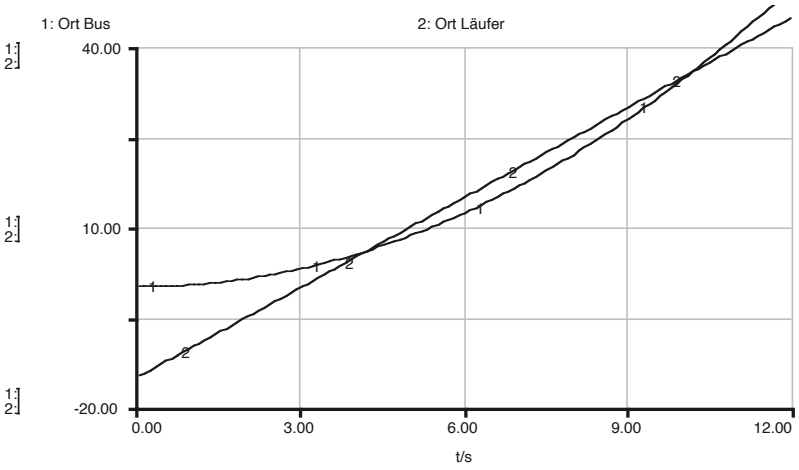
15.3 Anfahrender Bus

Im zweiten Beispiel rennt eine Person einem anfahrenden Bus hinterher. Während der potentielle Fahrgast mit konstanter Geschwindigkeit läuft und das entsprechende Teilmodell dem Fahrrad-Beispiel entspricht, wird beim Bus die Geschwindigkeit selbst zu einer Zustandsgröße, die sich unter dem Einfluß einer Rate Beschleunigung_Bus ändert.

Die Geschwindigkeit tritt also einmal als Rate und einmal als Zustandsgröße auf. Dies erscheint auf den ersten Blick verwirrend, ist jedoch keine Besonderheit systemdynamischer Modellbildung, sondern bei genauerer Betrachtung äquivalent zu den beiden erforderlichen Integrationsschritten, in denen die Geschwindigkeit ebenfalls in diesen zwei unterschiedlichen Bedeutungen auftritt. Da STELLA nicht den gleichen Namen für zwei unterschiedliche Modellelemente akzeptiert, werden die Größen mit Geschwindigkeit_Bus und v_Bus bezeichnet. Sie sind betragsmäßig gleich (s. dazu Punkt 2.3.3). Die Erarbeitung des Modells erfolgte im lehrerzentrierten Klassengespräch und dauerte eine Unterrichtsstunde (45 Minuten).



15.3 Modell zur gleichmäßig beschleunigten Bewegung.



15.4 Modellvorhersage: Der Läufer holt den Bus nach ca. 4s ein.

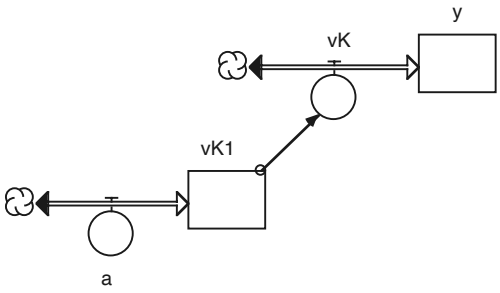
15.4 Unabhängigkeitsprinzip (waagerechter Wurf)

Eingeleitet wurde der Unterrichtsabschnitt mit Schülerexperimenten zum waagerechten Wurf (mit einem Kugel-Schußapparat). Aus der Wurfweite wurde die Startgeschwindigkeit der geworfenen Kugel berechnet. Es tauchte die Frage auf, ob eine aus gleicher Höhe senkrecht losgelassene Kugel zur gleichen Zeit auf den Boden trifft wie die geworfene. Die Schüler erhalten als Hausaufgabe, die grafische Repräsentation eines Modells zu skizzieren, das die Bewegung der geworfenen Kugel wiedergibt.

Beim waagerechten Wurf wird die aus den Einführungsbeispielen bekannte kinematische Grundstruktur wiederverwendet:

- die *Beschleunigung* ist die Änderungsrate der Geschwindigkeit. Sie ändert in einem Zeitintervall Δt den Wert der Zustandsgröße *Geschwindigkeit*.
- die *Geschwindigkeit* ist ihrerseits die Änderungsrate des Ortes. Sie ändert in einem Zeitintervall Δt den Wert der Zustandsgröße *Ort*.

Die meisten Schüler bearbeiteten die Hausaufgabe, wenn auch z.T. nur skizzenhaft. In der folgenden Stunde fordert der Lehrer Monika auf, ihren Vorschlag auf den Rechner zu übertragen. Monika gibt ihr Teilmodell für die Vertikalkomponente der geworfenen Kugel in ein Simulationsdiagramm ein. Auf dieser grafischen Ebene zeigt das Modell eine sinnvolle Struktur (s. Abb. 15.5). Die Schülerin schaltet nun auf die Gleichungsebene um und versucht folgende Gleichung einzugeben: vK=vK1·a (K1 bedeutet Kugel 1). Ein anderer Schüler unterbricht sie und besteht auf vK=vK1. Monika meint daraufhin, jetzt müsse die Gleichung vK1=vK·a bei der Zustandsgröße vK1 eingegeben werden. Es wird deutlich, daß Monika versucht, bekannte Lösungsgleichungen als



15.5 Monikas Vorschlag für die Vertikalkomponente der Bewegung.

Quantifizierung der grafischen Modellstruktur zu verwenden. Ihr ist noch nicht klar, daß man bei der systemdynamischen Modellbildung gerade ohne die Kenntnis spezieller Einzellösungen (wie $v=a \cdot t$ für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung) auskommt und lediglich auf die begrifflichen Grunddefinitionen zurückgreifen muß.

Der Lehrer läßt die Annahmen diskutieren. Mehrere Schüler verweisen darauf, daß bei vK1 nach dem *Startwert* der Geschwindigkeit gefragt werde, nicht nach einer *Gleichung*. Monika vervollständigt mit Hilfen durch andere Schüler ihr (Teil-) Modell bis hin zur Ausgabe einer y(t)-Grafik. Ihre Mitschüler geben starke Einhilfen, bis Monika ein Teilmodell zur y-Komponente der geworfenen Kugel formuliert hat. Für die Schülerin ist STELLA an dieser Stelle im Kursverlauf noch kein Werkzeug, sondern ein Problem an sich. Die Tatsache, daß statt des Lehrers 3 bis 4 Schüler die Hilfen geben, zeigt, daß dagegen andere Schüler sich bereits einen guten Zugang zur Modellbildung erarbeitet haben.

Das Teilmodell für die x-Komponente der geworfenen Kugel wird von einem weiteren Schüler eingegeben (Anfangsgeschwindigkeit 2,77 m/s). An der ausgegebenen x-y-Grafik wird ausführlich diskutiert, warum der Abstand der Punkte sich vergrößert. Nach einer Pause wird die Bewegung von Kugel 2 in das Modell einbezogen. Die Schüler schlagen vor, das Modell für K1 einfach noch einmal zu bauen. Der Lehrer vereinfacht die Eingaben, indem er die Strukturelemente des Teilmodells zu Kugel 1 kopiert und über die Zwischenablage einfügt. STELLA übernimmt dabei sowohl die Struktur als auch die Parameterwerte. Nach einer Anpassung an die Bedingungen der zweiten Kugel ($v_{x,Start}$=0 m/s, s_{xStart}=1 m) hat das Modell das Aussehen wie in Abbildung 15.6. Für vx2 wird Null eingesetzt. Die Bewegung der zweiten Kugel wird in einem x-y-Diagramm veranschaulicht.

Nach der Form der Flugbahn von Kugel 1 befragt, vermuten die Schüler eine Parabel. Fragendentwickelnd wird aus dem allgemeinen Ansatz $y=-const. \cdot x^2+1$ (Abwurfhöhe 1 m) unter Ablesen eines Wertepaares aus dem Computerdiagramm (x=1; y=0,37) die Konstante zu 0,63 bestimmt. Es folgt ein 25-minütiger Abschnitt mit der Erarbeitung der Parameterdarstellung der Wurfparabel. Als Ziel gibt der Lehrer vor, die Kurve durch „eine Formel ohne t“ zu beschreiben. Aus der am Ende gewonnenen Gleichung $y=-(1/2g/v^2) \cdot x^2+1$ wird der Faktor vor x^2 unter Einsetzen von v_{Start}= 2,77m/s zu 0,64 bestimmt. Die Schüler akzeptieren den Wert als gute Übereinstimmung (0,63 zu 0,64) zwischen der deduktiven Herleitung einer speziellen Gleichung und dem aus allgemeinen kinematischen Beziehungen aufgebauten Modell.

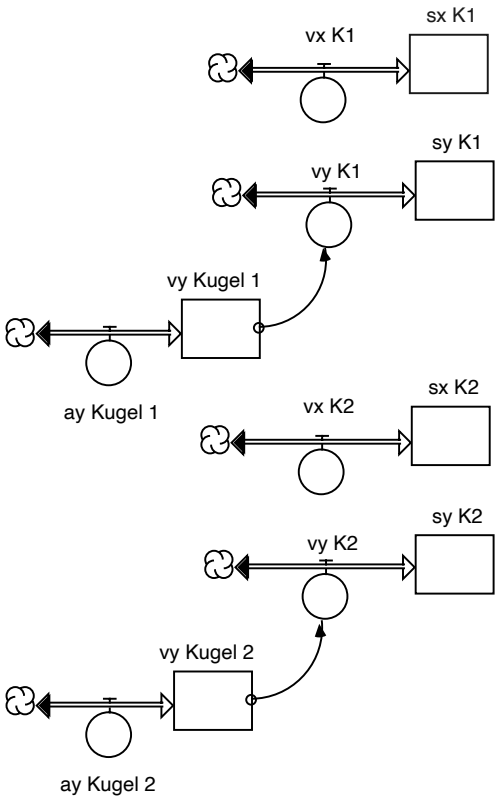
Das Simulationsdiagramm veranschaulicht, daß die beiden Teilmodelle für die x- und die y-Komponente völlig voneinander entkoppelt sind. Die Überlagerung der beiden Bewegungen ohne gegenseitige Störung bereitet Schülern im qualitativen Verständnis häufig Probleme.

Das Vorgehen zeigt, wie man aus einem STELLA-Diagramm Vermutungen über die funktionale Beschreibung eines Graphen ableiten kann, mit denen eine auf deduktivem Wege erarbeitete Bewegungsgleichung (hier: Wurfparabel) verglichen werden kann. Das Beispiel zeigt, wie numerische Verfahren und analytische Verfahren zur Herleitung funktionaler Beziehungen (mathematischer Modelle) zusammengeführt werden können. Allerdings sollte die gewählte Vorgehensweise deutlich als heuristische Methode gekennzeichnet werden, da Daten aus einem numerischen Modell — anders als Daten aus Realexperimenten — nicht als Beleg für eine analytisch gewonnene Beziehung dienen können.

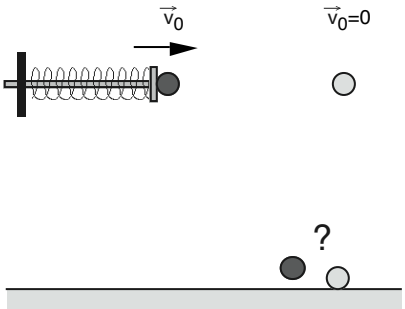
Durch den Unterrichtsgang wurden die Schüler recht schnell auf die Ebene der Gleichungen und der Mathematik verwiesen. Der Wert der grafischen Veranschaulichung der im mathematischen Modell zu berücksichtigenden *physikalischen* Größen und ihrer Beziehungen für ein begrifflich-qualitatives Verständnis hätte noch stärker genutzt werden können.

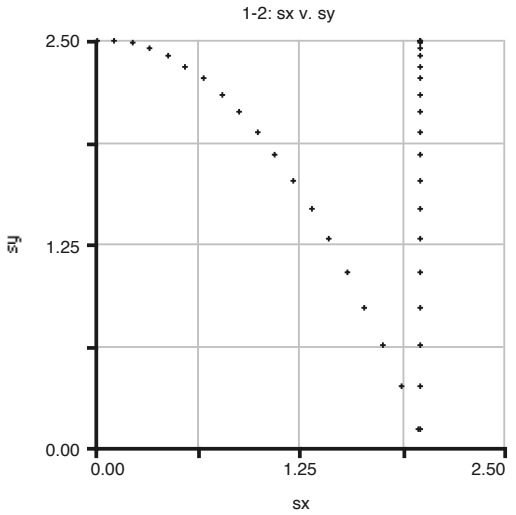
```
sx_K1(t) = sx_K1(t - dt) + (vx_K1) * dt
INIT sx_K1 = 0 {m}
INFLOWS:
   vx_K1 = 2.77 {m/s}
sx_K2(t) = sx_K2(t - dt) + (vx_K2) * dt
INIT sx_K2 = 2 {m}
INFLOWS:
   vx_K2 = 0 {m/s}
sy_K1(t) = sy_K1(t - dt) + (vy_K1) * dt
INIT sy_K1 = 2.5 {m}
INFLOWS:
   vy_K1 = vy_Kugel_1
sy_K2(t) = sy_K2(t - dt) + (vy_K2) * dt
INIT sy_K2 = 2.5 {m}
INFLOWS:
   vy_K2 = vy_Kugel_2
vy_Kugel_1(t) = vy_Kugel_1(t - dt)
                + (ay_Kugel_1) * dt
INIT vy_Kugel_1 = 0 {m/s}
INFLOWS:
   ay_Kugel_1 = -9.81 {m/s^2}
vy_Kugel_2(t) = vy_Kugel_2(t - dt)
                + (ay_Kugel_2) * dt
INIT vy_Kugel_2 = 0 {m/s}
INFLOWS:
   ay_Kugel_2 = -9.81 {m/s^2}
```

15.7 (oben rechts) Modell zum Unabhängigkeitsprinzip (waagerechter Wurf).



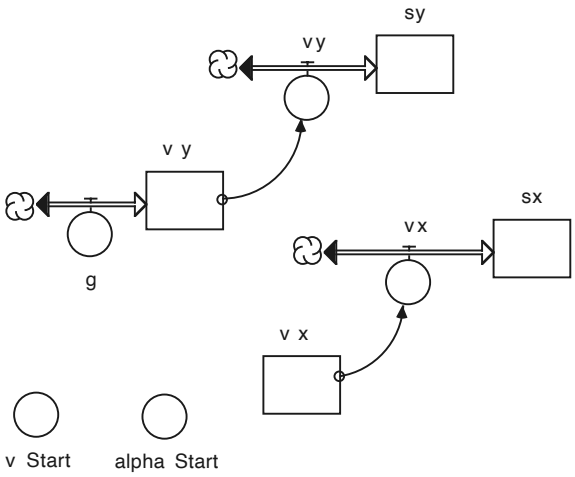
15.8 (unten rechts) Modellvorhersage für die geworfene und die frei fallende Kugel. (Dem Ergebnisdiagramm liegt ein im Vergleich zum Modell in Abb. 15.7 leicht abgewandeltes Modell zugrunde, bei dem eine Parametervariation für die Horizontalgeschwindigkeit und den Startwert von sx vorgenommen wird.)



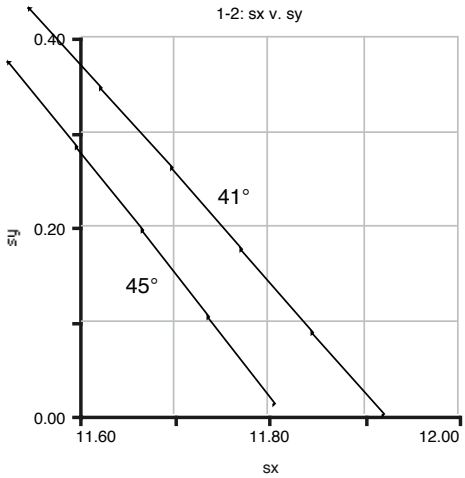


15.5 Kugelstoßen (schräger Wurf)

Eine weitere Anwendung fand das Modell zum Wurf auf das Kugelstoßen. Die Frage, ob α=45° *immer* der optimale Wurfwinkel ist, ergab sich aus der Besprechung einer Übungsaufgabe zur analytischen Lösung. Der Lehrer bot an, dies mit Hilfe von STELLA als Alternative zu weiteren Wurf-Experimenten zu untersuchen. Eine Schülergruppe zog sich daraufhin in den Nebenraum zurück und erweiterte in etwa einer halben Stunde das vorhandene Wurf-Modell auf die Einbeziehung des Abwurfwinkels. Die Gruppe stellte das Modell anschließend im Gesamtkurs vor. Dort wurden unter Variation von Abwurfwinkel und Abwurfhöhe verschiedene Wurfweiten simuliert. Abbildung 15.10 zeigt zwei Diagramme für eine Abwurfhöhe von 1,8m und v_Start=10m/s unter den Winkeln 45° und 41°. Die Wurfweiten unterscheiden sich zwar nicht dramatisch, es ist jedoch zu erkennen, daß bei einem flacherem Winkel größere Weiten erzielt werden. (Weitere Ausführungen zum Kugelstoß-Modell stehen unter Punkt 7.3.)



sx(t) = sx(t - dt) + (vx) * dt
INIT sx = 0 {m}
INFLOWS:
vx = v_x
sy(t) = sy(t - dt) + (vy) * dt
INIT sy = 1.8 {m}
INFLOWS:
vy = v_y
v_x(t) = v_x(t - dt)
INIT v_x = v_Start*COS(alpha_Start/180*PI)
v_y(t) = v_y(t - dt) + (g) * dt
INIT v_y = v_Start*SIN(alpha_Start/180*PI)
INFLOWS:
g = -9.81 {m/s^2}
alpha_Start = 44 {Grad}
v_Start = 10 {m/s}



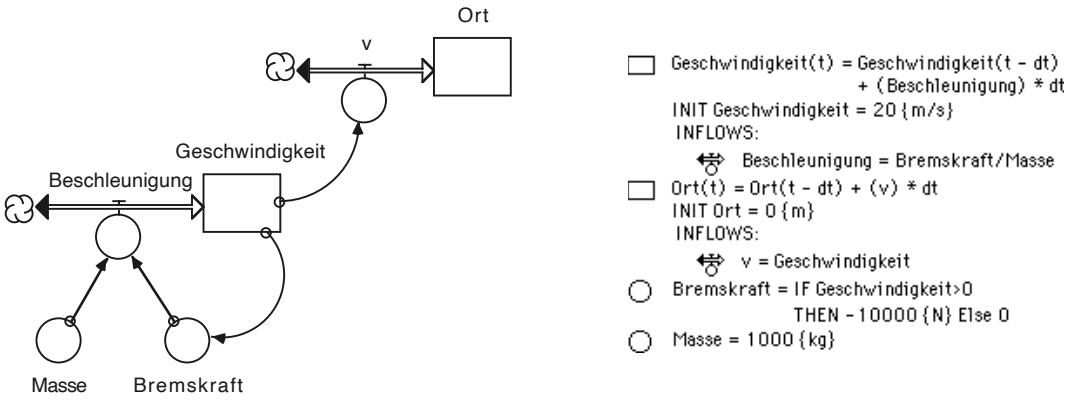
15.9 (oben u. Mitte) Modell zum schrägen Wurf

15.10 (rechts) Modellvorhersage für zwei unterschiedliche Abstoßwinkel beim Kugelstoß. (Man beachte die starke Spreizung der x-Achse.)

