Die Kinematik, auch Bewegungslehre genannt, beschreibt Bewegungen von Körpern, ohne die auf sie wirkenden Kräfte zu berücksichtigen. Die typischen Beschreibungsgrößen der Kinematik sind der Ort, die Ortsverschiebung, der Weg, die Geschwindigkeit, das Tempo und die Beschleunigung. Die beiden folgenden Abbildungen zeigen, wo sich die Kinematik in der Klassischen- und der Technischen Mechanik wiederfindet.

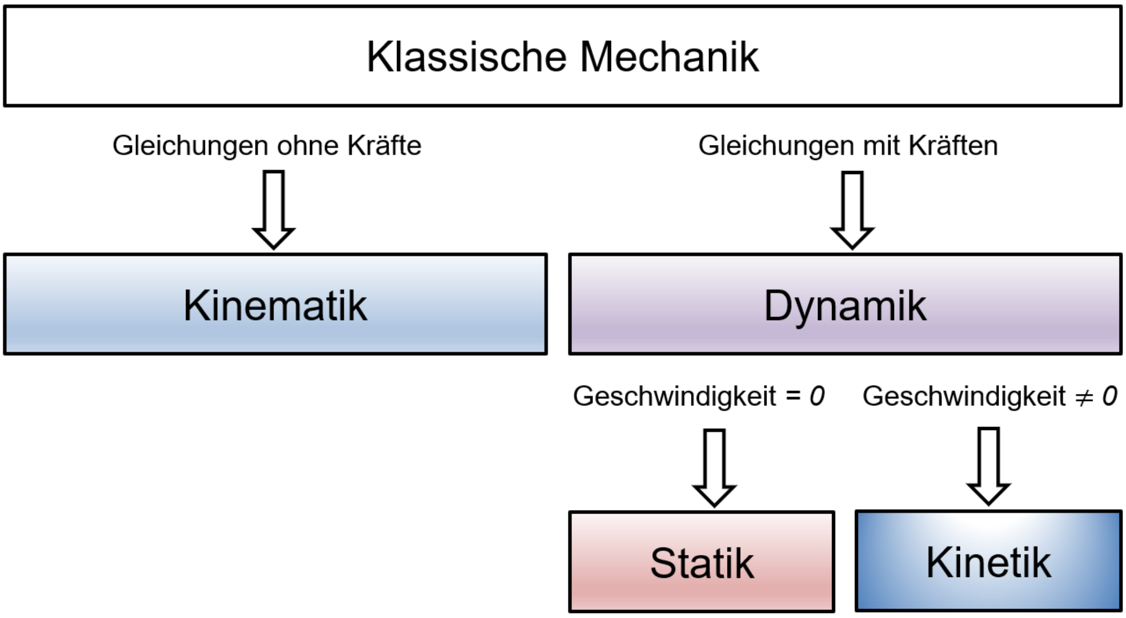


Abb. 1: Kinematik in der Klassischen Mechanik

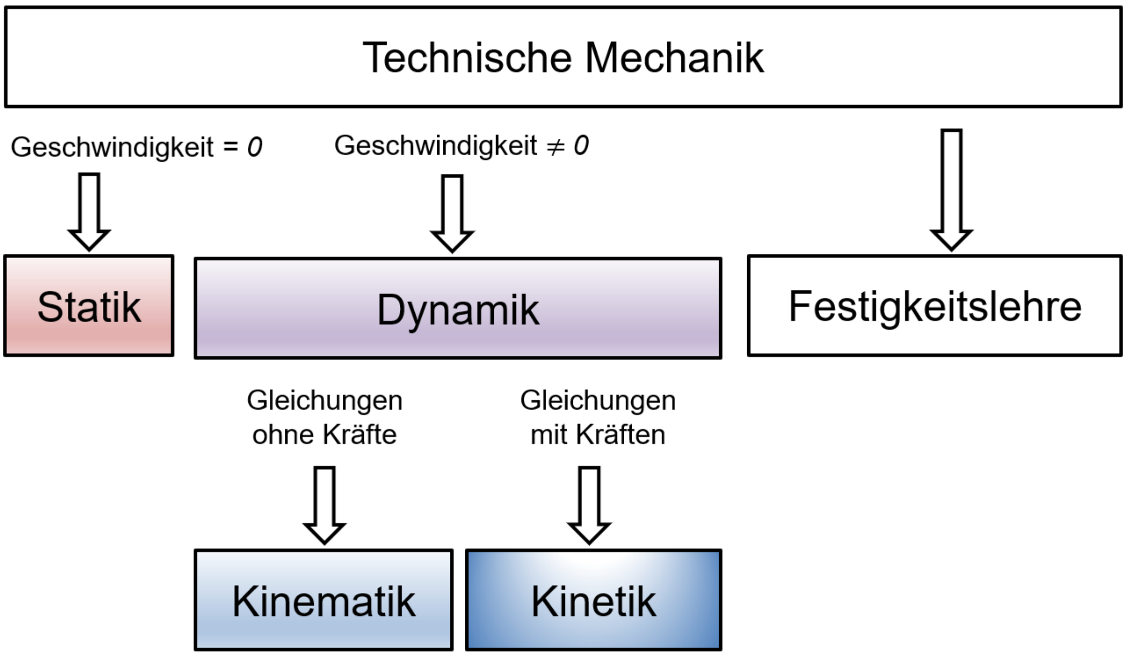


Abb. 2: Kinematik in der Technischen Mechanik

0 Allgemeines zu dieser Unterrichtskonzeption

Dieses Skript gehört zu einer Unterrichtskonzeption zur Lehre der Kinematik in der Sekundarstufe II, das am IDN der Universität Bremen und den BBS Ammerland entwickelt wurde. Im Gegensatz zu vielen Schulbuchdarstellungen basiert es auf einem konsequent vektoriellen Ansatz. Dadurch ist eine konsistente und widerspruchsfreie Darstellung möglich. Die dazu benötigten Elemente der Vektorrechnung werden hier integrativ eingeführt.

1 Aufgabenstellung

Die Translationsbewegungen sollen am Beispiel einer geradlinigen Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit eingeführt werden. Dazu soll die Bewegung eines Radfahrers, der sich geradlinig in x-Richtung von links nach rechts bewegt, betrachtet werden.

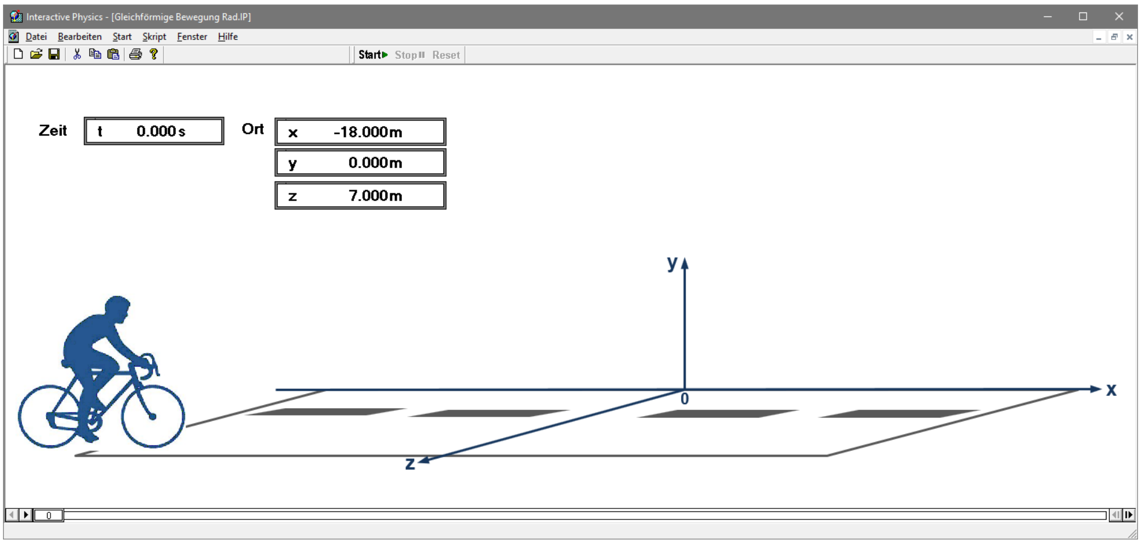


Abb. 3: Gleichförmige Bewegung eines Radfahrers in der Simulation mit Interactive Physics

Ziel des Versuchs ist es, den Zusammenhang zwischen Ortsverschiebung $\Delta\vec{r}$ und Zeitintervall Δt zu ermitteln sowie die Funktionsgleichungen $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ und $\vec{a}(t)$ zu entwickeln.

2 Versuchsdurchführung

Mit Hilfe der Simulationssoftware Interactive Physics soll die Bewegung simuliert und jeweils der Ort des Radfahrers $\vec{r} = (x, y, z)$ zum Zeitpunkt t aufgenommen werden.

t in s	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x in m									
y in m									
z in m									

Tab. 1: Messwerte des Ortes über der Zeit

3 Versuchsauswertung

3.1 Ort-Zeit-Diagramm

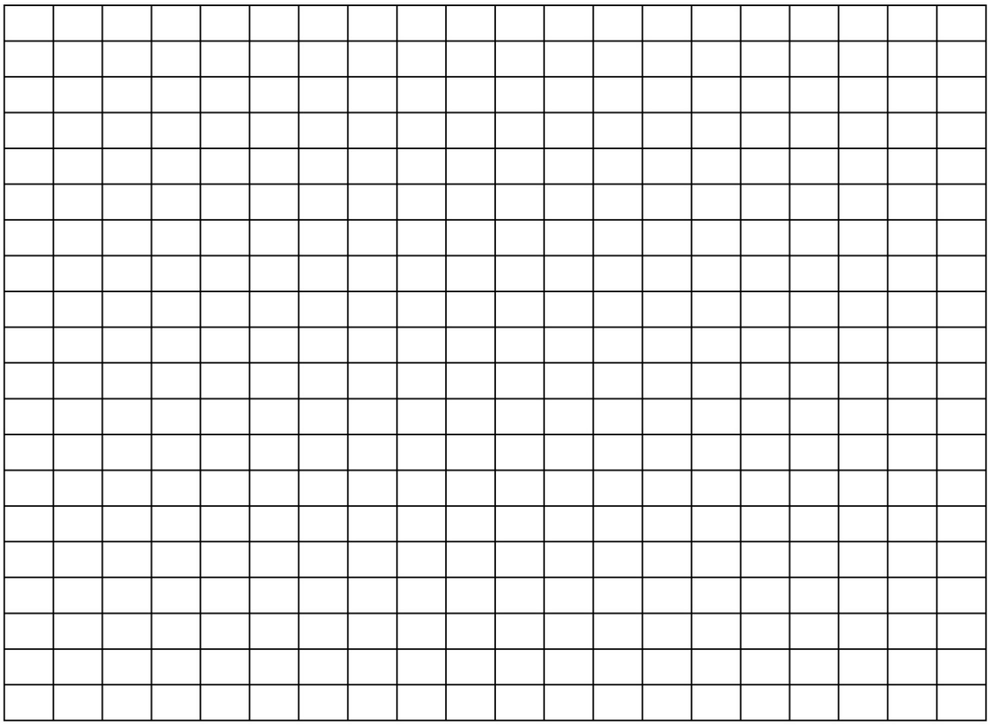


Abb. 4: x-t-Diagramm

3.2 Zusammenhang von Ortsverschiebung und Zeitintervall

Vermutung: ....

Überprüfung: ....

Berechnungsbeispiel: ....

....

Δt in s	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Δx in m									

Tab. 2: Ortsverschiebung über Zeitintervall

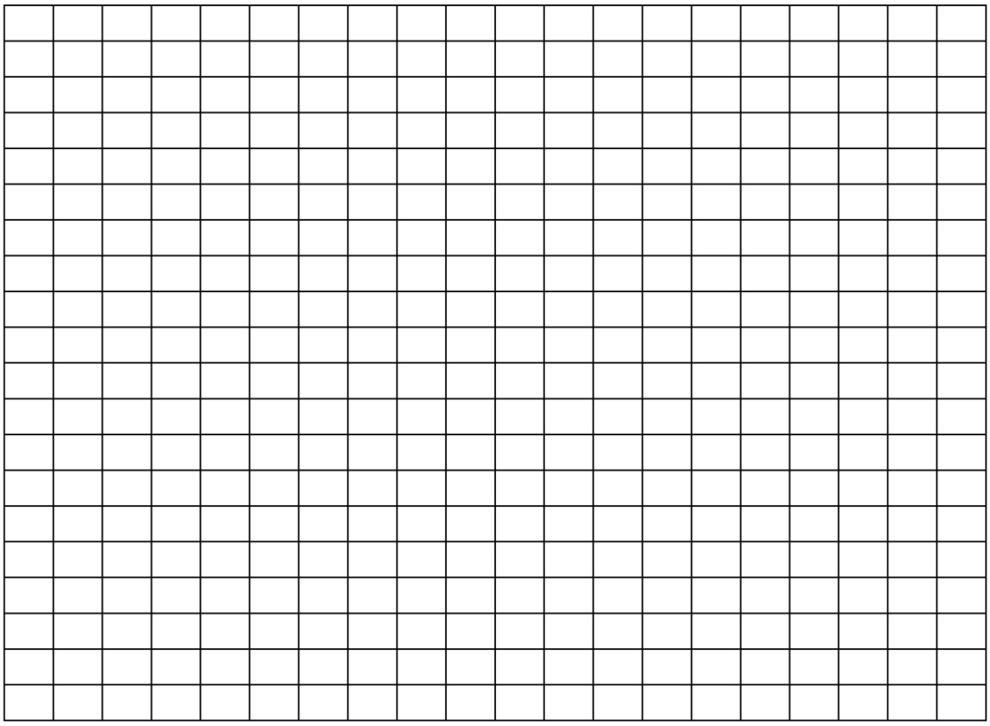


Abb. 5: Δx-Δt-Diagramm

Überprüfungsergebnis: ....

....

3.3 Berechnung der Proportionalitätskonstanten

....

....

3.4 Geschwindigkeit-Zeit-Funktionsgleichungen in vektorieller Form

Die Proportionalitätskonstante C entspricht der konstanten Geschwindigkeit des Radfahrers in x-Richtung. Würde sich der Radfahrer gleichzeitig auch in y- und/oder in z-Richtung bewegen, hätte dies keinen Einfluss auf die Bewegung in x-Richtung. Deshalb setzt sich der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}(t)$ aus den drei unabhängigen Komponenten $v_x(t)$, $v_y(t)$ und $v_z(t)$ zusammen:

3.5 Entwicklung der Ort-Zeit-Funktionsgleichungen

....

....

....

....

Die drei unabhängigen Ort-Zeit-Funktionsgleichungen $x(t)$, $y(t)$ und $z(t)$ sind die Komponenten des Ortsvektors $\vec{r}(t)$:

3.6 Beschleunigung-Zeit-Funktionsgleichungen in vektorieller Form

Das Besondere einer gleichförmigen Bewegung ist die konstante Geschwindigkeit. Da die Geschwindigkeit einen Betrag und eine Richtung hat, bleibt bei einer gleichförmigen Bewegung beides konstant, also ist hier die Beschleunigung $a_x(t)$, $a_y(t)$ und $a_z(t)$ und damit der Beschleunigungsvektor $\vec{a}(t)$ zu jedem Zeitpunkt Null:

4 Eigenschaften gleichförmiger Bewegungen

5 Grundgrößen der Kinematik

Die in der Kinematik bei Translationsbewegungen verwendeten Größen Ort, Ortsverschiebung, Weg, Geschwindigkeit und Tempo sollen nun physikalisch definiert werden. Dazu wird in diesem Kapitel die geradlinige Bewegung des Radfahrers aus der Simulation und die nicht geradlinige Bewegung eines Schmetterlings betrachtet.