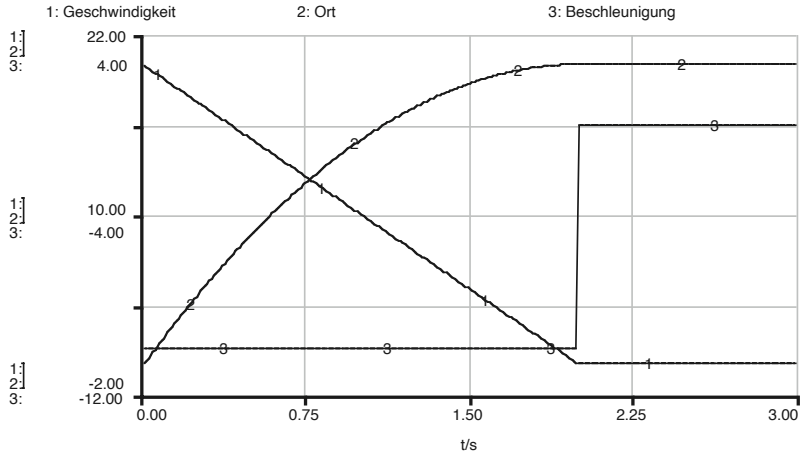
15.6 Vollbremsung

Nach dem Kugelstoßproblem kam im Kursverlauf mit dem Thema *Vollbremsung* das erste explizit unter Einbeziehung von *Kräften* behandelte Beispiel. Zunächst wurde die aus den vorhergehenden Beispielen vertraute kinematische Struktur a→Δv→v reproduziert. Der Übergang zur Dynamik erfolgte anhand der Frage: *Wovon hängt die Beschleunigung ab?* In dem Beispiel wird eine konstante Bremskraft angenommen. Als zweite Einflußgröße ist die Fahrzeugmasse zu berücksichtigen.

Das erste Modell zeigte im Simulationslauf, daß die Geschwindigkeit nach Erreichen von 0 m/s negativ wird und im Betrag wieder zunimmt, was technisch keinen Sinn macht. Es wurde besprochen, daß die Bremskraft den Wert Null beibehalten muß, wenn das Fahrzeug die Geschwindigkeit Null erreicht. Es besteht also eine Beziehung zwischen Geschwindigkeit und Bremskraft. Dafür wird im Modell ein Rückkopplungspfeil eingeführt und anschließend mit einer Abbruchbedingung quantifiziert. Das Modell liefert den Bremsweg. Die Reaktionszeit könnte berücksichtigt werden, indem man den Betrag der Bremskraft von einer weiteren Einflußgröße *Reaktionszeit* abhängig macht. Mit der Einführung einer Rückkopplung in das *Standardmodell* der Dynamik Kraft→ Beschleunigung→Geschwindigkeit→Ort hat die Modellstruktur einen Entwicklungsstand erreicht, der eine Beschreibung beliebiger Bewegungen mit abhängigen (Reibungs-) oder auch ortsabhängigen Kräften ermöglicht (z.B. Gravitationskräften).



15.11 (oben) Modell zur Vollbremsung.



15.12 (rechts) Simulationsergebnis.

15.7 Fallschirmspringen

Die Beschreibung der Bewegungen eines Fallschirmspringers und der eines Meteors, der in die Erdatmosphäre eintritt (s. Punkt 8.6), erweckten das größte Interesse der Schüler im hier vorgestellten Kurs und auch in anderen Erprobungen. Als Grund gaben die Schüler in einer Kurskritik an: „Weil man nicht vorher wußte, was rauskommt“. Nach dem Kugelstoß-Beispiel wurden erneut Phänomene untersucht, die im Unterricht ohne Computerunterstützung üblicherweise gar nicht — jedenfalls nicht quantitativ und mit konkreten Daten und Vorhersagen behandelt werden. Gleichzeitig wurde deutlich, welch komplexe Bewegungen mit dem strukturell einfachen Standardmodell beschreibbar sind.

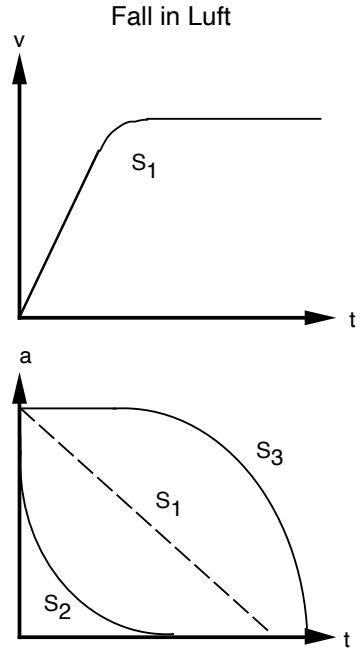
Der Unterrichtsabschnitt begann mit Experimenten zum Fall verschiedener Körper, bei deren Bewegung der Luftwiderstand nicht vernachlässigt werden kann (z.B. Papierhütchen). Ausführlich wurde diskutiert, welchen Einflüssen der fallende Körper unterliegt. Als das aus Automobiltests bekannte Stichwort *cw-Wert* fällt, stellt der Lehrer die Hausaufgabe, Näheres über den Luftwiderstandsbeiwert in Erfahrung zu bringen. Ein Schüler stößt im Physikbuch auf die Gleichung $F_v = 1/2 \cdot \rho \cdot c_w \cdot v^2$ und bringt sie in den Unterricht ein.

In einer anschließenden Klausur sollten die Schüler u.a. ein v(t)- und s(t)-Diagramm interpretieren, in dem Realdaten über den Fall eines Menschen aus 600m Höhe wiedergegeben sind (nach Pohl 1982 Bd.1, S. 56, Abb. 107). In der Nachbesprechung der Klausur äußerten die Schüler Interesse daran, das Phänomen genauer zu untersuchen. Das Modellbildungssystem erscheint dafür als ein geeignetes Instrument.

Auf die Frage des Lehrers nach qualitativen Vorhersagen über die Verläufe von Geschwindigkeit und Beschleunigung kommt schnell ein Vorschlag für v(t), der allgemeine Zustimmung findet (Sättigungskurve), während bei a(t) drei Vorschläge gemacht werden (s. Abb. 15.13 unten). Die größte Zustimmung findet ein Vorschlag mit zunächst konstant hoher Beschleunigung, bevor sich die steigende Geschwindigkeit wegen ihres quadratisch eingehenden Einflusses immer stärker auswirkt und die Fallbeschleunigung allmählich auf Null bringt.

Der Lehrer startet daraufhin das Modellbildungsprogramm und fragt, wer das Problem modellieren möchte. Hagen geht an den Rechner und entwirft mit Unterstützung durch 4 bis 5 Mitschüler das Modell in Abbildung 15.14. Der Lehrer greift lediglich an einer Stelle ein, als Hagen die Beschleunigung zunächst als Zustandsgröße einbringt. Im Modell setzt sich die beschleunigende Kraft aus zwei Teilkräften F_Luftreib und F_Grav (-itation) zusammen.

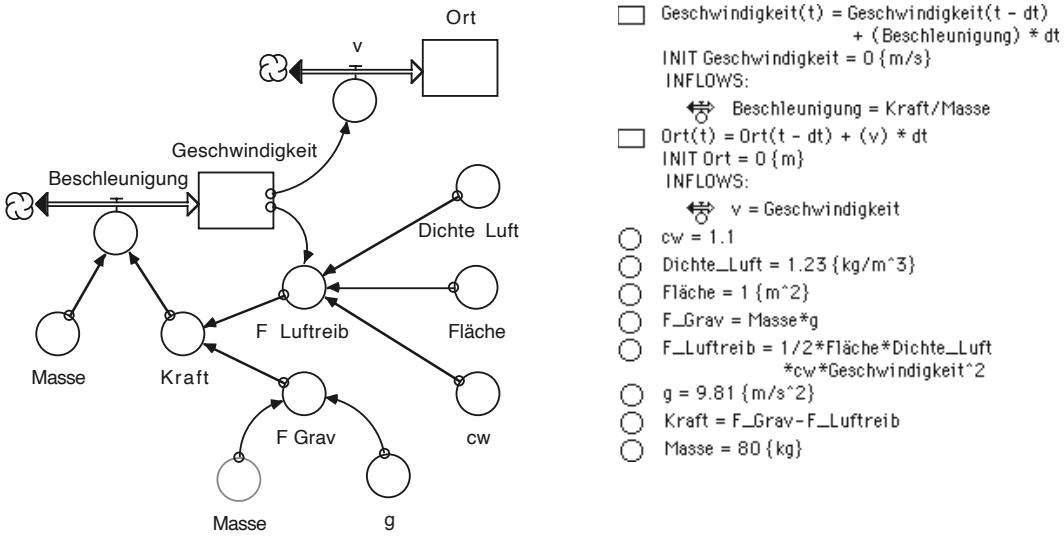
Obwohl das Modell deutlich mehr Größen berücksichtigt, stimmt seine Grundstruktur mit der Kette F→a→v→s und der Rückkopplung v→F aus dem vorhergehenden einfachen Beispiel „Vollbremsung“ überein.



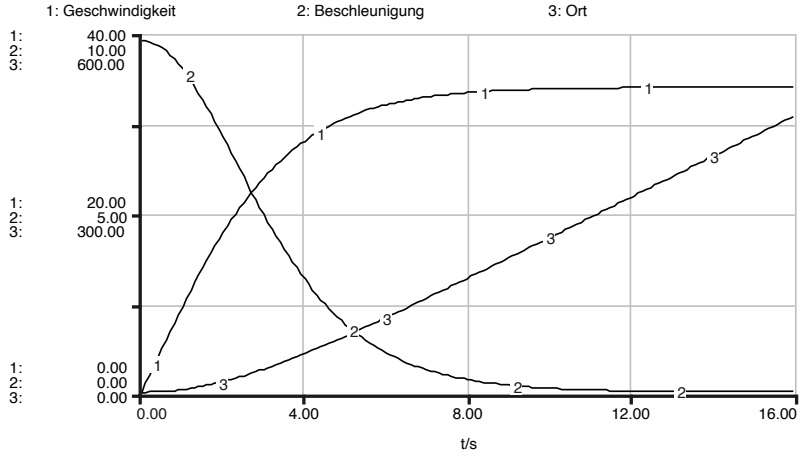
15.13 Tafelbild mit Vorschlägen von Schülern zu den Verläufen der Geschwindigkeit und Beschleunigung beim Fallschirmspringen.

Die Luftreibungskraft unterliegt vier Einflüssen: Luftdichte, Querschnittsfläche, c_w-Wert und Momentangeschwindigkeit. Erst nachdem das Simulationsdiagramm vollständig abgeschlossen ist (Dauer ca. 10 Min.), werden Startwerte und funktionale Beziehungen formuliert. Als Konstanten werden Werte gewählt, die sich auf die Bewegung eines Fallschirmspringers *vor* Öffnen des Schirms beziehen. Der c_w-Wert von 1,1 (Kreisscheibe) ist recht willkürlich gewählt. Ebenso ist die Querschnittsfläche von 1 m^2 nur grob abgeschätzt. Andere Werte (z.B. c_w=0,6) verändern zwar den Betrag der Endgeschwindigkeit, jedoch nicht den prinzipiellen Verlauf der v(t)- und a(t)-Kurven.

Nach weniger als 20 Minuten erfolgt die Ausgabe eines Diagramms mit a(t) und v(t). Die a(t)-Kurve wird längere Zeit diskutiert. Ihr Verlauf stimmt mit keiner der Vorhersagen überein. Es ist für die Schüler schwierig, die Auswirkungen der Rückkopplung der Geschwindigkeit auf die Be-



15.14 (oben) Modell zum Fallschirmsprung.



15.15 Simulationsergebnis.

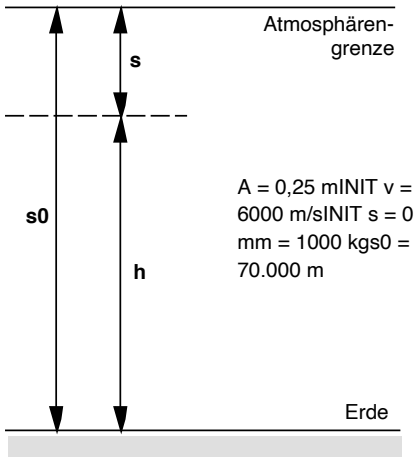
schleunigung im Kurvenverlauf wiederzuerkennen. Die Endgeschwindigkeit, die der Springer ohne Schirmöffnung erreicht, ist mit 34 m/s (entsprechend 122 km/h) bei der Landung natürlich nicht zu überleben. Es stellte sich daher die Frage, was passiert, wenn sich der Fallschirm öffnet. Im Modell werden dafür die Werte für die Querschnittsfläche und den Luftwiderstandsbeiwert geändert: Fläche = 40m^2 (ca. 7m Fallschirmdurchmesser); cw=1,4 (offene Halbkugel). In diesem Fall erreicht der Springer sehr schnell eine konstante Sinkgeschwindigkeit von ca. 5m/s, was realistischen Daten nahekommt.

Besonders interessant wird das Beispiel Fallschirmspringer, wenn man davon ausgeht, daß der Fallschirm sich nicht sofort, sondern erst in einer bestimmten Höhe über dem Erdboden öffnet. Dann sind die beim Öffnen auftretenden Beschleunigungen genauer zu betrachten. Das Thema wird unter Punkt 8.5 vertieft. In der Unterrichtsstudie wurde das Fallschirm-Modell nicht verfeinert. Stattdessen schlug ein Schüler vor, die unterschiedlichen Luftdichten während des Falls im Modell zu berücksichtigen. Der Lehrer griff den Vorschlag auf und lenkte die Fragestellung auf die Bewegung eines Meteors, der mit einer hohen Geschwindigkeit in die Erdatmosphäre eintaucht.

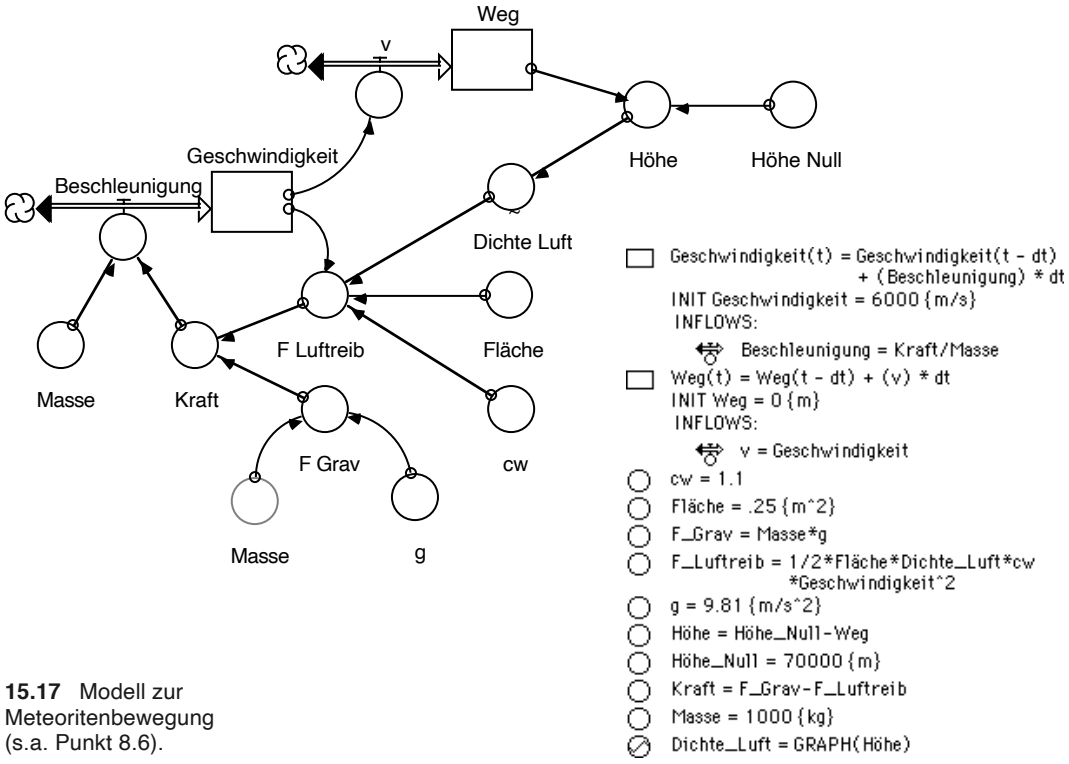
15.8 Meteore und Meteoriten

Ein Meteor, der sich durch die Erdatmosphäre bewegt, unterscheidet sich von einem Fallschirmspringer hinsichtlich der physikalischen Beschreibungsstruktur wenig, obwohl die Daten vollkommen anders sind. Vor allem liegt seine Startgeschwindigkeit deutlich über dem Wert, die ein gleich großer Körper im freien Fall als Endgeschwindigkeit erlangen würde (s.a. Punkt 8.6).

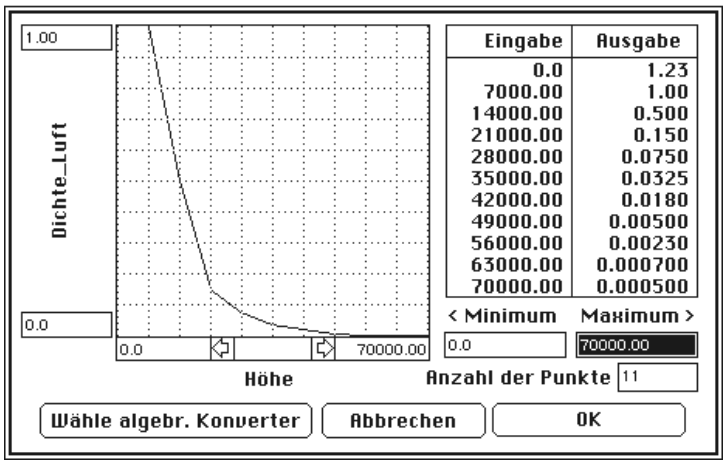
Zunächst wird im Klassengespräch an der Tafel das Problem skizziert (s. Abb. 15.16). Danach gefragt, was im Modell geändert werden müsse, bennenen die Schüler die Luftdichte, die Fläche, die Anfangsgeschwindigkeit und die Anfangshöhe. Mathias macht sich unter Mitarbeit von sechs weiteren Schülern, die sich um den Computer versammeln, an die Modifizierung des Modells. Die Strukturerweiterung besteht darin, eine weitere Rückkopplung einzubauen. Der Einbau einer Einflußgröße Höhe, definiert als Höhe_Null - Weg erfolgt schnell. Der Einflußpfeil von Höhe nach Dichte_Luft verweist auf deren Höhenabhängigkeit. Viel Zeit verwenden die Schüler darauf, das Modell zu ordnen, d.h. den Bildschirm aufzuräumen und so die Modellstruktur besser hervorzuheben. Parallel dazu schätzt ein anderer Schüler, der Luftdruckwerte für verschiedene Höhen über der Erde kennt (er besitzt einen Segelflugschein), zusammen mit dem Lehrer den Verlauf der Luftdichte zwischen 70km Höhe und dem Erdboden grob ab. Die Werte werden in einen grafischen Konverter eingegeben, den Mathias im Modell vorgesehen hat (s. Abb. 15.18). Dadurch, daß der Zusammenhang punktweise eingegeben wird, ist eine Kenntnis der barometrischen Höhenformel nicht erforderlich. Die Aufstellung des recht komplexen Modells dauert einschließlich der Eingaben in den grafischen Konverter nur ca. 20 Minuten. Die Möglichkeit, über einen solchen Konverter einen Zusammenhang zwischen Modellgrößen statt funktional punktweise zu definieren, war zu Beginn des Kurshalbjahres in einem hier nicht gezeigten Beispiel eingeführt worden.



15.16 Tafelbild zur Meteoritenbewegung.

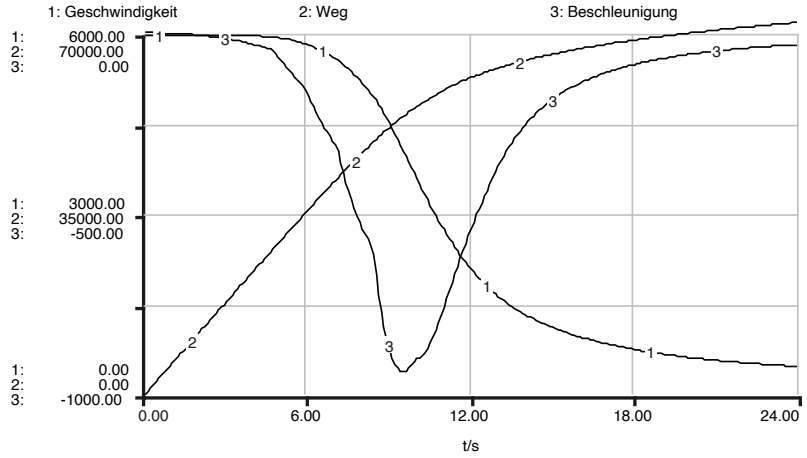


15.17 Modell zur Meteoritenbewegung (s.a. Punkt 8.6).



15.18 Punktweise Definition der Luftdichte in Abhängigkeit von der Höhe mit Hilfe eines grafischen Konverters.

Das Ergebnis der Simulation stößt bei den Schülern und beim Lehrer auf großes Erstaunen. Man ist unsicher, ob der „sackartige“ Verlauf des a(t)-Graphen ein sinnvolles Ergebnis sein kann oder ob die Modellannahmen verändert werden müssen. Obwohl Erklärungsansätze für den a(t)-Verlauf kommen, die das Auftreten des Extremwertes plausibel erscheinen lassen, bleibt die



15.19 Modellvorhersage.

Frage längere Zeit offen. Das Diagramm zeigt, daß sich die Beschleunigung bei größeren Zeiten Null nähert, bzw. die Geschwindigkeit einem Endwert zustrebt — allerdings im Vergleich zum vorher behandelten Fall eines Fallschirmspringers diesmal von Werten oberhalb der Endgeschwindigkeit. Es wird ausführlich diskutiert, warum der Meteor zeitweise so stark negativ beschleunigt wird. Erst nach längerer Überlegungszeit gelingt es den Schülern, die beiden sich überlagernden Effekte der zunehmenden Luftdichte und der abnehmenden Geschwindigkeit auf die Beschleunigung des Körpers zu trennen und den Abschnitten des Beschleunigungsverlaufs zuzuordnen.

Der Lehrer verteilte als Hausaufgabe einen Zeitschriftenartikel zum gleichen Phänomen (Zebrowski 1989). Darin wird eine Formel für die auf den fallenden Körper wirkende Gesamtbeschleunigung entwickelt, in welche die tatsächliche Fallgeschwindigkeit v(t) und die im freien Fall zu erreichende Endgeschwindigkeit v_{End} eingehen:

$$a(t) = g \cdot [(v(t)/v_{End})^2 - 1]$$

Am Text wird in der folgenden Stunde erarbeitet, daß die zeitweise sehr hohe Reibungskraft (Beschleunigungen im Modell bis zu 100 g) ein Verglühen des Meteors beim Eintritt in die Atmosphäre bewirkt. Eine Raumkapsel dürfe deshalb nicht senkrecht, sondern nur unter einem bestimmten Winkel in die Luftschichten eintauchen. Ist der zu flach, kann es zu einer Reflexion, vergleichbar mit der eines Steins an der Wasseroberfläche kommen.

Der Lehrer fordert die Schüler auf, das eigene Modell und die Ausführungen im Zeitschriftenartikel zu vergleichen. Als Unterschied wird benannt, daß im Artikel von einer konstanten Luftdichte ausgegangen werde. Hier sei das Modell genauer. Abweichungen zwischen den Absolutwerten der maximal auftretenden Beschleunigungen ergeben sich auch daraus, daß im Text die Eintrittsgeschwindigkeit des Meteors mit 30.000m/s statt wie im Modell mit 6.000m/s angenommen wird.

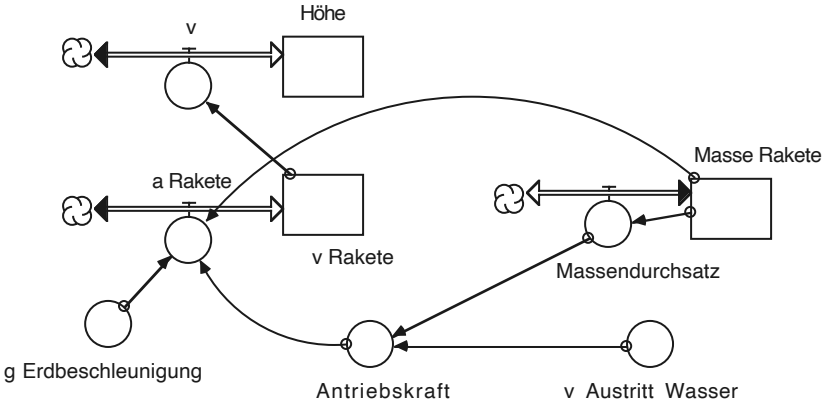
Bei den Anwendungen *zum Fall mit Luftreibung*, besonders in der Variante *Sternschnuppe*, hatte das Modellbildungssystem in besonderem Maße die Funktion eines Werkzeuges für die Problemlösung. Das Engagement der Schüler wurde dadurch gefördert, daß sie selbst mit dem Modellbildungssystem arbeiteten. Die Vorgehensweise, wechselnden Schülern die Arbeit am Computer zu übertragen, konnte zu einem gewissen Teil den Nachteil kompensieren, daß die Schule nicht mit entsprechenden Gruppenarbeitsplätzen ausgestattet war.

15.9 Rakete

Den Abschluß der Modellserie im Halbjahr Mechanik bildete ein Unterrichtsabschnitt zur Bewegung einer kleinen Experimentier-Rakete, die mit Wasser und Druckluft betrieben wird. In der ersten Stunde wurden auf dem Schulhof mehrere Starts durchgeführt. Die Masse wird bestimmt: Raketenmasse 27 g, Wasserfüllung 50 g. Die Rakete wird stark aufgepumpt und senkrecht nach oben gestartet. Es wird abgeschätzt, wie lange es dauert, bis das Wasser ausgesprüht ist (max. 0,5 s) und wie lange es dauert, bis die Rakete nach Erreichen der maximalen Steighöhe wieder auf den Boden trifft (ca. 2 s).

In der folgenden Stunde sollen die Schüler zunächst Vorhersagen über den zu erwartenden s(t)- und v(t)-Verlauf machen. In der Besprechung stellten die Schüler recht komplexe Überlegungen zur Startphase an:

- Ist die Beschleunigung konstant oder nimmt sie wegen des Druckabfalls in der Rakete ab?
- Gleicht die abnehmende Masse den Effekt des Druckabfalls auf die Beschleunigung aus?
- Wie überlagern sich die Effekte von Antriebskraft und Gravitation?



Höhe(t) = Höhe(t - dt) + (v) * dt
INIT Höhe = 0 {m}
INFLOWS:
v = v_Rakete

Masse_Rakete(t) = Masse_Rakete(t - dt) + (- Massendurchsatz) * dt
INIT Masse_Rakete = 0.027 + 0.050 {kg; Leermasse + Treibstoffmasse}
OUTFLOWS:
Massendurchsatz = IF Masse_Rakete>0.027 THEN 0.1 ELSE 0 {kg/s}

v_Rakete(t) = v_Rakete(t - dt) + (a_Rakete) * dt
INIT v_Rakete = 0 {m/s}
INFLOWS:
a_Rakete = Antriebskraft/Masse_Rakete-g_Erdbeschleunigung

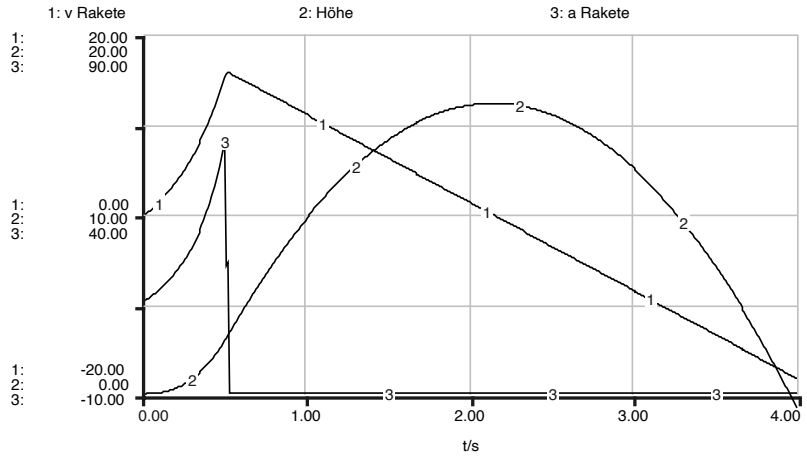
Antriebskraft = Massendurchsatz*v_Austritt_Wasser
g_Erdbeschleunigung = 9.81 {m/s^2}
v_Austritt_Wasser = 20 {m/s}

15.20 Modell zur Raketenbewegung.

Die Offenheit und Komplexität des Problems machten den Einsatz computergestützter Modellbildung besonders sinnvoll. Leider standen an der Schule keine Arbeitsplätze zur Verfügung, um das Thema in einer Projektphase computergestützt in Gruppen bearbeiten zu können. Hierbei hätten Hypothesen über einen Druckabfall in der Rakete und eine damit sinkende Austrittsgeschwindigkeit des Wassers in das Modell einbezogen werden können. Die Schüler skizzierten ihre Modellierungsideen auf Papier, konnten die entworfenen Wirkungsnetze aber nicht interaktiv austesten.

Das Modell wird im Klassengespräch unter deutlicher Lenkung durch den Lehrer entwickelt. Es wird erneut deutlich, wie grundlegend und universell anwendbar das Newtonsche Grundmodell F→a→v→s ist. Die Raketenmasse (Strukturmasse plus Treibstoffmasse) ist in diesem Fall eine Zustandsgröße, deren Wert sich wegen des Massendurchsatzes verringert. Das Produkt aus Massendurchsatz und Treibstoff-Austrittsgeschwindigkeit (relativ zur Rakete) bestimmt die Rückstoß- bzw. Antriebskraft (s. dazu Punkt 7.4.3) Die Beschleunigung steigt, weil bei konstanter Kraft — Austrittsgeschwindigkeit des Wassers und Massendurchsatz werden als konstant angenommen — die Masse zeitlich abnimmt. Die „Brenndauer“ der Rakete wird durch eine IF-Bedingung begrenzt. Das in der Lerngruppe entwickelte Modell hat eine andere Struktur als das unter Punkt 7.4.3 gezeigte Modell, bei dem die Impulserhaltung explizit als Grundlage verwendet wurde. Die hier gezeigte Struktur ist wesentlich übersichtlicher, trägt dafür jedoch weniger zum Verständnis des Impulsbegriffs bei.

Besonders fruchtbar erwies sich an diesem Beispiel der Vergleich der vom Modell vorhergesagten Bahndaten mit eigenen Messungen. Schüler und Lehrer entwickelten Ideen, wie man die „Brenndauer“ und die Austrittsgeschwindigkeit des Wassers experimentell genauer bestimmen kann.

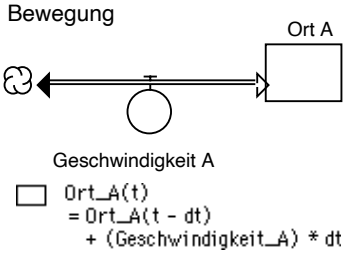


15.21 Vorhersage der Raketenflugbahn.

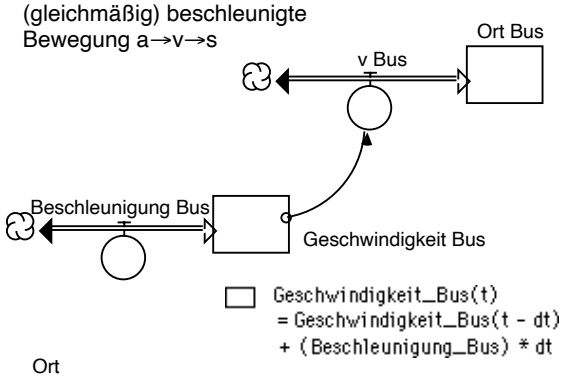
Die Rakete wurde dafür auf einem Prüfstand befestigt. Viel Zeit wurde darauf verwendet, die Parameter Massendurchsatz und v_Austritt_Wasser im Modell so weit anzupassen, daß die Modellvorhersage mit den experimentellen Abschätzungen in ungefährem Einklang standen.

15.22 (nächste Seite) Übersicht über die Entwicklung der Modellstrukturen im Verlauf des Mechanikkurses (Jahrgang 11.1)

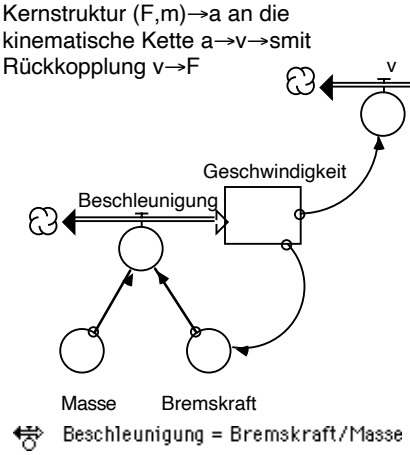
a) Kinematische Kernstruktur v→s bei der gleichförmigen Bewegung



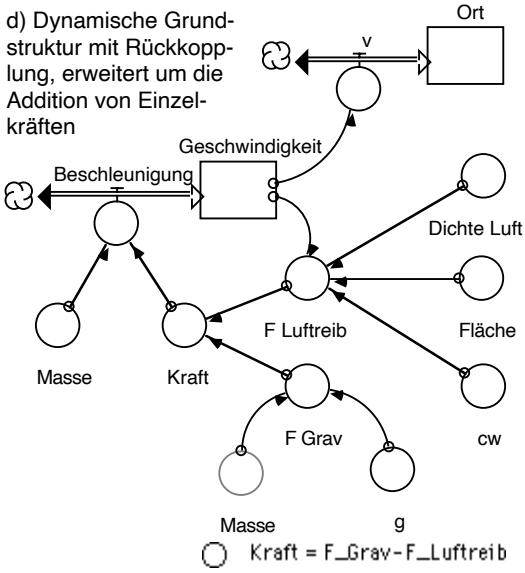
b) Erweiterung der kinematischen Kernstruktur auf die (gleichmäßig) beschleunigte Bewegung a→v→s



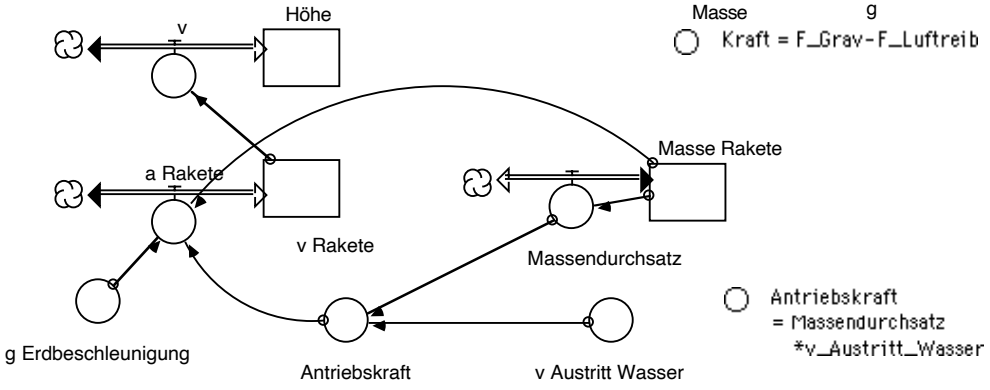
c) Ankopplung der dynamischen Kernstruktur (F,m)→a an die kinematische Kette a→v→smit Rückkopplung v→F



d) Dynamische Grundstruktur mit Rückkopplung, erweitert um die Addition von Einzelkräften



e) Verallgemeinerung der dynamischen Grundstruktur auf $F=m\cdot\Delta v/\Delta t+v\cdot\Delta m/\Delta t$



15.10 Zusammenfassung

Die Ziele des Einsatzes computergestützter Modellbildung im geschilderten Mechanikkurs waren:

- Hervorhebung der grundlegenden Begriffs- und Beziehungsstruktur der Newtonschen Dynamik
- Einbeziehung komplexer Bewegungsphänomene aus Natur und Technik in den Unterricht
- Möglichkeiten für Schüler zur Erprobung ihrer eigenen Vorstellungen, d.h. zum „Experimentieren mit Ideen“

Hieran soll bilanziert werden, inwieweit der Unterricht den Ansprüchen gerecht wurde.

15.10.1 Sachstruktur und Komplexität

Die Struktur der Newtonschen Beschreibung von Bewegungsphänomenen wurde in der Abfolge der Themen bzw. Modelle schrittweise aufgebaut. Das soll im Rückblick auf die Modelle aufgezeigt werden. Ausgangspunkt war die Bewegung zweier Radfahrer, die sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegen. Daran wurden die zentralen STELLA-Strukturelemente Zustandsgröße und Rate eingeführt, auf denen die kinematische Beziehung $\Delta s=v\cdot\Delta t$ aufbaut (s. Abb. 15.22a).

Im zweiten Beispiel wird die Geschwindigkeit_Bus selbst zur Zustandsgröße, die sich unter dem Einfluß einer (konstanten) Rate Beschleunigung_Bus ändert. Beim waagerechten Wurf und beim Kugelstoßen werden die gleichen Strukturen in zwei Dimensionen aufgegriffen. Das erste explizit dynamisch behandelte Beispiel ist eine „Vollbremsung“. Hier ist bereits eine einfache Rückkopplungsschleife von der Geschwindigkeit zur (Brems-) Kraft eingeführt, mit deren Hilfe festgelegt wird, daß bei v=0 auch die Bremskraft auf Null zurückgeht. Rückkopplungsschleifen ermöglichen die Behandlung komplexer Bewegungsformen, die analytisch zumindest auf Schulniveau nicht mehr quantitativ behandelt werden können. Bewegungen mit geschwindigkeitsabhängiger Reibung oder ortsabhängigen Kräften, erfordern nur einfache Rückkopplungsschleifen in der grundlegenden Newtonschen Kette Kraft→Beschleunigung→ Geschwindigkeit→Ort.