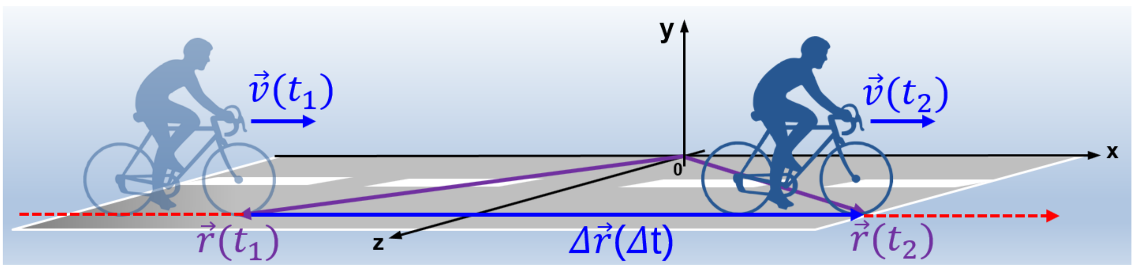


Abb. 6: Ort, Ortsverschiebung und Geschwindigkeit bei der Bewegung eines Radfahrers

5.1 Ort

Der Ort eines Körpers wird durch seinen Ortsvektor $\vec{r}$ bezüglich eines Koordinatensystems angegeben. Bei sich bewegenden Körpern ist der Ort nicht statisch, sondern eine Funktion der Zeit: $\vec{r} = \vec{r}(t)$. Der Fußpunkt eines Ortsvektors beginnt immer im Koordinatenursprung und seine Pfeilspitze zeigt auf den aktuellen Ort des jeweiligen Körpers.

Der Abstand des Ortes vom Koordinatenursprung entspricht dem Betrag des Ortsvektors und lässt sich, wie alle Beträge von Vektoren auch, mit dem Satz des Pythagoras berechnen:

$$\textbf{Ort: } \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \qquad \textbf{Abstand zum Ursprung: } |\vec{r}(t)| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

5.2 Ortsverschiebung, Wegelement und Weg

Bewegt sich ein Körper - wie hier ein Schmetterling - auf einer beliebigen Bahnkurve von P_1 nach P_2, so hat er in einem entsprechenden Zeitintervall Δt seinen Ort geändert. Diese Ortsänderung wird als Ortsverschiebung $\Delta\vec{r}$ bezeichnet und ist ein Vektor, dessen Pfeilspitze immer auf den später erreichten Ort zeigt. Die Ortsverschiebung ist die direkte Verbindung („Luftlinie“) zwischen zwei betrachteten Orten bzw. Punkten, ungeachtet des tatsächlich zurückgelegten Wegelementes Δs.

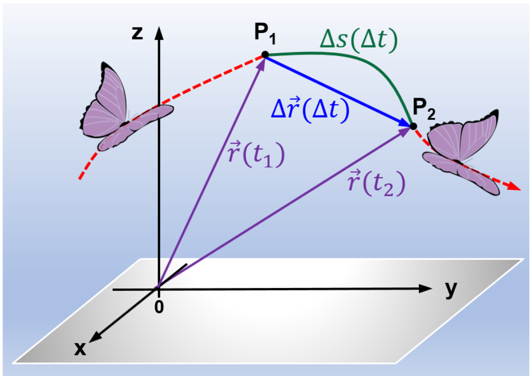


Abb. 7: Ortsverschiebung u. Wegelement

$$\textbf{Ortsverschiebung: } \quad \Delta\vec{r}(\Delta t) = \Delta\vec{r}(t_1, t_2) = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

Der Betrag des Ortsverschiebungsvektors $|\Delta\vec{r}(\Delta t)|$ entspricht dabei dem direkten Abstand zwischen den beiden Orten. Im Gegensatz zu einem Ortsverschiebungsvektor, ist ein Wegelement Δs *kein* Vektor! Wegelemente können deshalb nur positive Werte annehmen: $\Delta s > 0$. Ein Wegelement ist dabei ein kleiner Teil der Bahnkurve zwischen zwei Orten.
Bei nicht geradlinigen Bewegungen ist jedes betrachtete Wegelement immer größer als der Betrag des Ortsverschiebungsvektors: $\Delta s(\Delta t) > |\Delta\vec{r}(\Delta t)|$.

$$\textbf{Wegelement: } \qquad \Delta s(\Delta t) \geq |\Delta\vec{r}(\Delta t)| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

Um den Weg eines Körpers - hier der Schmetterling - auf einer nicht geradlinigen Bahnkurve von P_1 nach P_2 zu ermitteln, wird dieser in kleine Wegelemente $\Delta s_i(\Delta t_i)$ zerlegt, die sich dann als Betrag der einzelnen kleinen Ortsverschiebungen mit $\Delta s_i(\Delta t_i) \approx |\Delta \vec{r}_i(\Delta t_i)|$ errechnen lassen. Werden dann alle Wegelemente aufsummiert, ergibt sich der Gesamtweg $s_{\text{ges}}(t_{\text{ges}})$ zwischen P_1 und P_2. Mit entsprechend klein gewählten Wegelementen, ergibt sich der Gesamtweg in guter Näherung.

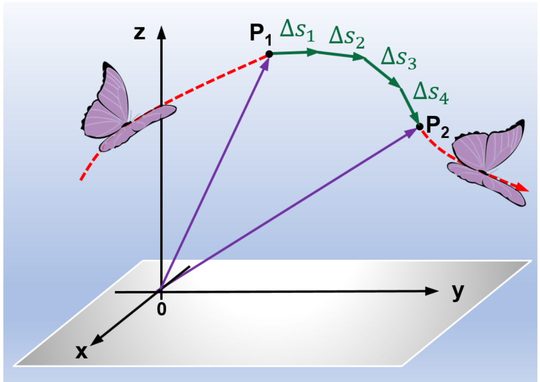


Abb. 8: Wegelemente und Gesamtweg

$$\textbf{Gesamtweg:} \quad \Delta s_i(\Delta t_i) \approx |\Delta \vec{r}_i(\Delta t_i)| \quad \rightarrow \quad s_{\text{ges}}(t_{\text{ges}}) \approx \sum_{i=1}^{n} \Delta s_i \qquad t_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i$$

5.3 Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeit ist das Verhältnis von Ortsverschiebung und dazu benötigtem Zeitintervall. Bei der Geschwindigkeit unterscheidet man zwischen Momentangeschwindigkeit $\vec{v}(t)$, die sich auf einen Zeitpunkt t bezieht und Durchschnittsgeschwindigkeit $\vec{\bar{v}}(\Delta t)$, die sich auf ein Zeitintervall Δt bezieht. Dabei ist die Durchschnittsgeschwindigkeit $\vec{\bar{v}}(\Delta t)$ das Verhältnis von Ortsverschiebung $\Delta \vec{r}$ zum Zeitintervall Δt:

$$\textbf{Durchschnittsgeschwindigkeit:} \quad \vec{\bar{v}}(\Delta t) = \vec{\bar{v}}(t_1, t_2) = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{v}_x \\ \bar{v}_y \\ \bar{v}_z \end{pmatrix}$$

Die Momentangeschwindigkeit $\vec{v}(t)$ ergibt sich auch aus dem Verhältnis von Ortsverschiebung und Zeitintervall, aber eben für sehr kleine Zeitintervalle.

5.4 Tempo

In vielen praktischen Fällen wie bspw. bei einer längeren Auto- oder Zugfahrt, ist nur die Angabe des insgesamt zurückgelegten Weges s_{ges} oder eines Wegelementes Δs und die dazu benötigte Gesamtzeit t_{ges} bzw. des Zeitintervalls Δt bekannt. Zur Behandlung solcher Fälle kann das Durchschnittstempo $\bar{u}(t_{\text{ges}})$ bzw. $\bar{u}(\Delta t)$ als Verhältnis von Gesamtweg s_{ges} und Gesamtzeit t_{ges} bzw. von Wegelement Δs und Zeitintervall Δt definiert werden. Da Wege und Wegelemente Skalare, also Zahlenwerte ohne Richtungsangabe sind, ist auch das Durchschnittstempo wieder ein Skalar.