Bei den Bewegungen eines Fallschirmspringers und der eines Meteors setzt sich die beschleunigende Kraft aus zwei Teilkräften F_Grav und F_Luftreib zusammen. Der Übergang vom Fallschirmspringer-Phänomen (Luftdichte ρ=const.) zur mathematisch ungleich komplexeren Meteoritenbewegung erfolgte im Modell durch eine von Schülern vorgeschlagene Verfeinerung, in der die Luftdichte höhenabhängig gemacht wird (ρ=f(Höhe)). Zusätzlich mußten lediglich die Startwerte für Geschwindigkeit und Höhe geändert werden. Die Grundstruktur der Modelle mit der Rückkopplungsschleife zur Kraft, bzw. Beschleunigung stimmt dabei mit dem Beispiel „Vollbremsung“ überein.

Den Abschluß im Kurs bildete ein Modell zur Bewegung einer mit Wasser und Druckluft betriebenen Modellrakete. Wiederum tritt die Grundstruktur dynamischer Beschreibungen F→a→v deutlich zutage. Die Erweiterung besteht darin, daß sich in diesem Fall die Antriebskraft aus einer Massenänderungsrate $\Delta m/\Delta t$ berechnet. Ferner ist die zu beschleunigende Masse nicht mehr konstant, was jedoch die Beziehung a(t)=F/m(t) im Modell nicht ändert.

Im anschließenden Themengebiet „Felder“ sind die Kräfte anders, aber auch die Bewegung eines Elektrons in elektrischen und magnetischen Feldern läßt sich bis hin zur Rutherford-Streuung über die gleiche grundlegende Kette beschreiben. Die Schüler konnten erkennen, daß sie mit nur wenigen Grundstrukturen auskommen, um auch komplexe Phänomene physikalisch zu beschreiben. Physik besteht nicht primär aus einer Vielzahl spezieller Formeln wie s=v·t oder $y=x\cdot\tan\alpha-x\cdot g/(v_0\cdot\cos\alpha)+y_0$ (schräger Wurf). Theoriebildung in der Physik zielt vielmehr darauf ab, eine große Gruppe von Phänomenen mit wenigen grundlegenden Prinzipien zu erklären. Dies wurde in den Modellen dadurch verdeutllicht, daß Ausschnitte der dynamischen Grundstruktur den Kern aller Modelle bildeten.

Die einführenden Beispiele „Radfahrer-Verfolgung“, „Bus“ oder „waagerechter Wurf“ waren als Standardbeispiele des Mechanikunterrichts nicht auf den Einsatz von Modellbildungssystemen angewiesen. Sie dienten zur Einführung in das Modellbildungsrahmenprogramm STELLA. Sie waren aber auch unter dem Sachstrukturaspekt wichtig (s.o.). Bereits bei der Frage nach dem optimalen Abwurfwinkel beim Kugelstoß beginnt das Komplexitätsargument zu greifen. Die Beispiele Kugelstoß, Fallschirmspringer, Meteor und Rakete wären sonst nicht oder zumindest nicht unter konkreten quantitativen Aspekten aufgegriffen worden.

Von der Warte des Beobachters aus betrachtet, wurde das Ziel einer Umsteuerung der Unterrichtsanteile von formalen (Rechen-) Anteilen zu qualitativen physikalischen Diskussionen erreicht. Die Schüler haben das subjektiv jedoch nicht gleichermaßen wahrgenommen. Darauf deutet in den Äußerungen von Schülern die Betonung der Vereinfachung von *Rechnungen* durch den Einsatz des Computers hin, während seine Funktion bei der Erarbeitung des Begriffsnetzes nur von einem Schüler genannt wurde. Einige Schüler beklagten sogar, daß im Unterricht die „Formeln“ nicht ausführlich genug geklärt worden seien, was man nach der angestrebten Gestaltung des Unterrichts auch als positive Aussage werten kann.

Die aus Sicht des Auswerters mangelnde Beachtung der begrifflichen Ebene hat möglicherweise aber auch eine zweite Ursache, die darin besteht, daß die Formulierung der Modellstrukturen auf grafischer Ebene den Schülern relativ wenig Probleme bereitete. Der Klassenlehrer äußerte dazu am Ende der Gesprächsrunde:

> *Nach meiner Beobachtung des Unterrichts glaube ich, daß wir damit eine Reihe von physikalischen Problemen gründlich besprochen haben und auch viele Ideen damit umgesetzt haben, und die euch deswegen nicht mehr so als problematisch in Erinnerung sind, weil das relativ gut damit gegangen ist. Es war offensichtlich kein Problem, diese physikalische Aufgabe damit zu bearbeiten, und deswegen ist das so nicht in Erinnerung.*

15.10.2 Schülerorientierung

Der Schülerorientierungsaspekt hätte sich im Kurs besser umsetzen lassen, wenn in der Schule entsprechend ausgestattete Gruppenarbeitsplätze zur Verfügung gestanden hätten. Im Klassenunterricht konnten maximal zwei bis drei unterschiedliche Ansätze zur Beschreibung eines bestimmten Phänomens in der Diskussion aufgegriffen werden. Es bestand die Gefahr, daß sich die Kluft zwischen solchen Schülern vergrößert, die einen schnellen Zugang zur Modellbildung an sich und zum jeweiligen Phänomen finden, und anderen, die dafür mehr Zeit brauchen. Um diesen Mangel teilweise zu kompensieren, wurden im Klassenunterricht folgende methodische Maßnahmen ergriffen:

- Der Fachlehrer übertrug die Bedienung des Rechners bzw. der Software von Beginn an jeweils wechselnden Schüler.
- Der Lehrer stimulierte ausführliche, offene Diskussionen zwischen den Schülern über den Aufbau der Modelle. Er griff nicht vorschnell ein, wenn die Ideen der Schüler in einen Modellansatz mündeten, der nach seiner Einschätzung in eine falsche Richtung ging, sondern er ließ auch solche Ansätze ein Stück weit zu, um sie dann in der Lerngruppe diskutieren und mit anderen Lösungen vergleichen zu lassen.
- Die Schüler erhielten den Auftrag, Modelle in Haus- oder Gruppenarbeit zunächst schriftlich zu skizzieren, bevor eine Besprechung in der Klasse mit Übertragung auf den Rechner stattfand.

Doch auch hierdurch ließen sich die prinzipiellen Nachteile des Fehlens von Gruppenarbeitsplätzen nicht beseitigen. Dies war besonders bei den Phänomenen Fallschirmspringer/Meteor

und Rakete bedauerlich, die wegen ihrer Offenheit und Komplexität einen projektartigen Unterricht nahegelegt hätten, in dem Schülergruppen eigene Fragestellungen hätten konkretisieren und individuelle Lösungswege beschreiten können.

Weitgehend unproblematisch gestaltete sich die Bedienung des Rechners und des Modellbildungssystems. Die Schüler fanden zur Bedienung der Software — Plazierung der Strukturelemente auf dem Bildschirm, Umschalten zwischen den Ausgabefenstern, Definition der Grafikausgabe usw. — einen intuitiven Zugang. Hier wurden die Vorteile einer grafischen Benutzungsoberfläche mit direkter Manipulation deutlich.

Wichtiger als die leichte Bedienbarkeit der Software ist die Frage, ob das Modellbildungssystem als *Werkzeug*, d.h. als *Hilfsmittel* für die Physik verstanden wurde oder ob der Computereinsatz die physikalischen Phänomene eher überdeckt hat. In den Hospitationen wurde der Eindruck gewonnen, daß der Computer bereits nach wenigen Beispielen in den Hintergrund trat und die Schüler die Software zunehmend selbstverständlicher als Werkzeug zur Lösung physikalischer Fragestellungen handhabten.

16. Modellbildungssysteme im Physikunterricht — Ergebnisse von Langzeitstudien

Das Kapitel faßt Ergebnisse aus der Arbeitsgruppe des Verfassers zusammen. Modellbildungssysteme wurden in verschiedenen Kursen der Oberstufe in der Regel über ein Halbjahr als Unterrichtswerkzeug eingesetzt. Die wissenschaftliche Begleitung erfolgte durch Interviews, Unterrichtsbeobachtungen und Fragebögen. Die Darstellung der Ergebnisse orientiert sich an der in den Kapiteln 4 und 5 vorgestellten didaktisch-methodischen Konzeption.

Die empirischen Untersuchungen in der Arbeitsgruppe des Verfassers dienten der Frage, ob die in den Kapiteln 4 und 5 beschriebene didaktisch-methodische Konzeption des Einsatzes von Modellbildungssystemen im Alltag des Physikunterrichts umgesetzt werden kann (Schecker 1990, 1993, Bethge 1992, Niedderer 1991). Der didaktische Begründungsrahmen ist durch drei Aspekte gekennzeichnet:

- Betonung der grundlegenden Strukturen physikalischer Begriffsgebäude
- Erweiterung der Unterrichtsinhalte um realitätsnähere Themen,
- stärkere Berücksichtigung der Fragen, Vorschläge und Probleme von Schülern.

Die Erprobungen erfolgten in Physikleistungskursen der Jahrgänge 11 bis 13. Sie erstreckten sich über Zeiträume von einigen Wochen bis zu mehreren Halbjahren. Neben der in Kapitel 15 geschilderten Studie wurden Langzeituntersuchungen in folgenden Kursen durchgeführt:

- 4 Leistungskurse *Mechanik* Jahrgangsstufe 11, je 5 Monate (s. Kap. 15 und Bethge 1990)
- 2 Leistungskurse *Schwingungen und Wellen*, Jahrgangsstufe 12, je 5 Monate (Schecker 1992)
- 2 Leistungskurs *Atom- und Kernphysik*, je 4 Monate; Jahrgangsstufe 13

Dazu kommen kürzere Erprobungseinheiten in den Bereichen *Gravitationsfeld* und *elektrisches Feld* (s. Schecker 1992).

Die beteiligten Fachlehrer wurden in die Konzeption eingearbeitet und bei der Unterrichtsplanung und -durchführung unterstützt. Der Einsatz des Modellbildungssystems war in die bestehenden Lehrpläne und Unterrichtsgänge eingebettet. Aus Verlaufs- und Wortprotokollen der Unterrichtseinheiten sowie Interviews und schriftlichen Befragungen der Schüler wurde Aufschluß über die Wirkungen des Einsatzes von Modellbildungssystemen gewonnen.

Die Untersuchungen in drei Schulen mit 5 beteiligten Lehrkräften ergaben, daß die in der didaktischen Rahmenkonzeption angestrebte Schwerpunktverlagerung des Physikunterrichts (Orientierung an zentralen, realitätsnähere Themen und Schülerorientierung; s. Kap. 4) durch den Einsatz von Modellbildungswerkzeugen wirksam unterstüzt werden *kann*. Es zeigte sich jedoch auch, daß die erhofften Wirkungen *nicht automatisch* allein durch die Verfügbarkeit solcher Programme eintreten. Nur wenn der Lehrer grundsätzlich — also unabhängig vom Computereinsatz — zu einer offeneren Unterrichtsgestaltung bereit und methodisch in der Lage ist, kann das didaktische Potential der Modellbildung zur Entfaltung kommen.

Der Nutzen strukturorientierter Modellbildungssysteme — und das gilt für grafische Editoren ebenso wie für programmiersprachenähnliche — wird nur bei einem wiederkehrenden Einsatz erkennbar. Anders als Simulationsprogramme, die man jeweils einmal an einer bestimmten Stelle des Unterrichts verwendet, sind Modellbildungsumgebungen darauf angelegt, ein durchgängiger

Teil des physikalischen Arbeitsinstrumentariums zu werden. Sie nehmen dann eine ähnliche Funktion ein wie bestimmte mathematische Verfahren, etwa die Infinitesimalrechnung, oder experimentelle Verfahren wie die grafische Auswertung von Versuchsdaten, die man ebenfalls einführt, um wiederkehrend von ihnen Gebrauch zu machen.

16.1 Zugang zur systemdynamischen Modellierung physikalischer Phänomene

Der Zeitaufwand zur Einführung in die strukturorientierte grafische Modellbildung war zwar begrenzt, aber höher als bei üblichen Simulationsprogrammen, bei denen man nur die Bedienung und nicht auch noch eine neue Denkweise erlernen muß. Auch wenn die systemdynamische Betrachtungsweise in zahlreichen Themenfeldern mit der physikalischen Denkweise eng korrespondiert, stellt sie für die Schüler eine neue Sicht der Dinge dar, die sie sich aneignen müssen. Sie erfordert einen begrifflichen Zugang, während Schüler einen formalen, bzw. pragmatischen Zugang bevorzugen („Welche Formel könnte hier passen?“).

In den Unterrichtserprobungen trat der Computer bereits nach wenigen Beispielen in den Hintergrund, und die Schüler handhabten die Software zunehmend selbstverständlicher als Werkzeug zur Lösung physikalischer Fragestellungen. Zumindest für Oberstufenschüler scheint der Computer seine Faszination verloren zu haben, so daß die Gefahr der Überdeckung der Physik nicht auftrat. Zwei Zitate aus einem Gespräch mit Schülern im Rahmen einer Unterrichtsfallstudie mag das verdeutlichen:

> *Am Anfang war mehr der Computer im Vordergrund, weil, man mußte ja irgenwie einen Einstieg haben. Aber jetzt benutzen wir den eigentlich mehr als Hilfsmittel. Ganz zum Schluß haben wir zum Beispiel mal eben die Arbeit für die Dehnung eines Gummibands modelliert. Das Programm* (STELLA, d. Verf.)*, das war eigentlich ganz klar.*

> *Am Anfang fand ich, daß ein bißchen zu viel Computer im Vordergrund stand. Wie macht man das? Aber das lag vielleicht auch daran, daß man den Computer den Leuten ein bißchen zugänglich machen mußte. Aber jetzt läuft das einfach so, weil die meisten das wohl auch kapiert haben. Wir überlegen gemeinsam das Problem, und dann werden zack die Eingaben gemacht usw., das ist eigentlich dann kein Problem. Das war nur am Anfang, wo man das so ein bißchen kennenlernen mußte.*

Vor Beginn der Unterrichtsstudien wurden mehrstündige Interviews mit Schülerpaaren an der Universität Bremen durchgeführt, um die Zugangsmöglichkeiten und -schwierigkeiten von Schülern zu Modellbildungswerkzeugen zu erkunden. Zum Einsatz kam neben STELLA das gleichungsorientierte System DYNAMOS. Alle 5 Schülerpaare erarbeiteten in den Interviews Modelle, die den untersuchten Bewegungsvorgang (ein Fahrbahnexperiment zu Beschleunigung eines Wagens mittels einer angehängten Gliederkette, d.h. mit ortsabhängiger Kraft) prinzipiell richtig beschrieben. Die Handhabung der Software, einschließlich der Festlegung von Diagrammausgaben und der Achsenskalierung bereitete den meisten Schülern nach kurzer Einweisung (ca. 1 Stunde in den Interviews, 1 bis 2 Doppelstunden bei den Unterrichtseinheiten) keine Probleme mehr. Bereits nach seiner ersten Unterrichtseinheit mit einem Modellbildungssystem schrieb ein Schüler in der Nachbefragung:

> *Ich fand die Arbeit mit STELLA gut und verständlich. Die Symbole und Pfeile im Modell, sowie die verschiedenen Fenster und verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten sind sehr übersichtlich. Man arbeitet sich schnell in die grundlegenden Funktionen des Programms ein und kann sich so voll auf das Problem konzentrieren.*

Im Unterschied zur grafischen Benutzungsoberfläche ist der *grafische Modelleditor* keine *Bedienungshilfe* sondern ein *Strukturierungswerkzeug*. Er soll dazu beitragen, die bei der Modellierung

eines Phänomens erarbeiteten Systemelemente und Zusammenhänge zu veranschaulichen. Um diese Funktion wirksam werden zu lassen, mußten die Schüler sich in die Symbolik der Begriffsnetze einarbeiten. Die Kategorisierung von Modellgrößen nach Zustandsgrößen, Änderungsraten und Funktionen/Einflußgrößen erforderte längere Zeit und mußte bei neuen Themengebieten inhaltsspezifisch neu erarbeitet werden. Da in physikalischen Themenbereichen, wie z.B. der Mechanik, die Anzahl der wiederkehrenden (Änderungs-) Rate-Zustand-Beziehungen entsprechend der begrenzten Anzahl zugrundeliegender Differentialgleichungen beschränkt ist, trat bald ein gewisser Gewöhnungseffekt auf. Das gilt etwa für die Strukturkette Beschleunigung → Geschwindigkeitsänderung → Geschwindigkeit → Ortsänderung → Ort, die Teil fast aller Modelle zu Bewegungen ist (vgl. Kap. 7). Solche Teilmodelle wurden von den Schülern aus vorhergehenden Beispielen auf neue Phänomene übertragen.

In den ersten Begegnungen mit diesen Formalisierungen erschien das den Schülern verständlicherweise als Schwierigkeit und nicht als Strukturierungshilfe. Die grafische Form der Systembeschreibung war für die Schüler ungewohnt. Sie erschien sogar aufgesetzt, wenn man sie –- wie manche Schüler zu Beginn des Unterrichtseinsatzes – als eine auf die Gleichungen aufgesetzte Ebene ansieht. Statt von der allgemeinen Definition der Geschwindigkeit als Intensität der Ortsänderung (ds/dt) auszugehen, hatten die Schüler eine bestimmte Lösung im Kopf (z.B. „s=v·t“) und fragten sich, wie sie diese mit Hilfe von „Kreisen“, „Ventilen“ und „Kästchen“ auf den Bildschirm bringen konnten. Das Beispiel deutet an, wodurch der Übergang von einer formalen Herangehensweise zu einer begrifflichen gekennzeichnet ist. Es wird gleichzeitig deutlich, wie physikalisch sinnvoll dieser Wechsel ist. Durch die Systemdynamik wird hier kein von außen kommendes, neues Element in die Physik eingebracht, sondern ein originär physikalisches akzentuiert.

Die Einführung dieser „neuen“ Denkweise erforderte Zeit und schlug sich nach den Unterrichtserfahrungen eher durch den Gewöhnungseffekt nieder als durch einführende theoretische Erläuterungen. Daher eignen sich strukturorientierte Modellbildungsumgebungen nicht dazu, an einer bestimmten Stelle im Unterrichtsgang ein ganz bestimmtes Phänomen zu behandeln, um das Werkzeug dann wieder in den Schrank zu legen. Der Einarbeitungsaufwand stünde in keinem vernünftigen Verhältnis zum themenspezifischen Nutzen. Ein Physiklehrer, der das Werkzeug einsetzen möchte, muß sich klar sein, daß damit globale und nicht nur lokale Konsequenzen für die Unterrichtsgestaltung einhergehen.