Durchschnittstempo: $\bar{u}(t_{\text{ges}}) = \frac{s_{\text{ges}}}{t_{\text{ges}}}$ $\qquad \bar{u}(\Delta t) = \bar{u}(t_1, t_2) = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Das Momentantempo $u(t)$ ergibt sich dann aus dem Verhältnis von Wegelement als sehr kleiner Teil des Gesamtweges und Zeitintervall als sehr kleiner Teil der Gesamtzeit.

Sobald sich der Betrag oder die Richtung der Geschwindigkeit ändert, liegt eine Beschleunigung vor. Deshalb ist auch jede nicht geradlinige Rad-, Zug- oder Autofahrt, auch mit konstantem Tachowert, immer eine beschleunigte Bewegung, da sich zumindest die Richtung des Geschwindigkeitsvektors ändert.

5.5 Beschleunigung

Unter Beschleunigung versteht ganz allgemein die Änderung der Geschwindigkeit in einem entsprechenden Zeitintervall. Da die Geschwindigkeit ein Vektor ist, kann sich sowohl der Betrag, die Richtung oder auch beides gleichzeitig ändern. Eine Betragsänderung bedeutet schneller- oder langsamer werden, also eine Tempoänderung. Eine Richtungsänderung bedeutet in eine Links- oder Rechtskurve einzufahren.

Durchschnittsbeschleunigung: $\vec{a}(\Delta t) = \vec{a}(t_1, t_2) = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \cdot \begin{pmatrix} \Delta v_x \\ \Delta v_y \\ \Delta v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{a}_x \\ \bar{a}_y \\ \bar{a}_z \end{pmatrix}$

6 Bewegungstypen

6.1 Allgemeine Klassifizierung

Alle Bewegungen lassen sich grundsätzlich in vier Bewegungsarten- oder typen kategorisieren. Dabei spielt die Beschleunigung die zentrale Rolle.

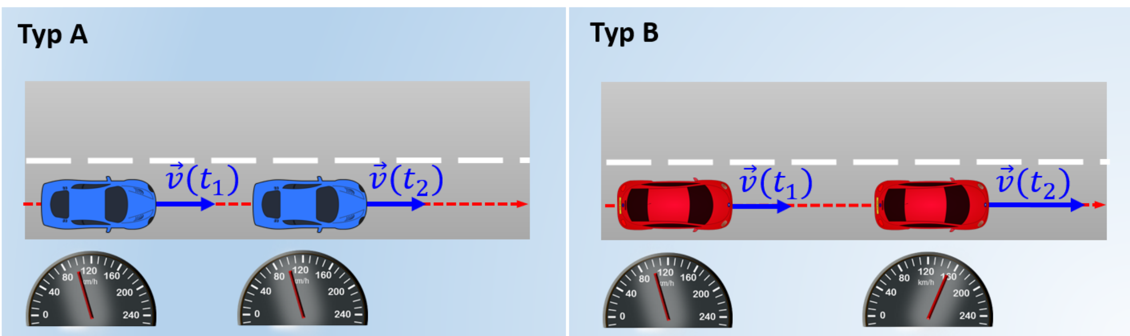


Abb. 9: Typ A und B: Geradlinige Bewegungen ohne (A) und mit (B) Tempoänderung

Die beiden folgenden Abbildungen zeigen die vier Typen, wobei das Tempo durch den Tachowert symbolisiert werden soll. Typ A zeigt die Bewegung eines Autos mit konstantem

Tempo. Da sich hier weder der Geschwindigkeitsbetrag (Tempo) noch die Richtung ändert, ist diese Bewegung gleichförmig. Somit gehört auch die Bewegung des Radfahrers in der Simulation zu diesem Typ. Ändert sich jedoch nur das Tempo eines sich bewegenden Körpers, so ist die Bewegung geradlinig und es liegt der Typ B vor.

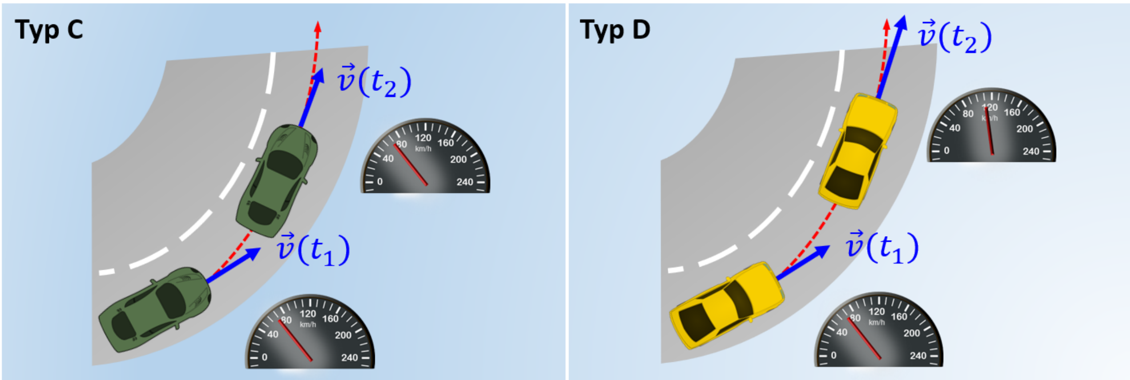


Abb. 10: Typ C und D: Nicht geradlinige Bewegungen ohne (C) und mit (D) Tempoänderung

Wenn sich nur die Richtung der Geschwindigkeit, nicht aber das Tempo ändert, so liegt der Typ C vor. Der Typ D liegt dann vor, wenn sich das Tempo und auch die Richtung der Geschwindigkeit gleichzeitig ändern.

6.2 Sonderfälle

In der Kinematik nehmen gleichförmige und gleichmäßig beschleunigte Bewegungen eine Sonderstellung ein. Bei beiden Sonderfällen ist die grundsätzliche Struktur der Funktionsgleichungen $\vec{r}(t), \vec{v}(t)$ und $\vec{a}(t)$ bekannt. Die Bewegung des Radfahrers aus dem Einstiegsversuch ist ein Beispiel für eine gleichförmige Bewegung, die zum Typ A gehört. Wenn dieser Radfahrer nun zu einem bestimmten Zeitpunkt, unter Beibehaltung seiner Richtung, sein Tempo linear über der Zeit erhöhen würde, dann läge eine gleichmäßig beschleunigt geradlinige Bewegung vor, die dann dem Typ B zuzuordnen wäre.

Ein Beispiel für eine gleichmäßig beschleunigt *nicht* geradlinige Bewegung, ist der schiefe Wurf ohne Luftreibung, mit dem sich die Wurfbahn einer gestoßenen Kugel beschreiben lässt. Da sich hier Betrag und Richtung des Geschwindigkeitsvektors ständig ändern, gehört diese Bewegung zum Typ D. Betrachtet man die beiden Bewegungsrichtungen jedoch getrennt voneinander, so zeigt sich, dass sich die Kugel horizontal gleichförmig (Typ A) und vertikal gleichmäßig beschleunigt (Typ B) bewegt. Die vertikale Bewegung setzt sich hier wiederum aus einer gleichförmigen Bewegung nach oben (Typ A) und dem freiem Fall (Typ B) zusammen. All diese Einzelbewegungen überlagern sich zum schiefen Wurf, für den auch die allgemeinen Funktionsgleichungen bekannt sind.

7 Diagramme in der Kinematik

Am Beispiel der gleichförmigen Bewegung des Radfahrers aus der Simulation und der gleichmäßig beschleunigten Bewegung eines Radfahrers sollen die drei wesentlichen Diagramme der Kinematik vorgestellt werden. Dazu gehören Ort-Zeit-, Geschwindigkeit-Zeit-und Beschleunigung-Zeit-Diagramme. Da die drei Diagramme mathematisch über ihre Steigungen und Flächen zusammenhängen, werden sie immer in der auch hier verwendeten Reihenfolge von oben nach unten angegeben: $x(t) \to v_x(t) \to a_x(t)$

7.1 Diagramme einer gleichförmigen Bewegung

Charakteristisch für gleichförmige Bewegungen ist, dass die Beschleunigung für alle Richtungen immer null ist. Da sich der Radfahrer nur in x-Richtung bewegt, findet eine Ortsverschiebung auch nur in x-Richtung statt. So bleiben die Ortskoordinaten der y- und z-Richtung konstant. Die Fläche zwischen der v_x-Funktion und der t-Achse entspricht der im Zeitintervall Δt von t_1 bis t_2 stattgefundenen Ortsverschiebung Δx .