In den Langzeit-Fallstudien konnte die Frage vertieft werden, ob Schüler über den *Gebrauch* des Werkzeugs „Modellbildungssystem“ hinaus seine *Funktion im Lernprozeß* erkennen. Hier handelt es sich um „Meta-Wissen“, also um die bewußte Reflexion der erkenntnisfördernden Rolle von Modellbildungssystemen, die in der Betonung der Grundstrukturen physikalischer Theorien, bzw. der grundlegenden begrifflichen Einordnung eines untersuchten Phänomens liegt.

Nach unsereren Ergebnissen entwickelte sich selbst in den Kursen, die über mehrere Halbjahre mit dem Computer und Modellbildungssystemen gearbeitet hatten, ein solches Meta-Wissen nur bei wenigen Schülern — und das obwohl die Fähigkeit zum kreativen Gebrauch des Systems bei der Bearbeitung physikalischer Phänomene sich schnell herausbildete. Aus der Sicht vieler Schüler hatte der Umgang mit dem Modellbildungssystem pragmatischen Charakter: STELLA als Problemlösungswerkzeug, vergleichbar der Nutzung von Tabellenkalkulationsprogrammen. Eine Reflexion fand kaum statt. Sie wurde in den Kursen jedoch auch von den Lehrern nicht angeregt. Ein Schüler sagte:

> *Ich empfinde das schon als Hilfsmittel. Ich meine, man braucht einfach gewisse Werte, um dann weiterrechnen zu können. Wenn man die per Hand ausrechnen würde, dann säßen wir hier die halbe Zeit und würden an den Beispielen rumrechnen, um am Ende die Zahlen zu bekommen, die der Computer in 5 Minuten ausrechnet.*

Trotz Nachfrage des Interviewers gingen die Schüler auf eine Unterstützung der Erarbeitung der begrifflichen Beschreibung des Phänomens und der bestehenden Beziehungen zwischen den Modellgrößen durch die grafische Ebene des STELLA-Modelleditors kaum ein. Ein Schüler meinte sogar, bei der grafischen Ebene handele es sich eigentlich ja nur um „eine abstrakte Darstellung von Formeln".

Die Ursache für das mangelnde metatheoretische Wissen ist darin zu sehen, daß in den Unterrichtserprobungen die Frage „Auf welchem Wege sind wir eigentlich zu den Ergebnissen gekommen?" zu selten gestellt wurde. Eine methodische Reflexion entwickelt sich nicht einfach im Vollzuge physikalischer Problemlösungsprozesse. Auch Berufsphysiker erlangen nicht automatisch durch ihre Tätigkeit wissenschafts- oder erkenntnistheoretische Kompetenz. Wenn man also davon ausgeht, daß *metacognition* das Lernen physikalischer Inhalte fördert (s. z.B. Reif 1991), muß man systemdynamische Methoden an geeigneten *physikalischen Beispielen* auch zum expliziten Unterrichts*inhalt* machen. Hier muß das didaktische Konzept mit dem Ziel fortentwickelt werden, daß auf der Grundlage konkreter Erfahrungen der Schüler mit Modellbildungssystemen, also zu einem fortgeschrittenen Stadium, der systemdynamische Ansatz selbst und die Bedeutung der Erarbeitung des qualitativen Begriffsnetzes thematisiert wird. Eine Einsicht in das konzeptionell Neue der strukturorientierten grafischen Modellbildung hängt zudem davon ab, daß die Lehrer die Systeme entsprechend im Unterricht einsetzen und die Schwerpunkte des Unterrichts insgesamt — also nicht nur in den computeruntertützten Phasen — von formalen Inhalten hin zur grundlegenden begrifflichen Durchdringung von Phänomenen verlagern.

Die Einschätzung der grafischen Ebene von STELLA als „abstrakte Formeldarstellung" oder als Strukturierungshilfe korrespondiert mit unterschiedlichen kognitiven Stilen, die in den Erprobungsunterrichten angetroffen wurden. Bei den Schülern waren zwei Grundtypen des Herangehens an die Modellierung physikalischer Fragestellungen zu beobachten:

- *Gleichungsorientierung*: Für den gesuchten Zusammenhang wird eine Lösungsfunktion vorgeschlagen, die den Verlauf von Meßwerten oder die eigenen Hypothesen angemessen beschreibt (z.B. $s=1/2gt^2$). Die Gleichung wird in ein Modell umgesetzt — das dann häufig ohne Zustandsgrößen auskommt. Die Simulationsparameter werden durch Probieren angepaßt, bis die Simulationsvorhersage den Meßergebnissen oder Erwartungen der Schüler hinreichend ähnelt.
- *Begriffsorientierung*: Von den physikalischen Begriffen ausgehend, werden die Zusammenhänge verbal beschrieben und in ein Simulationsdiagramm umgesetzt. Erst nach einer Diskussion der qualitativen Zusammenhänge wird das Modell quantifizert.

Die zweite Herangehensweise wird von STELLA dadurch gefördert, daß die Zusammenhänge erst grafisch dargestellt werden müssen, bevor mathematische Beziehungen formuliert werden können. Bei MODUS können die Modellgleichungen sogar erst dann angesehen werden, wenn *alle* Modellelemente definiert sind und das Modell mindestens eine Zustandsgröße aufweist. Schüler, die Lösungsansätze des ersten Typs bevorzugen, betrachten das Simulationsdiagramm daher oftmals als „Hindernis". Bei der ersten eigenen Arbeit mit STELLA arbeiteten die meisten Gruppen Modelle aus, in denen mathematische Beziehungen (z.B. v=s/t) die Grundlage bildeten, und bauten die von ihnen vermuteten funktionalen Zusammenhänge allein mit Hilfe von Einflußgrößen auf. Dies zeigte sich sowohl in den Experimentalinterviews als auch in den Erprobungskursen. Einige Schüler versuchten auch bei den späteren Unterrichtseinheiten, diesen Weg beizubehalten, indem sie die im Lehrbuch gefundenen oder selbst entwickelten Gleichungen über STELLA grafisch darstellen ließen. Andere Schüler beklagten, im Unterricht seien zu wenige „Formeln" durchgesprochen worden. Dahinter steht die verbreitete und durch konventionellen Unterricht gestärkte Vorstellung von Schülern, physikalisches Wissen drücke sich vorrangig in Formelkenntnissen und Rechenfertigkeiten aus. Dadurch werden Unterrichtsinhalte hinsichtlich ihrer Bedeutung falsch gewichtet.

Die Mehrzahl der Schüler ging im Verlaufe ihrer Modellierungserfahrungen auf den von STELLA unterstützen Weg ein und bildeten eigenständig Modelle auf der Grundlage der dynamischen Modell-Syntax (Zustand und Rate). Nahezu allen Schülern, die in Gruppenarbeit am Rechner arbeiteten, gelang die eigenständige Konstruktion von Modellen, bzw. die aktive Beteiligung an entsprechenden Gruppengesprächen.

16.2 Förderung physikalischer Reflexion

Eine erhoffte Wirkung des Einsatzes von Modellbildungssystemen auf den Unterricht lautet:

Weniger Formeln und Rechnungen; mehr *Gespräche* über physikalische Zusammenhänge.

Diese Erwartung hat sich in den Erprobungen erfüllt — wenn auch nicht immer in dem Maße, wie es potentiell möglich gewesen wäre. Die Diskussion der Begriffsnetze, die in Simulationsdiagrammen erarbeitet wurden, hätte in den Erprobungen noch ausführlicher erfolgen können. Gemessen an den Unterrichtsanteilen erlangte die Variation von Modellparametern und die Auswertung von Simulationsvorhersagen im Vergleich zur Vertiefung und Verfeinerung der begrifflichen Struktur eine zu große Bedeutung. Eine Verlagerung der Unterrichtsschwerpunkte von quantitativen Betrachtungen (hier zwar nicht in Form von Rechnungen, aber in einer Art „Kurvendiskussion“ auftretend) zu begrifflichen Zugangsweisen wird zwar durch einen grafischen Modelleditor besser unterstützt als von gleichungsorientierten Programmen, sie ist jedoch keine automatische Folge. In Fortbildungsveranstaltungen hat der Verfasser die Erfahrung gemacht, daß die Vorteile der grafischen Modellrepräsentation für die Unterstützung der Strukturbildung im Vergleich zur gewohnten Gleichungsschreibweise den teilnehmenden Lehrern ausführlich erläutert werden müssen.

Die physikalische Phänomenauswahl konnte um komplexere, physikalisch interessante Themen bereichert werden, die bisher wegen ihrer mathematischen Anforderungen wenig Berücksichtigung fanden. In den Unterrichtsfallstudien finden sich dafür zahlreiche Beispiele (z.B. Fallschirmspringen, Meteoritenbewegung, Einschwingvorgänge).

Die Behandlung von realitätsnäheren Phänomenen wurde von Schülern in einer Diskussion über die Einschätzung der Verwendung des Computers im Physikunterricht gewürdigt. Ein Schülerzitat:

> *Ich fand besonders die Sachen interessant, bei denen man nicht bereits vorher wußte was rauskommt.*

Besonders in Unterrichtseinheiten mit Gruppenarbeit zeigte sich, daß unterschiedliche Modelle geeignet sein können, um einen Sachverhalt abzubilden. Anders als bei „reinen“ Phänomenen (Luftkissenbahn, Vakuum-Fallröhre, unbelasteter Transformator) gibt es bei offenerer Phänomenauswahl nicht immer einfache Standardlösungen. So ist es beim Fall von Papierhütchen in Luft keineswegs eindeutig, ob die Luftreibungskraft linear oder quadratisch mit der Geschwindigkeit steigt. Die vergleichende Diskussion unterschiedlicher Modelle war für den Unterricht besonders anregend. Die Vielfalt der in Gruppenarbeit formulierten Modelle bestand in unterschiedlichen Lösungsansätzen und, bei struktureller Gleichheit, in unterschiedlichen Bezeichnern für Modellgrößen und unterschiedlichen Erscheinungsbildern der Begriffsnetze.

Im Verhältnis von Modellbildung und Experiment ergab sich eine gegenseitige Ergänzung der beiden Schritte. In mehreren Beispielen war zu beobachten, daß Schüler aufgrund erster Simulationen ihrer Modelle zum Experiment zurückkehren. Sie wiederholten Messungen, bezogen neue Variablen in ihre Messung ein, oder veränderten den Aufbau, um genauere Daten zu erhalten. Die Experimente wurden komplexer und damit interessanter und realitätsnäher – bei gleichzeitiger Möglichkeit zu exakten quantitativen Vorhersagen. Erst mit Hilfe eines Modellbildungssystems konnte ein Experiment zum Flug einer mit Wasser angetriebenen Modellrakete auch quantitativ mit realistischen Daten im Unterricht ausgewertet werden. Die schnelle Rückmeldung des unter

den Modellannahmen berechneten Systemverhaltens führte im Vergleich zu den Beobachtungen am Phänomen, bzw. den Erwartungen zu angeregten Diskussionen unter den Schülern und zu Verbesserungsvorschlägen für das Modell. Diese Feststellung tritt der häufig geäußerten Befürchtung entgegen, daß der experimentelle Charakter des Physikunterrichts unter dem Einsatz von Modellbildungssystemen leide.

Es liegen Äußerungen von Schülern vor, die auf eine neue Sichtweise des Verhältnisses von physikalischer Theorie und konkreter Erfahrung schließen lassen, z.B.:

> *Na, also ich fand, diese Versuche waren größtenteils mehr oder weniger aus dem Leben gegriffen, und fand es richtig faszinierend festzustellen, wie einfach sich diese teilweise komplizierten Sachen erklären lassen.*

16.3 Förderung physikalischen Verständnisses

Die Frage nach einer *spezifischen Förderung* physikalischer Kompetenz ist die aus den vorliegenden Ergebnissen am schwierigsten zu beantwortende Frage. Während zu der Frage „Regt der Computereinsatz zum Denken, Handeln und Sprechen über Physik an?“ zahlreiche positive Belege vorliegen, die aus Unterrichtsbeobachtungen und Gesprächen mit Schülern stammen, bedarf die Untersuchung des Beitrags zur Kompetenzentwicklung weiterer Studien mit stärker grundlagenorientierten Forschungsmethoden. Dazu gehören Vergleichsstudien mit Klassen ohne Einsatz von Modellbildungssystemen.

Dennoch können einige vorläufige Einschätzungen zur Wirkung von Modellbildungssystemen getroffen werden, die auf einer Interviewstudie aufbauen. Am Ende des Kurshalbjahres Mechanik wurden 10 Schülerpaare aus zwei Leistungskursen, die regelmäßig mit einem Modellbildungssystem gearbeitet hatten, auf ihre Konzeptualisierungsfähigkeit im Bereich „Kräfte und Bewegungen“ getestet. Den Schülern wurde am Beginn des Interviews ein Experiment demonstriert (vgl. Abb. 16.1). Die Aufgabenstellung lautete, zu der Bewegung des Wagens ein v(t)-Diagramm zu entwickeln: Auf einer Fahrbahn wird ein Wagen von einer Spiralfeder beschleunigt. Die Federkonstante wird so gewählt, daß die Beschleunigungsphase über einen merklichen Zeitraum andauert. Dadurch ergibt sich eine zeitlich abnehmende Kraft bzw. Beschleunigung, die einen nicht-linearen Geschwindigkeitszuwachs bewirkt. Dies sollte sich qualitativ in der Form des v(t)-Graphen niederschlagen (abnehmende Steigung). Der Wagen prallt am Ende der Fahrbahn gegen einen Klotz. Mittels einer am Wagen angebrachten Impulsfeder wird der Wagen entgegen seiner Fahrtrichtung beschleunigt, d.h. zunächst abgebremst und dann in Gegenrichtung beschleunigt. Die Schüler konnten das Experiment selbst durchführen und sollten sich darüber untereinander besprechen.

Diese und eine weitere schriftliche Aufgabenstellung sollten die Tendenz und die Fähigkeit der Schüler zur Anwendung der genannten Überlegungskette testen. Quantitative Vergleiche zu Schülern aus „konventionellen“ Kursen sind aus der vorliegenden Pilotstudie nicht ableitbar. Für eine didaktische Bewertung des Nutzens von Modellbildungssystemen ist es in einer Pilotstudie sinnvoller, das Spektrum der Beobachtungen aufzuzeigen und die Typik des Schülerverhaltens zu charakterisieren.

Aus den Interviews lassen sich drei Kompetenzstufen zur Einordnung des Lösungsverhaltens gewinnen:

1) Schüler, die von sich aus, bzw. nach kurzer Anregung, die Überlegungskette (wechselwirkende Körper→)Kraft→Beschleunigung→Geschwindigkeit(→Ort) anstellten,
2) Schüler, die unter Hilfestellung dazu in der Lage waren,
3) Schüler, die bei einer intuitiven Einschätzung der jeweiligen Geschwindigkeit und ihrer Änderung stehenblieben oder Zuflucht zu Formeln suchten.

Interviewleitfaden

Realexperiment

- *Demonstration eines Fahrbahnexperiments (s. Abbildung 16.1)*
- *Aufforderung an die Schüler, das Experiment selbst durchzuführen*

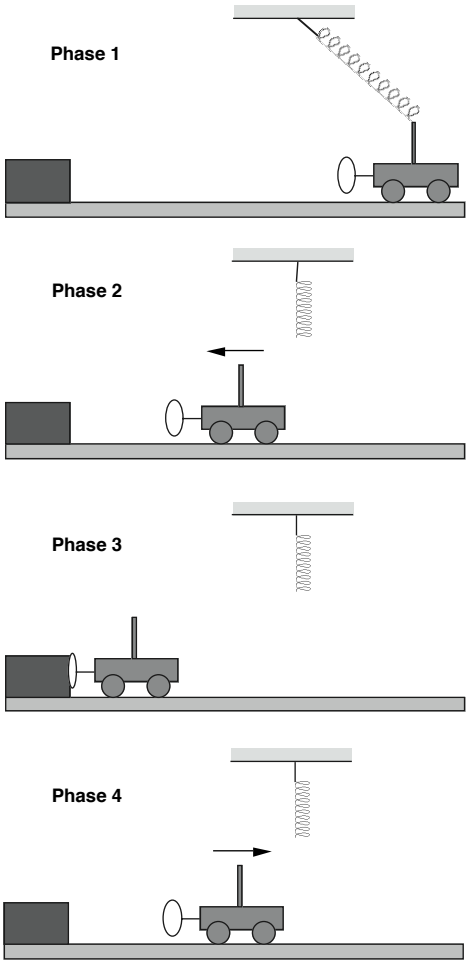
Aufgabenstellung

- *Beschreiben Sie den Vorgang aus Ihrer Sicht!*
- *Entwerfen Sie zu dem Vorgang ein v(t)-Diagramm und erläutern Sie dabei Ihre Überlegungen*

Die Schüler erhalten 5-10 Minuten Zeit zur ungestörten Beratung. Der Interviewer hält sich mit Bewertungen und Ratschlägen stark zurück.

Eingriffe

Wenn die Schüler versuchen, das v(t)-Diagramm rein intuitiv aufzustellen oder gar keinen Lösungsansatz finden, fordert der Interviewer sie auf, zunächst ein F(t)-Diagramm zu entwerfen. Ggf. muß der Zusammenhang F→a→v *auch grundsätzlich fragend-entwikkelnd geklärt werden.*



16.1 Skizze des Versuchsablaufs zur Interviewaufgabe.

Etwa die Hälfte der Schüler wandte in den Interviews selbständig eine Argumentationsweise des ersten Typs an bzw. waren dazu nach kurzer Anregung in der Lage.

Ein Beispiel soll einen Kompetenzerwerb der Stufe 1 illustrieren. Der Interviewer hatte das Fahrbahnexperiment zweimal demonstriert. Die Schüler verzichteten auf eine eigene Wiederholung:

Bernd: Von Reibungskräften können wir absehen?

Interv.: Das bleibt euch überlassen, wie ihr das machen wollt.

Bernd: Also ohne Reibungskräfte – dann .. .

Die Schüler beraten sich für etwa zwei Minuten und zeichnen ein v(t)-Diagramm (vgl. Abb. 16.2).

Interv.: Könnt ihr die Abschnitte in der Kurve nochmal erläutern?

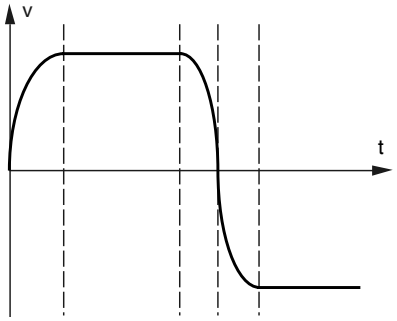
Bernd: Das hier ist die Beschleunigung durch die Feder. Das ist hier der Weg bis zur Wand. Dieses hier ist das Zusammendrücken der Blattfeder, zuerst langsamer, weil zuerst da ja weniger Kraft drauf ist als nachher, und dann schneller. Und hier dehnt sich die Blattfeder wieder

aus. Also zuerst beschleunigt der Wagen schnell und dann wieder langsamer, bis hier. Und ab hier ist es dann wieder gleichbleibend.

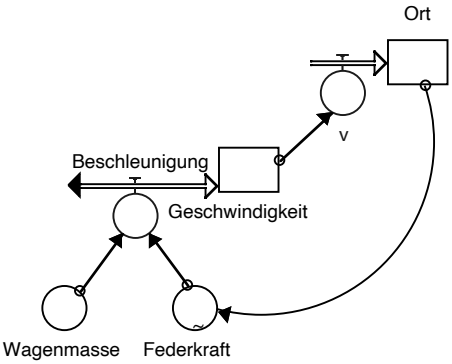
Ein entsprechendes STELLA-Modell, das die Bewegung des Wagens beschreibt, wird in Abbildung 16.3 gezeigt. Es war im Unterricht vorher *nicht* behandelt worden. Das Modell verdeutlicht die notwendigen Überlegungen:

- Die beschleunigende Kraft ist eine Funktion des Ortes.
- Aus ortsabhängiger Kraft und Wagenmasse ergibt sich die jeweilige Beschleunigung.
- Die jeweilige Größe der Beschleunigung steuert die Veränderung der Geschwindigkeit.

In den halbstündigen Paar-Interviews kam die Methode des lauten Denkens zum Einsatz. Die Gespräche der Schüler über das im Experiment oder schriftlich präsentierte Phänomen wurden auf Tonband aufgenommen und transkribiert. Man kann so nicht nur feststellen, *ob* die Schüler bestimmte Aufgaben lösen können, z.B. einen Bewegungsverlauf vorhersagen, sondern auch, *welche Lösungsstrategien* sie dabei verwenden. Durch einen *Strukturvergleich* mit den von Modellbildungssystemen nahegelegten Strategien kann man so am ehesten spezifische Beiträge des Computereinsatzes zum Aufbau von physikalischer Kompetenz belegen.



16.2 Schülervorhersage des v(t)-Verlaufs.



16.3 STELLA-Modell passend zur Interviewaufgabe.

Die Interviews wurden bewußt *ohne Verwendung des Computers* durchgeführt. Bei der Frage nach dem Beitrag des Computereinsatzes zur Herausbildung physikalischer Kompetenz sind Erhebungssituationen relevant, in denen der Computer nicht notwendig oder verfügbar ist. Es geht nicht darum, zu klären, ob die Schüler bei Vorhandensein eines Computers physikalische Probleme lösen können, sondern um die Frage, ob konzeptuelle Kompetenz, deren Ausbildung durch die Anwendung von Modellbildungssystemen spezifisch gefördert werden sollte, bei der prinzipiellen Herangehensweise an mechanische Fragestellungen nachweisbar ist.

Die Interviewaufgaben waren vorher im Unterricht nicht mit Hilfe von Modellbildungssystemen bearbeitet worden. Wie gezeigt wurde, entspricht der Aufbau der potentiell zu bildenden Modelle jedoch der Grundstruktur mehrerer Modelle zu anderen Phänomenen, die im Unterricht erarbeitet worden waren (vgl. Kapitel 15). Die Strukturgleichheit der Argumentationen von solchen Schülern, die die Interviewaufgaben erfolgreich bearbeiten konnten und damit ihr qualitatives Verständnis Newtonscher Dynamik unter Beweis stellten, und dem entsprechenden Modell gibt Hinweise auf den Beitrag computerunterstützter Modellbildung zur Ausbildung physikalischer Kompetenz im Bereich Kräfte und Bewegungen. Eine quantitative Abschätzung dieses Beitrags ist nicht möglich. In der Pilotstudie erschien es wichtiger, strukturelle Merkmale erfolgreicher und fehlerhafter Argumentationen von Schülern im Hinblick auf die Unterstützung der Kompetenzentwicklung durch Modellbildungssysteme zu diskutieren.

16.4 Schülerorientierung

Die Frage, ob der Einsatz von Modellbildungssystemen zu einer stärkeren Orientierung des Physikunterrichts an den Fragen, Vorschlägen und Verständnisschwierigkeiten der Schüler führt, muß mit „Ja, aber ...“ beantwortet werden. Neue Unterrichtstechnologien verändern nicht per se die methodische Grundkonzeption, bzw. den Unterrichtsstil eines Lehrers. Es kommt entscheidend darauf an, *wie* man die Werkzeuge einsetzt. Für eine offenere, schülerorientiertere Gestaltung des Unterrichts ist eine dahingehende Grundsatzentscheidung des Lehrers Voraussetzung, die er *grundsätzlich* und *unabhängig vom Computereinsatz* zu treffen hat. Methodische Grundeinstellungen und persönliche Unterrichtsstile, sowie vermeintliche oder tatsächliche curriculare Zwänge setzen hier Grenzen, ebenso die Bereitschaft von Schülern aus der Rolle der Konsumenten physikalischer Sachverhalte herauszutreten. Lehrer, die auch sonst bereits Schülervorschläge im Unterricht berücksichtigten, die sich wegen damit einhergehender mathematisch-formaler Probleme dazu aber nur begrenzt in der Lage sahen, setzten das Spektrum der Möglichkeiten des Einsatzes von Modellbildungssystemen zur Berücksichtigung schülereigener Fragestellungen und Lösungswege gerne ein. Einige Beispiele sollen das illustrieren:

- Eingehen auf Themenvorschläge von Schülern, die von Standardbeispielen mit einfachen mathematischen oder experimentellen Lösungen abwichen. Im arbeitsteiligen Gruppenunterricht wurden individuelle Lösungswege zugelassen und von den Schülern auch beschritten.
- Zurückhaltung mit einer schnellen Bewertung der Richtigkeit von Schülervorschlägen für die Gestaltung eines Modells und Zulassung scheinbar unproduktiver Modellansätze im Vertrauen auf die Fähigkeit der Schüler zur gegenseitigen Kritik und auf die Auswertung der Simulationsergebnisse. Die Schüler erhielten so eine Möglichkeit, sich die Konsequenzen ihrer Annahmen vor Augen zu führen. Da mit Hilfe von Modellbildungssystemen aufwendige Berechnungen abgekürzt wurden, stand mehr Zeit für die physikalische Reflexion der Ergebnisse zur Verfügung. Selbst substantielle Änderungen an Modellen konnten mit den benutzungsfreundlichen Modelleditoren schnell vorgenommen werden.
- Im Klassenunterricht mit nur einem zentralen Computer: Übertragung der Bedienung des Rechners bzw. der Software auf Schüler. Das hatte für beide Seiten Vorteile: Der Lehrer war von manuellen Tätigkeiten befreit und konnte sich stärker der Lerngruppe zuwenden. Bei den Schülern wurde dem Aufbau einer Hemmschwelle entgegengewirkt. Das Modellbildungssystem wurde so von der Lerngruppe als gemeinsames Hilfsmittel akzeptiert.

In Kursen mit der Möglichkeit zur Gruppenarbeit am Rechner eröffneten Modellbildungssysteme den Schülern neue Formen eigenständigen physikalischen Handelns. Zu den Schüler*experimenten* kam die Möglichkeit hinzu, am Computer mit theoretischen Betrachtungen „experimentell“ umzugehen und quantitative Aussagen zu entwickeln. „Experimentieren mit physikalischen Beschreibungen“ eignet sich ohne computergestützte Modellbildungssysteme für Gruppenarbeit kaum, weil konkrete Folgerungen aus den Hypothesen zumeist einen mathematischen Aufwand erfordern, der allenfalls im gelenkten, lehrerzentrierten Klassenunterricht beherrschbar ist.

Ein „Experimentieren mit eigenen Ideen“ verlangt nach kleinen Gruppen, denen jeweils ein Rechner zur interaktiven Arbeit zur Verfügung steht. Im Klassenuntericht mit einem zentralen Computer kamen jeweils nur zwei bis drei unterschiedliche Ansätze zur Beschreibung eines Phänomens tatsächlich zum Zuge — und das meist von den leistungsstärkeren bzw. zumindest mündlich aktiven Schülern. Dadurch bestand die Gefahr einer unerwünschten Binnendifferenzierung. Dies ist kein spezifisch mit Computereinsatz zusammenhängender Effekt, doch man sollte sich der Gefahr bewußt sein, daß Modellbildungssysteme wegen ihrer größeren Anforderungen an die physikalische Konzeptualisierungsfähigkeit die Kluft zwischen guten und schwächeren Schülern zusätzlich vergrößern kann.

Eine Schülerin sprach dieses Problem in einer Gesprächsrunde im Kurs an:

> *Ich weiß nur, als wir das damals bei Ihnen in der Universität gemacht haben (gemeint ist ein Interview; d.Verf.), und es war niemand um uns herum, der alles weiß, so daß man denkt, der kann das schon und ach Gott, ich bin ja sowieso bescheuert, da habe ich das erst richtig geschnallt, was das alles soll. Und dann konnte ich das beim nächsten Mal im Unterricht auch richtig nachvollziehen. Aber wenn dann immer einer um einen herumsitzt, der sagt, ach, ich kann das sowieso schon, und das geht ganz einfach so und so, und wenn du das nicht kannst, na gut, dann ist das eben auch egal, dann denke ich mir auch, ach Gott, nee, dann lasse ich das lieber. Aber so ganz in Ruhe, da schnallt man das erst richtig.*

Wie bei jedem offenen Unterricht bestand die Gefahr, die Schüler bei komplexeren Zusammenhängen zu überfordern, bzw. zu frustrieren. Auf diesen Aspekt muß besonders bei der Auswahl von Fragestellungen für den arbeitsteiligen Gruppenunterricht geachtet werden. Sinnvoll sind Aufgaben, bei denen bereits einfache Modelle zu ersten Ergebnissen führen, die dann von fortgeschrittenen Schülern ausgebaut werden können.

Insgesamt schätzten die meisten Schüler die größere Offenheit des Unterrichts. Dazu ein Schülerzitat aus einem Interview im Anschluß an eine Gruppenarbeitsphase mit STELLA:

> *Ich finde es gerade witzig, wenn man nur die Daten hat und dann selber eigenständig ein Modell entwickeln kann. ... Wenn ich mir überlege, wieviele Variationsmöglichkeiten, wieviele verschiedene Modelle wir so hatten. Das bringt wesentlich mehr, als wenn wir nur jeweils ein einziges Modell gehabt hätten.*

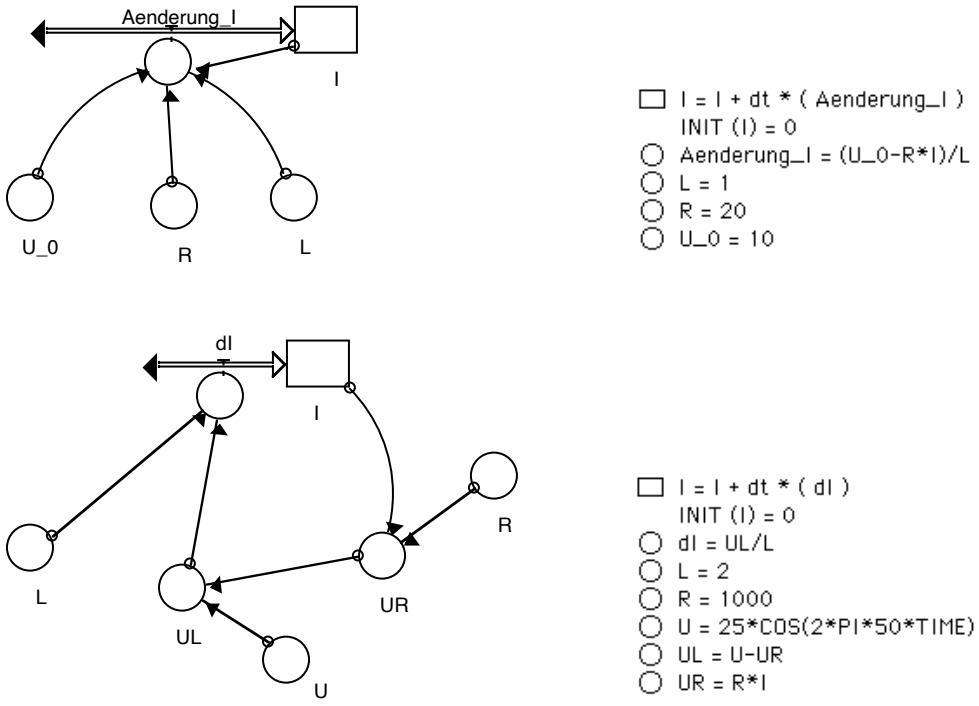
Das abschließende Beispiel zeigt konkret, wie sich Schülerorientierung als methodisches Grundprinzip, unterstützt durch Einsatz eines Modellbildungssystems, positiv auf physikalisches Verstehen auswirkt. In einem Leistungskurs der 12. Jahrgangsstufe (Themengebiet Schwingungen) arbeiteten Schüler und Lehrer über mehr als eine Stunde an einer Modellierung der Selbstinduktion bei einer Spule. Dabei wurden Probleme der Schüler mit dem Verständnis des physikalisch zentralen Einflusses der induzierten Spannung U_i auf die Stromänderungsrate dI/dt deutlich. Diese Beziehung war zugleich der Kern des entsprechenden Modells.

Die Schüler hatten in einer Hausaufgabe recht unterschiedliche Vorschläge enwickelt. In der Besprechung gibt der Lehrer nicht einfach die richtige Lösung an (die im Lehrerbegleitmaterial enthalten war), sondern bemüht sich, den Ideen der Schüler gerechtzuwerden, obwohl er die Aufarbeitung der Vorschläge und die Fertigstellung eines befriedigenden Modells in seinem anschließenden Bericht als „mühsam“ kennzeichnete. STELLA unterstützte ihn in diesem Ansatz durch die Flexibilität bei Änderungen an Modellentwürfen. Das abschließende Modell wich zwar nicht in seiner Tiefenstruktur, wohl aber in der Anordnung der Größen sowie besonders in der Klarheit der Herausarbeitung der Zusammenhänge im Simulationsdiagramm von den Vorbereitungsmaterialen ab

Wie wichtig die „oberflächlichen“ Unterschiede in den Modellen für das physikalische Verstehen waren, geht aus einem Zitat aus dem Bericht des Lehrers hervor (s.a. Abb. 16.4):

> *Zum Schluß betrachteten wir den Lösungsvorschlag der Beispielsammlung der Uni* (Lehrerbegleitmaterialien, d. Verf.). *Er löste große Heiterkeit aus, weil dort die mühsame Denkarbeit über die Beziehungen der Spannungen zueinander in einer einzigen Gleichung dI=(U-R·I)/L verpackt ist, und damit die Hauptschwierigkeit der Schüler nicht mehr erkennbar ist.*

Nur dadurch, daß abweichend von der Musterlösung eine schülereigene Modellformulierung zugelassen wurde, konnten bei der Arbeit am Modell die physikalischen Konzeptualisierungsprobleme der Schüler aufgearbeitet werden.



16.4 Modelle zum Stromfluß durch eine Spule. Oben: Vorschlag aus den Lehrermaterialien (vgl. Punkt 11.3); unten: Schülerlösung.

Anhang

A1 Modelle in MOEBIUS-Versionen

A2 Literatur

A3 Software

A1 Modelle in MOEBIUS-Versionen

Praktisch alle im Buch gezeigten Modell können außer mit STELLA auch mit anderen gängigen Modellbildungssystemen konstruiert werden. Im folgenden werden Übertragungen auf das Programm MOEBIUS (Ernst Klett Verlag, Stuttgart) vorgestellt.

MOEBIUS hat in der Version 2.0 einen grafischen Modelleditor. Von seinem Charakter her bleibt das Programm zeilenorientiert (s. dazu Punkt 2.4). Man kann fakultativ eine grafische und sogar eine sprachliche Ebene nutzen („je-desto"-Aussagen), um ein Modell zu erstellen. Im wesentlichen arbeitet man jedoch auf der Gleichungsebene. Das grafische bzw. sprachliche Modell wird automatisch in ein algorithmisches übersetzt.

Folgende Beispiele werden gezeigt:

zu Kapitel 7:

- Schräger Wurf
- Vollbremsung
- Anfahren mit Vollgas
- Rakete

zu Kapitel 8:

- Papiertrichter
- Meteoriten

zu Kapitel 9:

- Rutherford-Streuung

zu Kapitel 10:

- Horizontales Federpendel mit Dämpfung
- Gekoppelte Pendel
- Pohlsches Drehpendel

zu Kapitel 11:

- Arbeit bei der Kondensatorladung
- Kapazität im Wechselstromkreis
- Induktivität im Wechselstromkreis
- Elektromagnetischer Schwingkreis

zu Kapitel 12:

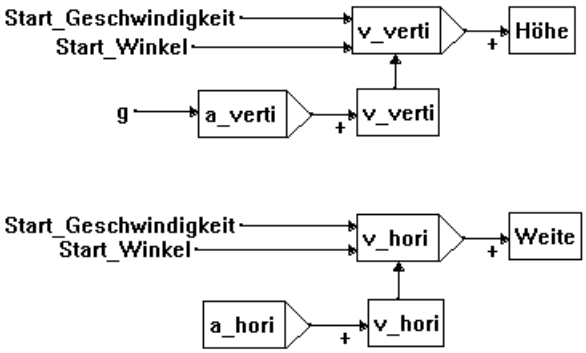
- Produktion und Zerfall von Barium 137
- Zerfallsreihe über 5 Generationen
- Zerfall angeregten Silbers

zu Kapitel 13:

- Wärmefluß

Bei allen Beispielen werden die grafische und die algorithmische Modellebene gezeigt. Dazu kommen ein Satz geeigneter Startwerte und Parameter sowie anhand von Abbildungsnummern Verweise auf die entsprechenden STELLA-Modelle.