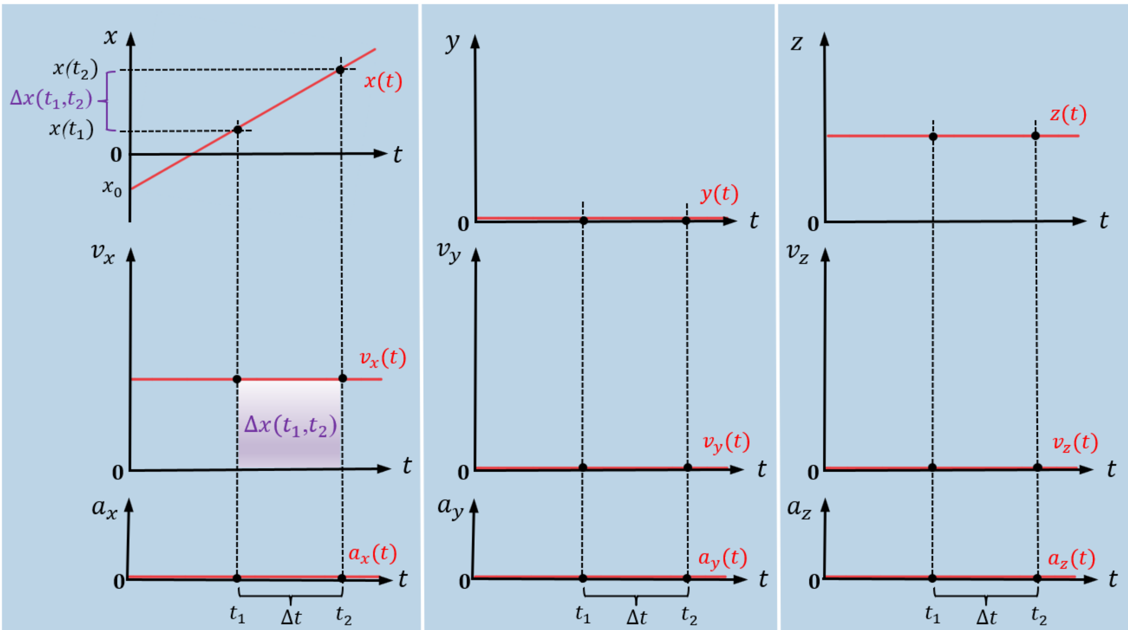


Abb. 11: Diagramme einer gleichförmigen Bewegung in x-Richtung

Da gleichförmige Bewegungen ein Sonderfall sind, liegen die Funktionsgleichungen in allgemeiner Form vor und werden dann über die Anfangsbedingungen angepasst.

Allgemeine Gleichungen	**Spezielle Gleichungen für den Radfahrer**
$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_{0x} \cdot t + x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$	$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t - 18\ \mathrm{m} \\ 0\ \mathrm{m} \\ 7\ \mathrm{m} \end{pmatrix}$
$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Tab. 3: Funktionsgleichungen einer gleichförmigen Bewegungen in x-Richtung

Hinweis: Oft werden die Diagramme der Richtungen, in denen keine Bewegung stattgefunden hat, wie hier in y- und z-Richtung, nicht mit angegeben.

7.2 Diagramme einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung

Die folgenden Diagramme gehören zu einem Radfahrer, der sich mit $\vec{v} = (2, 0, 0)$ m/s bewegt, zum Zeitpunkt t_0 den Ort $\vec{r}_0 = (4, 0, 7)$ m erreicht und dann mit $\vec{a} = (1, 0, 0)$ m/s^2 beschleunigt. Da hier die Vektoren von Anfangsgeschwindigkeit und Beschleunigung parallel zueinander liegen und die gleiche Richtung haben, nimmt nur sein Tempo zu, die Richtung der Geschwindigkeit ändert sich nicht. Also gehört diese Bewegung zum Typ B.

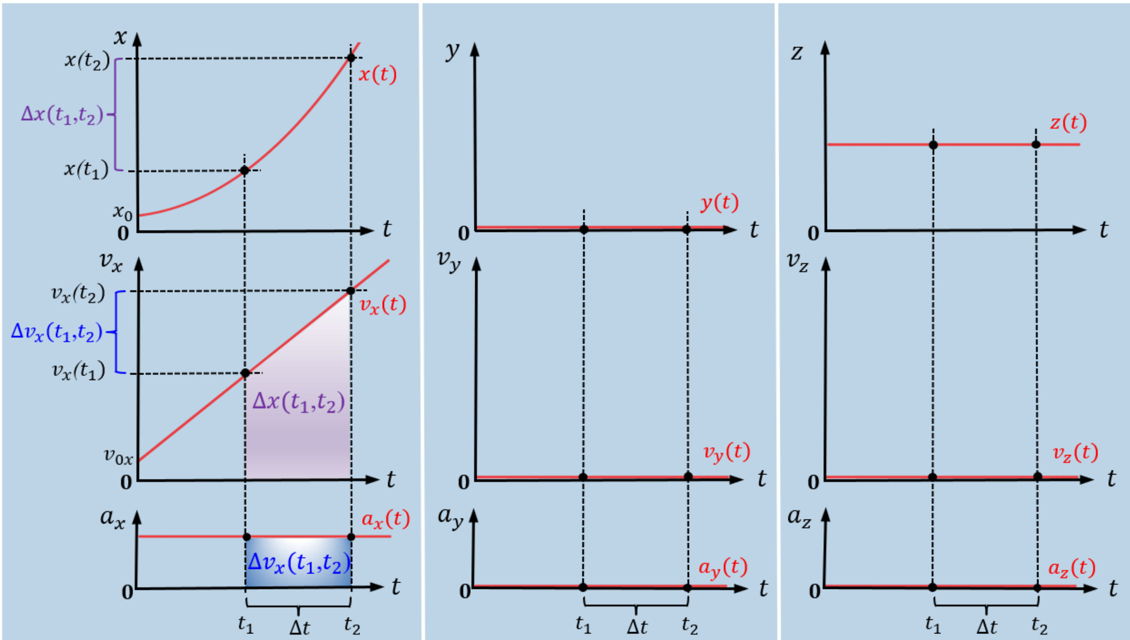


Abb. 12: Diagramme einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung in x-Richtung

Die Fläche zwischen der a_x-Funktion und der t-Achse entspricht der Geschwindigkeitsänderung Δv_x im Zeitintervall von t_1 bis t_2 und die Fläche zwischen der v_x-Funktion und der t-Achse entspricht der im gleichen Zeitintervall stattgefunden Ortsverschiebung Δx.

Allgemeine Gleichungen	**Spezielle Gleichungen für den Radfahrer**
$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot a_x \cdot t^2 + v_{0x} \cdot t + x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$	$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot t^2 + 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t + 4\ \mathrm{m} \\ 0\ \mathrm{m} \\ 7\ \mathrm{m} \end{pmatrix}$
$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} a_x \cdot t + v_{0x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot t + 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} a_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Tab. 4: Funktionsgleichungen einer gleichmäßig beschleunigten Bewegungen in x-Richtung

Hier stellt sich vielleicht die Frage, woher denn die 1/2 in der $x(t)$-Gleichung nun herkommen. Die Trapezfläche zwischen der v_x-Funktion und der t-Achse setzt sich aus einem Rechteck und einem Dreieck zusammen. Das Rechteck entspricht der Ortsverschiebung infolge der gleichförmigen und das Dreieck der Ortsverschiebung infolge der gleichmäßig beschleunigten Bewegung. Die 1/2 sind also auf die Dreiecksberechnung zurückzuführen.