Schräger Wurf (vgl. Abb. 7.3 u. 7.4)

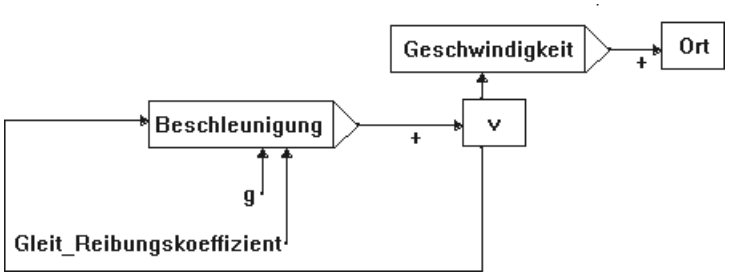


Wiederhole 250 mal

```
v_verti = v_vertikal + (Start_Geschwindigkeit * sin(Start_Winkel))
a_verti = g
v_hori = v_horizontal + (Start_Geschwindigkeit * cos(Start_Winkel))
a_hori = 0
Höhe := Höhe + v_verti *Zeitschritt
Weite := Weite + v_hori *Zeitschritt
v_vertikal := v_vertikal + a_verti *Zeitschritt
v_horizontal := v_horizontal + a_hori *Zeitschritt
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

V_VERTIKAL	0
START_GESC	14
START_WINK	0,6981
G	-9,81
V_HORIZONT	0
HÖHE	2
ZEITSCHRITT	0,01
WEITE	0
ZEIT	0

Vollbremsung (vgl. Abb. 7.6)

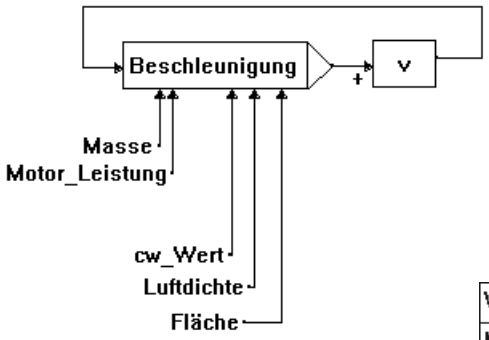


Wiederhole 50 mal

```
Geschwindigkeit = v
Geschw_in_kmh = Geschwindigkeit  * 3,6
Ort_vorher = Ort
Beschleunigung =  Gleit_Reibungskoeffizient * g
IF Geschwindigkeit <= 0 THEN Beschleunigung = 0
Ort := Ort +  Geschwindigkeit *Zeitschritt
v := v + Beschleunigung *Zeitschritt
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

V	27,77777
ORT	0
GLEIT_REIBU	-0,3
G	9,81
ZEITSCHRITT	1
ZEIT	0

Anfahren mit Vollgas (vgl. Abb. 7.8 u. 7.9)

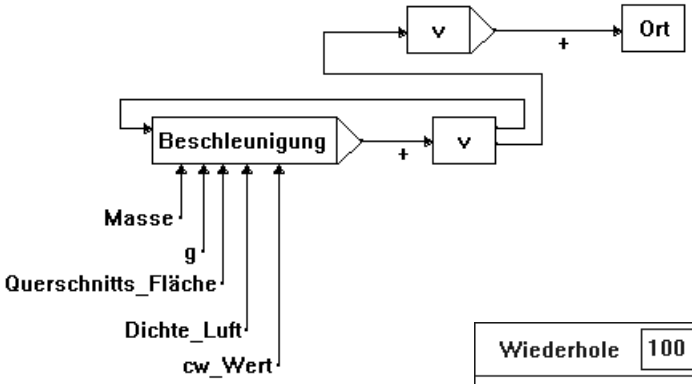


V	0,1
MASSE	1300
F_HAFTREIB	0,6
G	9,81
MOTOR_LEIS	55000
CW_WERT	0,3
FLÄCHE	2,5
LUFTDICHTE	1,3
ZEITSCHRITT	1
ZEIT	0

Wiederhole 100 mal

```
Geschw_in_kmh = v * 3,6
HaftReibungs_Kraft = Masse * f_HaftReibung * g
IF Motor_Leistung / v > HaftReibungs_Kraft
   THEN Beschleunigung = HaftReibungs_Kraft / Masse
IF Motor_Leistung / v <= HaftReibungs_Kraft
   THEN Beschleunigung = Motor_Leistung / (Masse * v)
LuftReibungs_Kraft = 0,5  * cw_Wert * Fläche * Luftdichte * v^2
Beschleunigung := Beschleunigung - LuftReibungs_Kraft /Masse
v := v + Beschleunigung *Zeitschritt
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

Papiertrichter (vgl. Abb. 8.5)

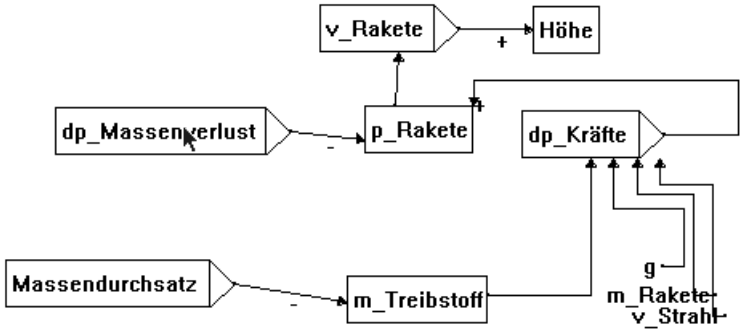


V	0
MASSE	0,012
G	-9,81
CW_WERT	5
DICHTE_LUF	1,3
QUERSCHNIT	0,0154
ZEITSCHRITT	0,01
ORT	2
ZEIT	0

Wiederhole 100 mal

```
v:= v
Beschleunigung :=[ ( Masse *  g )+ ( 0.5 * cw_Wert
   * Dichte_Luft * Querschnitts_Fläche * v * v ) ) / Masse
v := v + Beschleunigung *Zeitschritt
Ort := Ort + v*Zeitschritt
a_durch_10 := Beschleunigung / 10
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

Rakete (Impulsänderung, Schubkraft; vgl. Abb. 7.14)

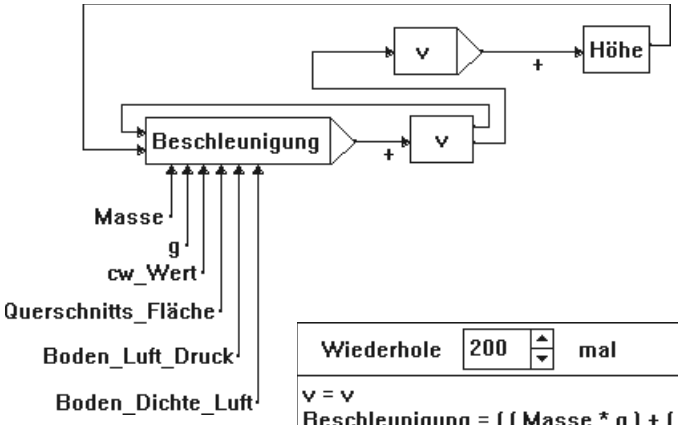


MASSENDUR	0,125
V_RAKETE	0
M_RAKETE	0,027
M_TREIBSTO	0,05
G	-9,81
V_STRAHL	17,7
P_RAKETE	0
ZEITSCHRITT	0,01
HÖHE	0
ZEIT	0

Wiederhole 400 mal

```
dp_Massenverlust = Massendurchsatz * v_Rakete
dp_Kräfte = (m_Rakete +  m_Treibstoff) * g + ( Massendurchsatz * v_Strahl)
IF m_Treibstoff > 0 THEN Massendurchsatz = 0.125
IF m_Treibstoff <= 0THEN Massendurchsatz = 0
v_Rakete = p_Rakete / (m_Rakete + m_Treibstoff)
p_Rakete := p_Rakete - dp_Massenverlust *Zeitschritt
m_Treibstoff := m_Treibstoff - Massendurchsatz *Zeitschritt
Höhe := Höhe + v_Rakete *Zeitschritt
p_Rakete := p_Rakete + dp_Kräfte *Zeitschritt
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

Meteoriten (vgl. Abb. 8.11 u. 8.12)

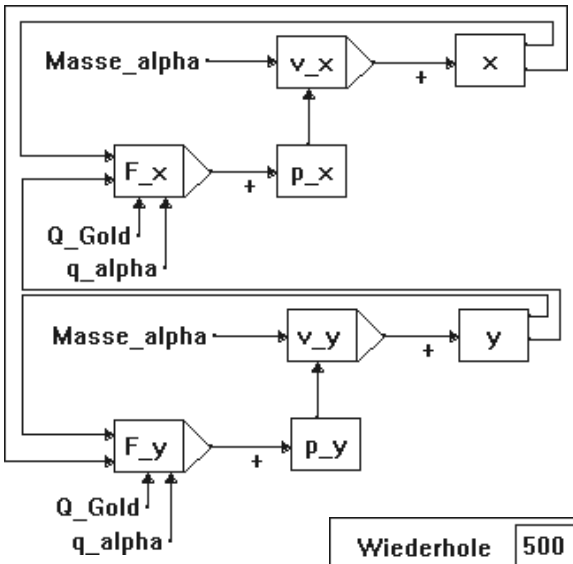


V	-16000
MASSE	100
G	-9,81
CW_WERT	1
QUERSCHNIT	0,065
BODEN_DICH	1,3
HÖHE	60000
BODEN_LUF	101300
ZEITSCHRITT	0,04
ZEIT	0

Wiederhole 200 mal

```
v = v
Beschleunigung = ( ( Masse * g ) + ( 0.5 * cw_Wert * Querschnitts_Fläche
  * SQR(v) * Boden_Dichte_Luft * EXP(  g * Boden_Dichte_Luft
  * Höhe / Boden_Luft_Druck ) ) ) / Masse
v := v + Beschleunigung *Zeitschritt
Höhe := Höhe + v *Zeitschritt
a_x_10 = Beschleunigung * 10
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

Rutherford-Streuung (vgl. Abb. 9.36 u. 9.38)

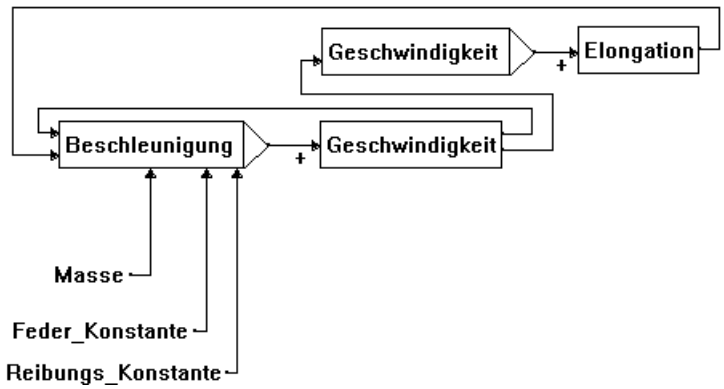


P_Y	0
MASSE_ALPH	6,61E-27
P_X	1,283E-19
Q_GOLD	1,264E-17
Q_ALPHA	3,2E-19
X	-3E-13
Y	-1,5E-13
ZEITSCHRITT	5E-22
ZEIT	0

Wiederhole 500 mal

```
v_y = p_y / Masse_alpha
v_x = p_x / Masse_alpha
F_x = (1/(4*3.141*8.854E-12)*Q_Gold*q_alpha/(x^2+y^2)^1,5)*x
F_y = (1/(4*3,141*8,854E-12)*Q_Gold*q_alpha/(x^2+y^2)^1,5)*y
x := x + v_x *Zeitschritt
p_x := p_x + F_x *Zeitschritt
p_y := p_y + F_y *Zeitschritt
y := y + v_y *Zeitschritt
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

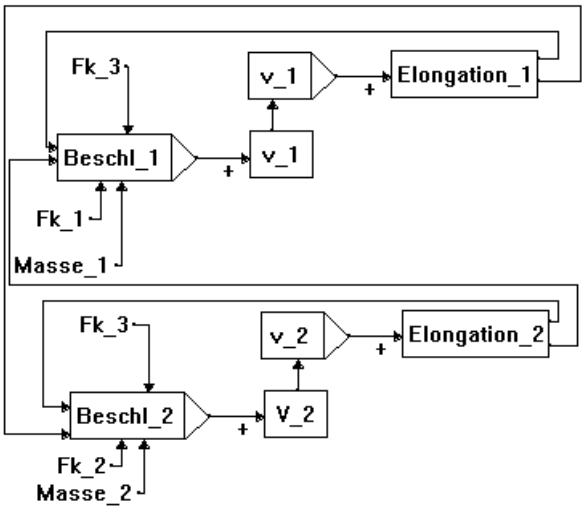
Horizontales Federpendel mit Dämpfung (vgl. Abb. 10.4 u. 10.5)



GESCHWIND	0
FEDER_KON	-7
ELONGATION	-0,1
REIBUNGS_K	-0,1021
MASSE	0,2
ZEITSCHRITT	0,002
ZEIT	0

```
Wiederhole 6000 mal
Geschwindigkeit := Geschwindigkeit
Beschleunigung := ((Feder_Konstante * Elongation)
      +(Reibungs_Konstante * Geschwindigkeit*ABS(Geschwindigkeit)))/ Masse
Elongation := Elongation + Geschwindigkeit *Zeitschritt
Geschwindigkeit := Geschwindigkeit + Beschleunigung *Zeitschritt
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

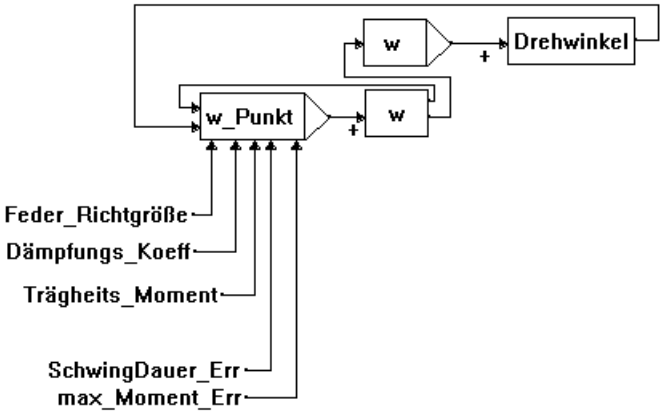
Gekoppelte Pendel (vgl. Abb. 10.7 u. 10.8)



V_1	0
FK_1	3,5
ELONGATION	-0,1
FK_3	0,1
ELONGATION	0
MASSE_1	0,2
V_2	0
FK_2	3,5
MASSE_2	0,2
ZEITSCHRITT	0,01
ZEIT	0

```
Wiederhole 6000 mal
v_1:= v_1
Beschl_1 :=( (-Fk_1 * Elongation_1)
   + ( Fk_3 * (Elongation_1 - Elongation_2)))/ Masse_1
v_2 := v_2
Beschl_2 := ((-Fk_2 * Elongation_2)
    - (Fk_3 * (Elongation_1 - Elongation_2)))/ Masse_2
v_1 := v_1 + Beschl_1 *Zeitschritt
Elongation_1 := Elongation_1 + v_1*Zeitschritt
V_2 := V_2 + Beschl_2 *Zeitschritt
Elongation_2 := Elongation_2 + v_2 *Zeitschritt
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

Pohlsches Drehpendel (vgl. Abb. 10.10 u. 10.12)

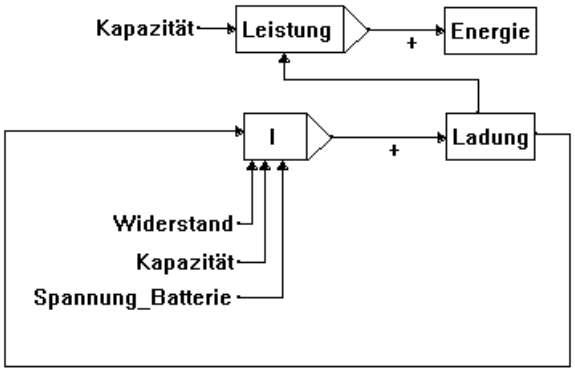


W	0
FEDER_RICH	0,034
DREHWINKE	0,524
DÄMPFUNGS	0,001
MAX_MOMEN	0,01
ZEIT	0
SCHWINGDA	1
TRÄGHEITS_	0,0031
ZEITSCHRITT	0,02

Wiederhole 1600 mal

```
w := w
w_Punkt := ((-Feder_Richtgröße * Drehwinkel) + (-Dämpfungs_Koeff*w)
   + (max_Moment_Err * SIN(2*3,141*Zeit/SchwingDauer_Err)))/ Trägheits_Moment
w := w + w_Punkt *Zeitschritt
Drehwinkel := Drehwinkel + w *Zeitschritt
Winkel_in_Grad := Drehwinkel * 180 / 3,141
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

Arbeit bei der Kondensatorladung (vgl. Abb. 11.8 u. 11.9)

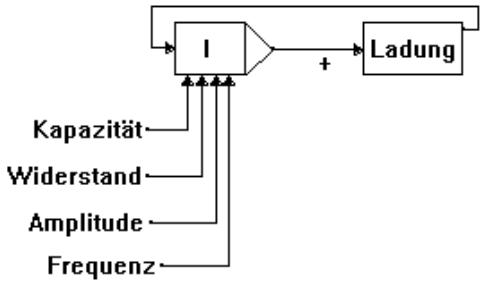


LADUNG	0
KAPAZITÄT	40E-6
SPANNUNG_	10
WIDERSTAN	10000
ZEITSCHRITT	0,01
ENERGIE	0
ZEIT	0

Wiederhole 200 mal

```
Spannung_Kondensator := Ladung / (Kapazität * 10000)
I := (Spannung_Batterie - Ladung / Kapazität) / Widerstand
Leistung := I * Ladung / Kapazität
Ladung := Ladung + I *Zeitschritt
Energie := Energie + Leistung *Zeitschritt
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

Kapazität im Wechselstromkreis (vgl. Abb. 11.11 u. 11.12)

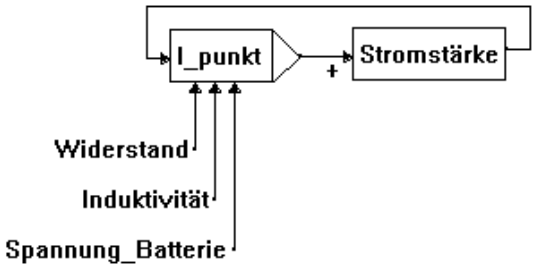


AMPLITUDE	10
FREQUENZ	10
ZEIT	0
LADUNG	0
KAPAZITÄT	0,001
WIDERSTAND	10
ZEITSCHRITT	0,001

Wiederhole 500 mal

```
Spannung_Generator := Amplitude * SIN(2*3,141*Frequenz*Zeit)
Spannung_Kondensator := Ladung / Kapazität
I := (Spannung_Generator - Spannung_Kondensator ) / Widerstand
Ladung := Ladung + I *Zeitschritt
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

Induktivität im Wechselstromkreis (vgl. Abb. 11.15 u. 11.16)

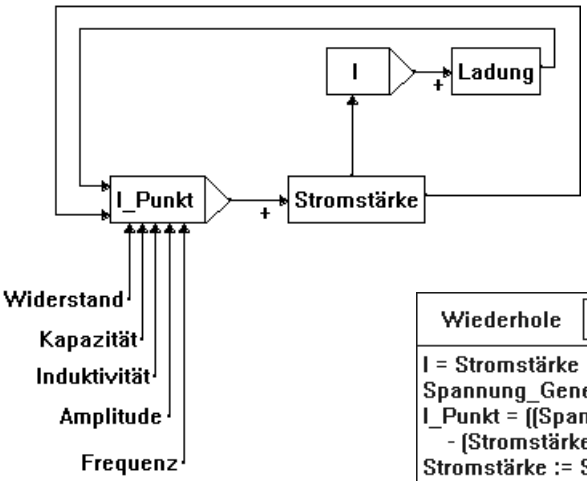


ZEIT	0
STROMSTÄR	0
WIDERSTAND	400
INDUKTIVITÄ	630
ZEITSCHRITT	0,01

Wiederhole 1000 mal

```
IF Zeit < 5 THEN Spannung_Batterie = 10
IF Zeit >= 5 THEN Spannung_Batterie = 0
I_punkt :=-(Stromstärke * Widerstand - Spannung_Batterie) / Induktivität
Spannung_Spule :=  I_punkt * Induktivität
Stromstärke := Stromstärke + I_punkt *Zeitschritt
I_x_200 := Stromstärke * 200
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

Elektromagnetischer Schwingkreis (vgl. Abb. 11.19 u. 11.21)

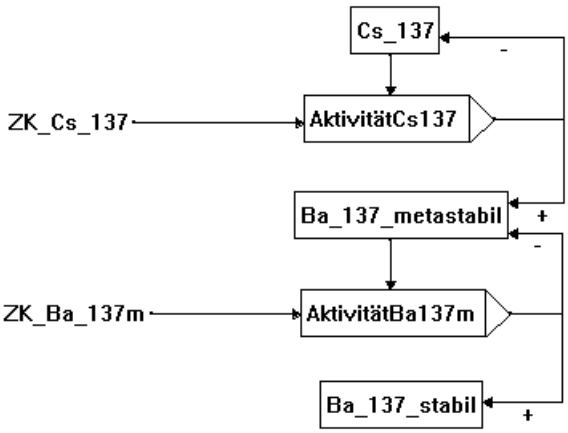


STROMSTÄR	0
AMPLITUDE	10
FREQUENZ	50
ZEIT	0
LADUNG	0
KAPAZITÄT	1E-5
WIDERSTAND	10
INDUKTIVITÄ	0,1
ZEITSCHRITT	0,00005

Wiederhole 5000 mal