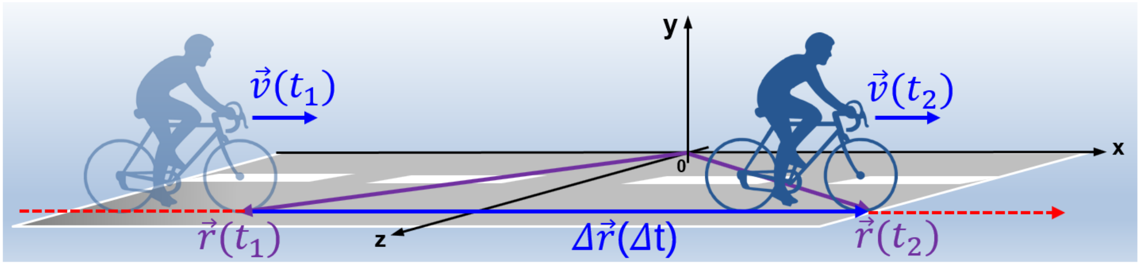
8 Größen und Einheiten

Größe	**Bedeutung**	**Einheit**
$\vec{r}(t)$	Ortsvektor bzw. Ort zum Zeitpunkt t in $\mathbb{R}^3$	m
$\Delta\vec{r}(\Delta t), \Delta\vec{r}(t_1, t_2)$	Ortsverschiebung im Zeitintervall Δt von t_1 bis t_2	m
$\lvert\Delta\vec{r}(\Delta t)\rvert, \lvert\Delta\vec{r}(t_1, t_2)\rvert$	Strecke zwischen zwei Orten, direkte Verbindung	m
$\Delta s(\Delta t), \Delta s(t_1, t_2)$	Wegelement auf der Bahnkurve mit $\Delta s(\Delta t) \geq \lvert\Delta\vec{r}(\Delta t)\rvert$	m
$s_{\text{ges}}(t_{\text{ges}})$	In t_{ges} zurückgelegter Gesamtweg mit $s_{\text{ges}}(t_0) = 0$	m
$\vec{v}(t)$	Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt t	m/s
$\bar{\vec{v}}(\Delta t), \bar{\vec{v}}(t_1, t_2)$	Durchschnittsgeschwindigkeit im Zeitintervall Δt von t_1 bis t_2	m/s
$\vec{e}_v(t)$	Einheitsvektor in Richtung der Momentangeschwindigkeit	1
$u(t)$	Momentantempo zum Zeitpunkt t, $u(t) = \lvert\vec{v}(t)\rvert$ (Tachowert!)	m/s
$\bar{u}(\Delta t), \bar{u}(t_1, t_2)$	Durchschnittstempo im Zeitintervall Δt von t_1 bis t_2	m/s
$\vec{a}(t)$	Momentanbeschleunigung zum Zeitpunkt t	m/s^2
$\bar{\vec{a}}(\Delta t), \bar{\vec{a}}(t_1, t_2)$	Durchschnittsbeschleunigung im Zeitintervall Δt von t_1 bis t_2	m/s^2
t	Allgemeiner Zeitpunkt mit $t \geq 0$	s
t_0	Startzeitpunkt, fast immer ist $t_0 = 0$ s	s
t_1	Anfang eines Zeitintervalls mit $t_1 \geq 0$	s
t_2	Ende eines Zeitintervalls mit $t_2 > t_1$	s
Δt	Zeitintervall $\Delta t = (t_2 - t_1)$ mit $\Delta t > 0$	s
$\vec{r}_0$	Anfangsbedingung: Ort zum Zeitpunkt t_0	m
$\vec{v}_0$	Anfangsbedingung: Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t_0	m/s
$\vec{a}_0$	Anfangsbedingung: Beschleunigung zum Zeitpunkt t_0	m/s^2

Tab. 5: Größen und Einheiten in der Übersicht

Aufgabe 1

Ein Radfahrer, der sich mit konstanter Geschwindigkeit in x-Richtung bewegt, befindet sich zum Zeitpunkt $t_1 = 2$ s am Ort $\vec{r}(t_1) = (-20, 0, 7)$ m und zum Zeitpunkt $t_2 = 14$ s am Ort $\vec{r}(t_2) = (52, 0, 7)$ m.



1.0 Ordnen Sie die Bewegung des Radfahrers einem der vier Typen (Typ A bis D) zu.

1.1 Berechnen Sie die im Zeitintervall von t_1 bis t_2 stattgefundene Ortsverschiebung.

1.2 Geben Sie das im Zeitintervall von t_1 bis t_2 zurückgelegte Wegelement an.

1.3 Geben Sie die allgemeinen Funktionsgleichungen $(\vec{r}(t), \vec{v}(t), \vec{a}(t))$ für den Radfahrer an.

1.4 Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Radfahrers.

1.5 Berechnen Sie den Ort des Radfahrers, an dem er sich zum Zeitpunkt t_0 befand.

1.6 Geben Sie die speziellen Funktionsgleichungen $(\vec{r}(t), \vec{v}(t), \vec{a}(t))$ für den Radfahrer an.

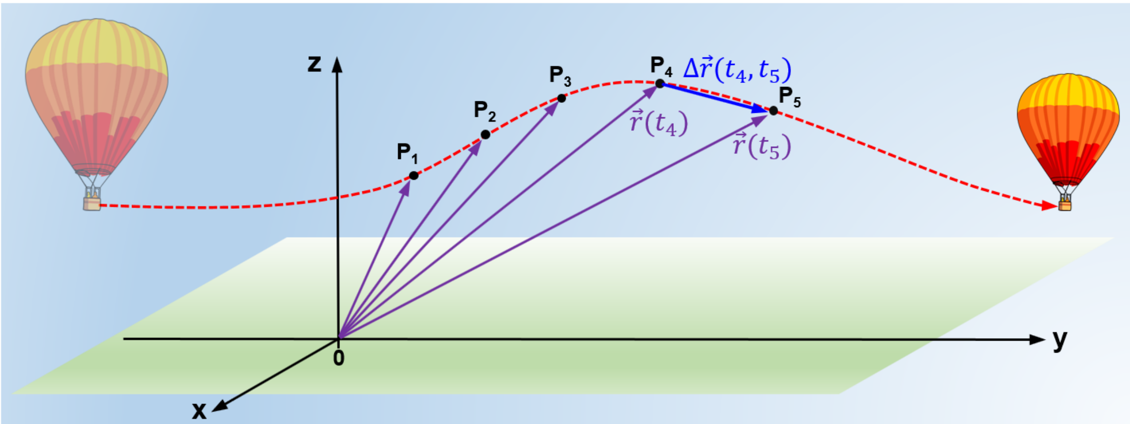
1.7 Geben Sie den Ort des Radfahrers an, den er zum Zeitpunkt $t = 22$ s erreicht.

Aufgabe 2

Ein Heißluftballon bewegt sich entlang der rot gestrichelten Bahnkurve. Exemplarisch wurde der Ortsverschiebungsvektor $\Delta\vec{r}(t_4, t_5)$ zwischen den Punkten P_4 und P_5 eingezeichnet.

Folgende Punkte der Bahnkurve sind bekannt: P_1(20, 50, 180) m, P_2(10, 180, 240) m, P_3(-40, 300, 270) m, P_4(20, 440, 330) m und P_5(-60, 580, 210) m.

Zusätzlich sind auch die einzelnen Zeitintervalle, die der Ballon von einem Raumpunkt zum nächsten benötigt, bekannt: $\Delta t_1 = 21$ s, $\Delta t_2 = 24$ s, $\Delta t_3 = 26$ s und $\Delta t_4 = 23$ s.



2.0 Ordnen Sie die Bewegung des Heißluftballons einem der vier Typen (Typ A bis D) zu.

2.1 Geben Sie die Ortsvektoren der Punkte P_1 bis P_5 an.

2.2 Geben Sie die jeweiligen Ortsverschiebungen $\Delta\vec{r}(t_1, t_2)$ bis $\Delta\vec{r}(t_4, t_5)$ an.

2.3 Berechnen Sie die Wegelemente $\Delta s(t_1, t_2)$ bis $\Delta s(t_4, t_5)$ zwischen den Punkten.

2.4 Berechnen Sie den Weg s_{ges}, den der Ballon von P_1 bis P_5 zurückgelegt hat.

2.5 Geben Sie die Zeit t_{ges} an, die der Ballon von P_1 bis P_5 benötigt hat.

2.6 Berechnen Sie das Durchschnittstempo $\bar{u}(t_1, t_5)$ des Ballons von P_1 bis P_5.

2.7 Berechnen Sie Durchschnittsgeschwindigkeiten $\vec{\bar{v}}(\Delta t_i)$ für die vier Zeitintervalle.

2.8 Geben Sie die Ortsverschiebung $\Delta\vec{r}(t_1, t_5)$ an, die von t_1 bis t_5 stattgefunden hat.

2.9 Geben Sie den direkten Abstand („Luftlinie") zwischen P_1 bis P_5 an.

2.10 Berechnen Sie Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{\vec{v}}(t_1, t_5)$ und $|\bar{\vec{v}}(t_1, t_5)|$ von t_1 bis t_5.