```
I = Stromstärke
Spannung_Generato =Amplitude*SIN(2*3.141*Frequenz*Zeit)
I_Punkt = ((Spannung_Generator) - (Ladung/Kapazität)
   - (Stromstärke*Widerstand)) / Induktivität
Stromstärke := Stromstärke + I_Punkt *Zeitschritt
Ladung := Ladung + I *Zeitschritt
I_x_100 = Stromstärke * 100
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

Produktion und Zerfall von Barium 137 (vgl. Abb. 12.5 u. 12.6)

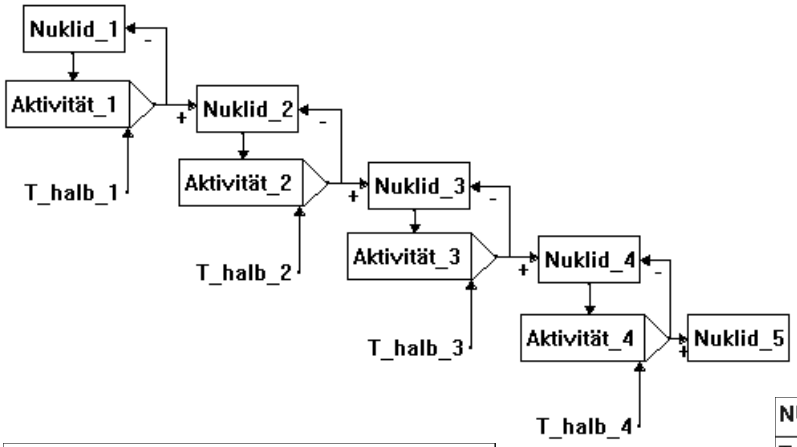


ZK_BA_137M	0,0042
BA_137_MET	0
ZK_CS_137	7,3E-10
CS_137	1E9
ZEITSCHRITT	1
BA_137_STA	0
ZEIT	0

Wiederhole 1000 mal

```
AktivitätBa137m := ZK_Ba_137m * Ba_137_metastabil
AktivitätCs137 := ZK_Cs_137  * Cs_137
Ba_137_metastabil := Ba_137_metastabil - AktivitätBa137m *Zeitschritt
Cs_137 := Cs_137 - AktivitätCs137 *Zeitschritt
Ba_137_metastabil := Ba_137_metastabil + AktivitätCs137 *Zeitschritt
Ba_137_stabil := Ba_137_stabil + AktivitätBa137m *Zeitschritt
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

Zerfallsreihe über 5 Generationen (vgl. Abb. 12.8 u. 12.10)



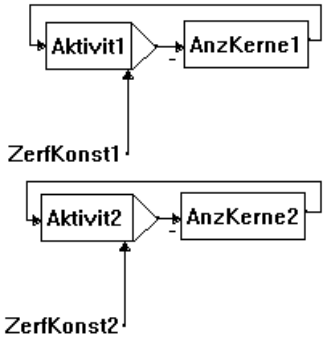
NUKLID_1	1E6
T_HALB_1	1
NUKLID_2	0
T_HALB_2	1000
NUKLID_3	0
T_HALB_3	3
NUKLID_4	0
T_HALB_4	4
ZEITSCHRITT	0,05
NUKLID_5	0
ZEIT	0

Wiederhole 600 mal

```
Aktivität_1 = LN(2) * Nuklid_1 / T_halb_1
Aktivität_2 = LN(2) * Nuklid_2 / T_halb_2
Aktivität_3 = LN(2) * Nuklid_3 / T_halb_3
Aktivität_4 = LN(2) * Nuklid_4 / T_halb_4
Nuklid_2 := Nuklid_2 + Aktivität_1 *Zeitschritt
Nuklid_3 := Nuklid_3 + Aktivität_2 *Zeitschritt
Nuklid_4 := Nuklid_4 + Aktivität_3 *Zeitschritt
Nuklid_5 := Nuklid_5 + Aktivität_4 *Zeitschritt
Nuklid_1 := Nuklid_1 - Aktivität_1 *Zeitschritt
Nuklid_2 := Nuklid_2 - Aktivität_2 *Zeitschritt
Nuklid_3 := Nuklid_3 - Aktivität_3 *Zeitschritt
Nuklid_4 := Nuklid_4 - Aktivität_4 *Zeitschritt
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

Zerfall angeregten Silbers (vgl. Abb. 12.11 u. 12.12)

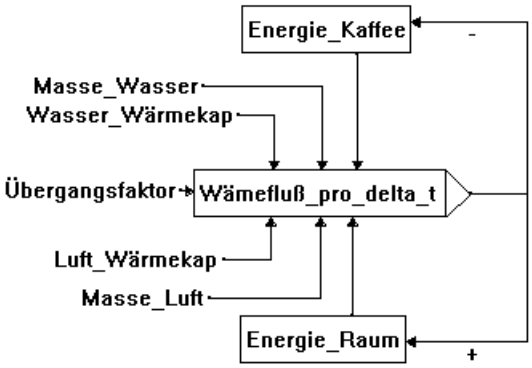
ANZKERNE1	50000
ZERFKONST1	0,028
ZEITSCHRITT	1
ANZKERNE2	50000
ZERFKONST2	0,0048
ZEIT	0



Wiederhole 200 mal

```
Aktivit1:= AnzKerne1 * ZerfKonst1 * Zeitschritt
Aktivit2 := AnzKerne2 * ZerfKonst2 * Zeitschritt
Aktivität := Aktivit1 + Aktivit2
AnzKerne2 := AnzKerne2 - Aktivit2 *Zeitschritt
AnzKerne1 := AnzKerne1 - Aktivit1*Zeitschritt
Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

Wärmefluß (vgl. Abb. 13.8 u. 13.9)



ÜBERGANGS	5
ENERGIE_KA	295108
MASSE_WAS	0,2
WASSER_WÄ	4180
ENERGIE_RA	15236000
MASSE_LUFT	52
LUFT_WÄRM	1000
ZEITSCHRITT	1
ZEIT	0

Wiederhole 600 mal

```
Wämefluß_pro_delta_t = Übergangsfaktor*([Energie_Kaffee/(Masse_Wasser
    *Wasser_Wärmekap)] - [Energie_Raum/(Masse_Luft*Luft_Wärmekap)])
Energie_Kaffee := Energie_Kaffee - Wämefluß_pro_delta_t *Zeitschritt
Energie_Raum := Energie_Raum + Wämefluß_pro_delta_t *Zeitschritt
Temp_Kaffee = Energie_Kaffee/(Masse_Wasser * Wasser_Wärmekap)
Temp_Raum = Energie_Raum /(Masse_Luft * Luft_Wärmekap)
 Zeit := Zeit + Zeitschritt
```

A2 Literatur

Bethge 1991
Bethge, T. & Schecker, H.: Experimentieren mit Ideen. In: *Computer und Unterricht* **1** (1991), 4, 20-24.

Bethge 1992
Bethge, T. & Schecker, H.: Materialien zur Modellbildung und Simulation im Physikunterricht. Bremen: Universitätsverlag.

Bliss 1993a
Bliss, J. & Ogborn, J.: Tools for Exploratory Learning Programme - Executive Summary Report. London: University of London, King's College.

Bliss 1993b
Bliss, J., Mellar, H., Ogborn, J. & Nash, C.: Tools for Exploratory Learning Programme - Technical Report 2 „Semi-Quantitative Reasoning - Expressive". London: University of London, King's College.

Bossel 1992
Bossel, H.: Modellbildung und Simulation. Braunschweig: Vieweg.

Capellen 1987
Meyer zur Capellen: Die lineare Schwingung mit quadratischem Widerstandsgesetz. In: *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht* **40** (1987), 3, 151-153.

Ciesla 1991
Ciesla, E. & Jodl, H.J.: 9. Treffen des Arbeitskreises „Computer im Physikunterricht" 1991. In: *Physik und Didaktik* **19** (1991), 4.

diSessa 1987
diSessa, A.A.: The third revolution in computers and education. In: *Journal of Research in Science Teaching* **24** (1987), 343-367.

Driver 1986
Driver, R. & Bell, B. : Students' Thinking and the Learning of Science: A Constructivist View. In: *The School Science Review* **67** (1986), 443-456.

Driver 1988
Driver, R., Scanlon, E.: Conceptual change in science. University of Lancaster: Information Technology in Education Research Programme, occasional paper 4/88, October 1988.

Duit 1986
Duit, R.: Der Energiebegriff im Physikunterricht. Kiel: IPN.

Duit 1992
Duit, R., Goldberg, F. & Niedderer, H. (eds.): Proceedings of the International Workshop ‚Research in Physics Learning - Theoretical Issues and Empirical Studies', Bremen, March 1991. Kiel: IPN.

Duit 1994
Duit, R. & Pfundt, H.: Bibliography Students' Alternative Frameworks and Science Education. Kiel: Institute for Science Education, 4th edition.

Ferguson 1993
Ferguson, D.L. (ed.): Advanced Educational Technologies for Mathematics and Science. In: Berlin: Springer.

Forrester 1968
Forrester, J.W.: Principles of Systems. Cambridge, MA: Wright-Allen.

Forrester 1990
Forrester, J.W.: System Dynamics as a Foundation for Pre-College Education. Cambridge, MA: MIT, System Dynamics Group .

Goldkuhle 1993
Goldkuhle, P.: Modellbildung und Simulation im Physikunterricht. Soest: Verlagskontor.

Gross-Berhag 1982
Bodemann, G., Firnhaber, Kirchhoff, H.W. et al.: Gross-Berhag Mechanik. Stuttgart: Klett.

Hassell 1987
Hassell, D.J.: The role of modelling activities in the humanities curriculum, with special reference to geography: an investigate study. Dissertation for Associateship for Education, London: King's College.

Hawkins 1964
Hawkins, G.S.: The Physics and Astronomy of Meteors, Comets and Meteorites. New York: Mac Graw Hill.

Hering 1989
Hering, E., Martin, R. & Stohrer, M.: Physik für Ingenieure. Düsseldorf: Verlag des Vereins Deutscher Ingenieure, 3. Auflage.

Hopkins 1990
Hopkins, P.L.: Classroom implementation of STELLA to illustrate Hamlet. Acton, MA: The Creative Learning Exchange.

Ingersoll 1987
Ingersoll, A.P.: Uranus. In: *Spektrum der Wissenschaft*, März 1987, 52ff.

Johnson 1987
Johnson, T.V., Brown, R.H. & Soderblom, L.A.: Die Monde des Uranus. In: *Spektrum der Wissenschaft*, Juni 1987, 78ff.

Klieme 1991
Klieme, E. & Maichle, U.: Erprobung eines Modellbildungssystems im Unterricht - Bericht über eine Pilotstudie zur Unterrichtsevaluation. Bonn: Institut für Test- und Begabungsforschung.

Klieme 1994
Klieme, E. & Maichle, U.: Modellbildung und Simulation im Unterricht der Sekundarstufe I — Auswertung von Unterrichtsversuchen mit dem Modellbildungssystem MODUS. Bonn: Institut für Bildungsforschung.

Kokavecz 1992
Kokavecz, B.: Modellbildung im Physikunterricht. In: *Computer und Unterricht* (1992), 8, 43-45.

Krämer 1988
Krämer, K.: Treffen des 6. Arbeitskreises „Computer im Physikunterricht". In: *Physik und Didaktik* **16** (1988), 4.

Kühnelt 1994
Kühnelt, H.: Bericht über das 11. Treffen des Arbeitskreises „Computer im Physikunterricht". In: *Physik und Didaktik* **22** (1994), 77-81.

Lang 1994
Lang, M.: Computernutzung in naturwissenschaftlichen und anderen Fächern. In: Behrendt, H. (Hrsg.): Zur Didaktik der Chemie und Physik. Alsbach: Leuchtturm, 181-183.

Macdonald 1988
MacDonald, W.M., Redish, E.F.& Wilson J.M.: The M.U.P.P.E.T. Manifesto. In: *Computers in Physics Education*, July/ August 1988, 23-30.

Meadows 1973
Meadows, D., Meadows, D., Zahn, E. & Milling, P.: Die Grenzen des Wachstums. Reinbek: Rowohlt.

Meadows 1992
Meadows, D., Meadows, D. & Rander, J.: Die neuen Grenzen des Wachstums. Stuttgart: Deutsche Verlagsanstalt.

Miller 1989
Miller, R.S., Ogborn, J., Turner, H. et.al.: Towards a tool to support semi-quantitative modelling. University of London. Paper submitted to 1989 AI Conference, Japan.

Misner 1991
Misner, C.W. & Cooney, P.J.: SpreadSheet Physics Workbook. Reading, MA: Addison-Wesley.

Niedderer 1990
Niedderer, H., Bethge, T. & Cassens, H.: A Simplified Quantum Model: A Teaching Approach and Evaluation of Understanding. In: Lijnse, P.L., Licht, P., de Vos, W. & Waarlo, A.J. (eds.): Relating Macroscopic Phenomena to Microscopic Particles - A Central Problem in Secondary Science Education. Utrecht: CD-ß Press, 67-80.

Niedderer 1991
Niedderer, H., Schecker, H. & Bethge, T.: The role of computer aided modelling in learning physics. In: *Journal of Computer Assisted Learning* **7** (1991), 2, 84-95.

Novak 1983
Novak, J.D., Gowin, B. & Johansen, G.T.: The use of concept mapping and knowledge Vee mapping with junior high school science students. In: *Science Education* **67** (1983), 625-645.

Ossimitz 1990
Ossimitz, G.: Materialien zur Systemdynamik. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.

Ossimitz 1991
Ossimitz, G.: Systemdynamische Modelle aus Biologie und Ökologie. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 6/1991. Karlsruhe: Fachinformationszentrum, 221-228.

Pohl 1982
Pohl, R.W.: Mechanik, Akustik und Wärmelehre,. Springer: Berlin, 18. Auflage.

Reif 1991
Reif, F. & Larkin, J. H.: Cognition in scientific and everyday domains: comparison and learning implications. *Journal of Research in Science Teaching* **28** (1991), 9, 733-760.

Riley 1990
Riley, D.: Learning about systems by making models. In: *Computers & Education* **15** (1990), 255-263.

Ross 1993
Ross, S. & Trapp, J.: Explanation of motion: the V-scope™. In: *Physics Education* **28** (1993), 102-106.

Roy 1977
Roy, A.E.: Astrodynamics. In: *Physics Education* **12** (1977), 445-451.

Schecker 1985
Schecker, H.: Das Schülervorverständnis zur Mechanik - eine Untersuchung in der Sekundarstufe II unter Einbeziehung historischer und wissenschaftstheoretischer Aspekte. Dissertation, Universität Bremen.

Schecker 1990
Schecker, H.: Zum Einsatz von Modellbildungssystemen im Physikunterricht. In: Bethge, T. & Schecker, H. (Hrsg.): Software-Werkzeuge zur Modellbildung im Physikunterricht - Konzepte und Erfahrungen. Bremen: Universitätsverlag, 71-81.

Schecker 1992
Schecker, H., Bethge, T. & Niedderer, H.: Ergebnisse der wissenschaftlichen Begleitung des Modellversuchs „Computereinsatz im Physikunterricht“ . Universität Bremen.

Schecker 1993
Schecker, H.: The didactic potential of computer aided modeling for physics education. In: Ferguson, D.L. (ed.): Advanced Educational Technologies for Mathematics and Science. Berlin: Springer, 165-208.

Schpolski 1976
Schpolski, E.W.: Atomphysik. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften, 14. Auflage.

Scott 1992
Scott, P., Asoko, H. & Driver, R.: Teaching for conceptual change — A review of strategies. In: Duit, R., Goldberg, F. & Niedderer, H. (Hrsg.): Research in physics learning: Theoretical issues and empirical studies. Kiel: IPN, 310-329.

Scott 1992
Scott, P.: Conceptual pathways in learning science: A case study of the development of one student’s ideas relating to the structure of matter. In: Duit, R., Goldberg, F. & Niedderer, H. (eds.): Research in Physics Learning: Theoretical Issues and Empirical Studies. Proceedings of an International Workshop at the University of Bremen. Kiel: IPN, 203-224.

Sears 1978
Sears, D.W.: The Nature and Origin of Meteorites. Bristol: Adam Hilger.

Sexl 1982
Sexl, R.U.: Physik im Sport. In: Deutsche Physikalische Gesellschaft, Fachausschuß Didaktik der Physik: Vorträge auf der Frühjahrstagung 1982 in Gießen. Gießen, 499-520.

Tinker 1990
Tinker, R.F., Nemirovsky, R., Mokros, J. & Barclay, W.T.: Measuring and modeling project — First year annual report. Cambridge, MA: Technical Education Research Center.

Webb 1988
Webb, M.E.: An investigation of the opportunities for computer based modelling and the possible contributions to children's learning, in secondary school science, focusing on biology. Dissertation for Associateship for Education, King's College London.

Zebrowski 1989
Zebrowski, E.: Superterminal velocity. In: *The Physics Teacher*, November 1989, pp. 618.

Zuman 1988
Zuman, J.P. & Weaver, S.L.: Tools for teaching problem solving: An evaluation of a modeling and systems thinking approach. Paper presented at the 1988 Annual NARST Conference, Lake Ozark, MO, April 1988.

A3 Software

Ballistic
Cabrera, B.: Physics Simulations I - III (Mechanics, Electromagnetism, Modern Physics). Kinko's Academic Courseware Exchange, Santa Barbara, CA.

Moebius
Hoche, D.: MOEBIUS 2.0. Stuttgart: Klett.

Modus
Walser, W. & Wedekind, J.: MODUS. Duisburg: CoMet.

Stella II
Darmouth College: STELLA II 4.0 - Software for Education. Hanover, NH: High Performance Systems (Macintosh und Windows)

DMS
Ogborn, J. & Wong, D.: DMS: Dynamic Modelling System. London: Longmans.

MatheLab
Andraschko, H, Lorbeer, W. & Weißgerber, H.: MatheLab - Funktionale Tabelle, Graphik, Iteration. Augsburg: Zentralstelle für Computer im Unterricht und Bremen: Landesbildstelle.

Mathematica
Wolfram, S.: Mathematica - A System for Doing Mathematics by Computer. Champaign, IL: Wolfram Research.

IQON
Miller, R., Ogborn, J., Briggs, J. & Brough, D.: IQON - Interacting Quantities Omitting Numbers. London: University of London, King's College.

Powersim
Powersim AS, Nygaten 3, P.O. Box 642, N-5001 Bergen, Norwegen.