2.11 Vergleichen Sie die errechneten Durchschnittswerte $\bar{u}(t_1, t_5)$ und $|\bar{\vec{v}}(t_1, t_5)|$.

....

....

....

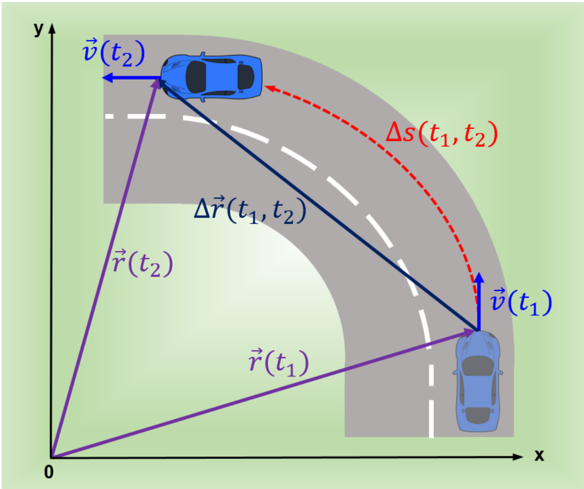
....

....

....

....

Aufgabe 3



Ein Auto durchfährt in $\Delta t = 4$ s eine Kurve mit konstantem Tachowert (Tempo) entlang der rot gestrichelten Linie und legt dabei einen Weg $\Delta s(t_1, t_2)$ von 60 m zurück.
Bei Kurveneinfahrt zum Zeitpunkt t_1 hat das Auto eine Geschwindigkeit von $\vec{v}(t_1) = (0, 15, 0)$ m/s und bei Kurvenausfahrt zum Zeitpunkt t_2 eine von $\vec{v}(t_2) = (-15, 0, 0)$ m/s. Die beiden Ortsvektoren sind mit $\vec{r}(t_1) = (60, 22,5)$ m und $\vec{r}(t_2) = (20, 52,5)$ m bekannt. Die Fahrt fand in Oldenburg (5 m über NHN) statt.

3.0 Ordnen Sie die Kurvenfahrt des Autos einem der vier Typen (Typ A bis D) zu.

3.1 Geben Sie die durch die Kurvenfahrt stattgefundene Ortsverschiebung $\Delta\vec{r}(t_1, t_2)$ an.

3.2 Geben Sie die durch die Kurvenfahrt erfolgte Geschwindigkeitsänderung $\Delta\vec{v}(t_1, t_2)$ an und erstellen Sie ein Vektordiagramm mit folgenden Vektoren: $\vec{v}(t_1)$, $\vec{v}(t_2)$ und $\Delta\vec{v}(t_1, t_2)$.

3.3 Berechnen Sie die Durchschnittsbeschleunigung $\bar{\vec{a}}(t_1, t_2)$ des Autos.

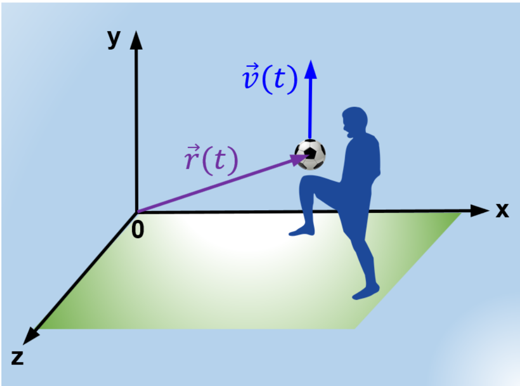
3.4 Geben Sie den direkten Abstand („Luftlinie“) zwischen Kurvenein- und Ausfahrt an.

3.5 Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{\vec{v}}(t_1, t_2)$ für die Kurvenfahrt.

3.6 Berechnen Sie die den Betrag der Durchschnittsgeschwindigkeit $|\bar{\vec{v}}(t_1, t_2)|$.

3.7 Berechnen Sie das Durchschnittstempo $\bar{u}(t_1, t_2)$ für die Kurvenfahrt.

Aufgabe 4



Ein Fußballspieler schießt den Ball mit dem Knie senkrecht nach oben und erteilt ihm so eine Geschwindigkeit von $\vec{v}_0 = (0, 6, 0)$ m/s. Die Betrachtung der Bewegung beginnt zum Zeitpunkt t_0, nach dem der Ball keinen Kontakt mehr zum Knie des Spielers hat und endet zum Zeitpunkt t_e mit dem Auftreffen des Balles auf dem Rasen.
Für diese beiden Zeitpunkte sind die Ortsvektoren mit $\vec{r}_0 = (6, 1, 2)$ m und $\vec{r}(t_e) = (6, 0, 2)$ m bekannt. Unter Vernachlässigung der Luftreibung, soll diese Bewegung idealisiert als vertikaler Wurf nach oben betrachtet werden.

4.0 Ordnen Sie die Bewegung des Balles einem der vier Typen (Typ A bis D) zu.

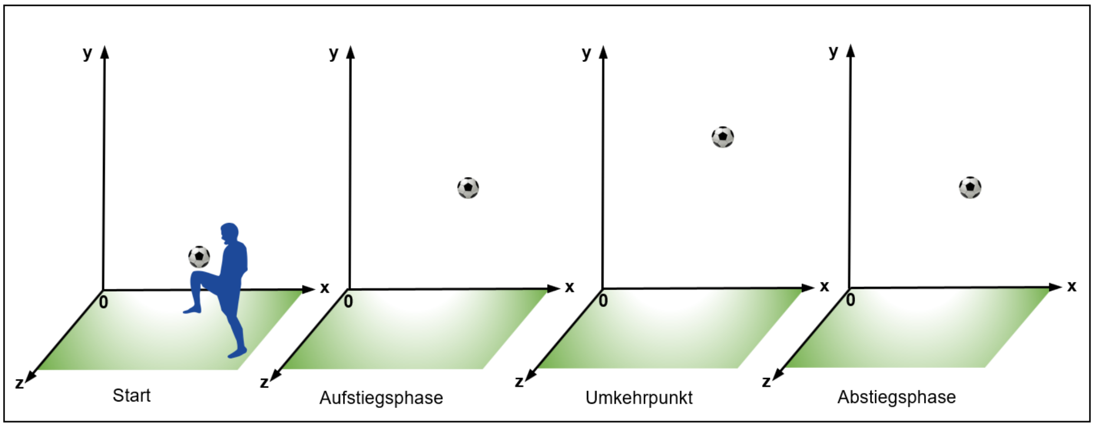
4.1 Beschreiben Sie den vertikalen Wurf nach oben aus kinematischer Sicht.

....

....

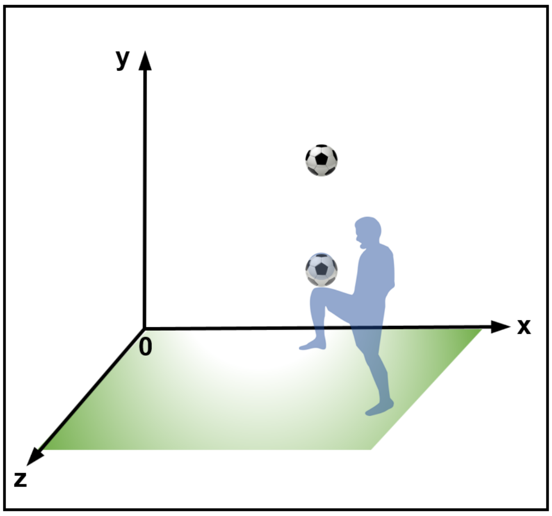
....

4.2 Zeichnen Sie Geschwindigkeitsvektoren $\vec{v}_0$, $\Delta\vec{v}(t)$ und $\vec{v}(t)$ für jede der vier dargestellten Phasen der Bewegung, direkt in die Abbildung ein.



4.3 Entwickeln Sie mit Hilfe von 4.2 die Geschwindigkeit-Zeit-Funktionsgleichung $\vec{v}(t)$.

4.4 Zeichnen Sie die Orts- und Ortsverschiebungsvektoren $\vec{r}_0$, $\Delta\vec{r}_g(t)$, $\Delta\vec{r}_b(t)$ und $\vec{r}(t)$ direkt in die Abbildung ein und beschreiben Sie die Vektoren kurz.



$\vec{r}_0$:

....

$\Delta\vec{r}_g(t)$:

....

....

$\Delta\vec{r}_b(t)$:

....

....

$\vec{r}(t)$:

....

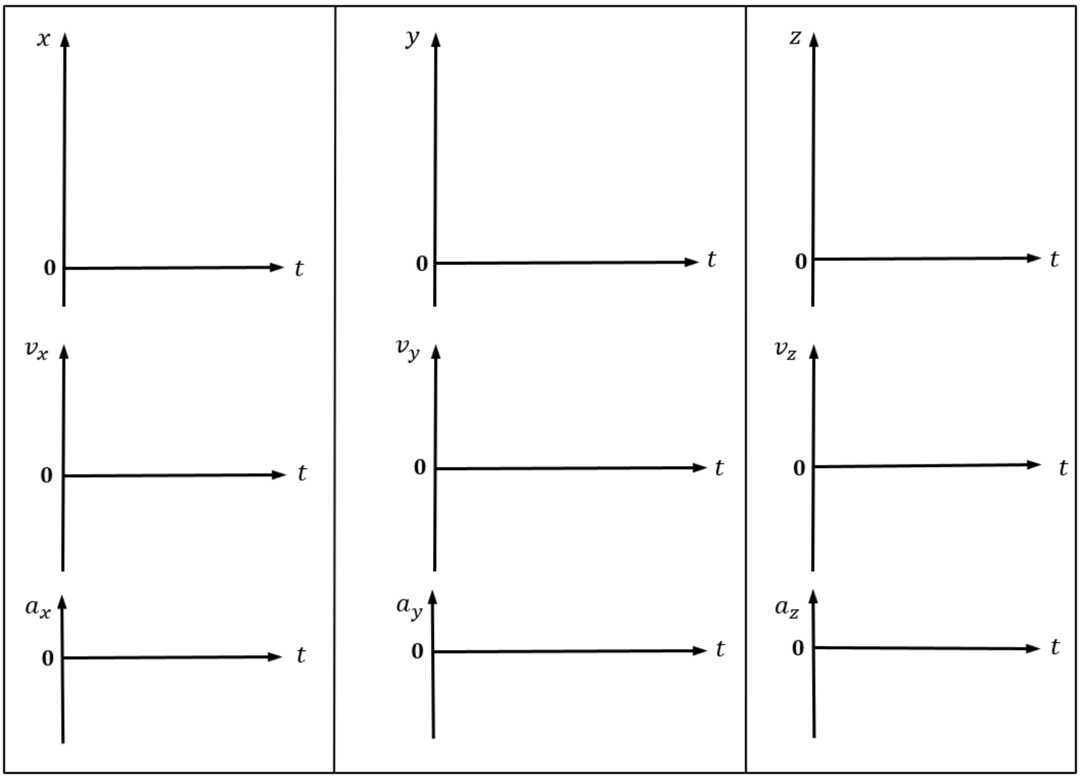
4.5 Entwickeln Sie mit Hilfe von 4.4 die Ort-Zeit-Funktionsgleichung $\vec{r}(t)$.

4.6 Berechne Sie den Zeitpunkt, an dem der Ball den Umkehrpunkt erreicht (Steigzeit t_s).

4.7 Berechnen Sie die maximale Höhe $y_{\max}$, die der Ball erreicht, bevor er wieder umkehrt.

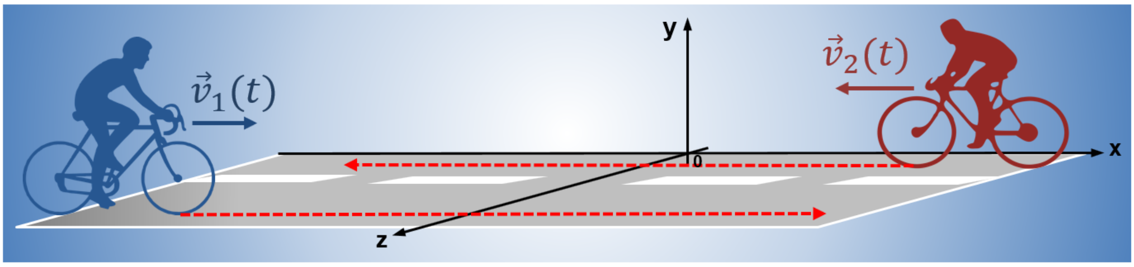
4.8 Berechnen Sie den Zeitpunkt t_e, an dem der Ball wieder den Rasen erreicht.

4.9 Skizzieren Sie die qualitativen Verläufe der $\vec{r}(t)$-, $\vec{v}(t)$- und $\vec{a}(t)$-Funktionen.



Aufgabe 5

Zwei Radfahrer bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit entlang der x-Achse. Radfahrer 1 hat eine Geschwindigkeit von $\vec{v}_1 = (7, 0, 0)$ m/s und Radfahrer 2 eine von $\vec{v}_2 = (-5, 0, 0)$ m/s. Zum Zeitpunkt t_0 befindet sich Radfahrer 1 am Ort $\vec{r}_{01} = (-80, 0, 6)$ m und Radfahrer 2 am Ort $\vec{r}_{02} = (40, 0, 1)$ m.



5.0 Ordnen Sie die Bewegung des Radfahrers einem der vier Typen (Typ A bis D) zu.

5.1 Geben Sie für beiden Radfahrer die Funktionsgleichungen $(\vec{r}(t), \vec{v}(t), \vec{a}(t))$ an.

5.2 Berechnen Sie den Zeitpunkt t_b, an dem sich beide am gleichen Ort x befinden.

5.3 Geben Sie jeweils den Ort $\vec{r}(t)$ der beiden Radfahrer zum Zeitpunkt t_b an.

5.4 Geben Sie für beide Radfahrer die jeweiligen Ortsverschiebungen $\Delta\vec{r}(t_0, t_b)$ an.

5.5 Geben Sie für beide Radfahrer die jeweiligen Wegelemente $\Delta s(t_0, t_b)$ an.

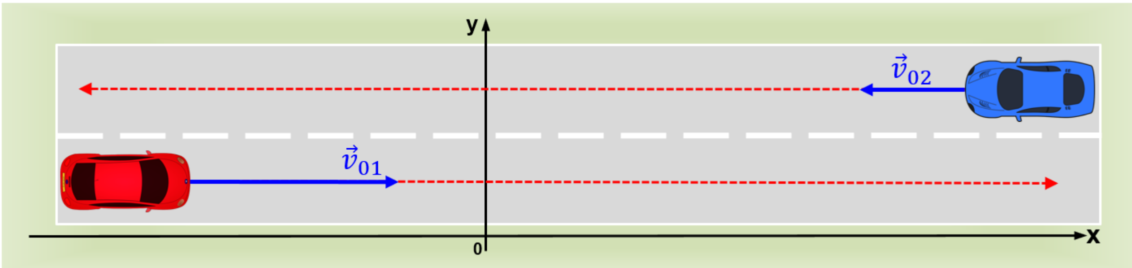
5.6 Geben Sie für beide Radfahrer das jeweiligen Tempo an $u(t_0, t_b)$ an.

5.7 Geben Sie die Orte der Radfahrer, die sie zum Zeitpunkt $t = 16$ s erreichen, an.

5.8 Zeichnen Sie die Graphen der $x(t)$-Funktionen für beide Radfahrer.

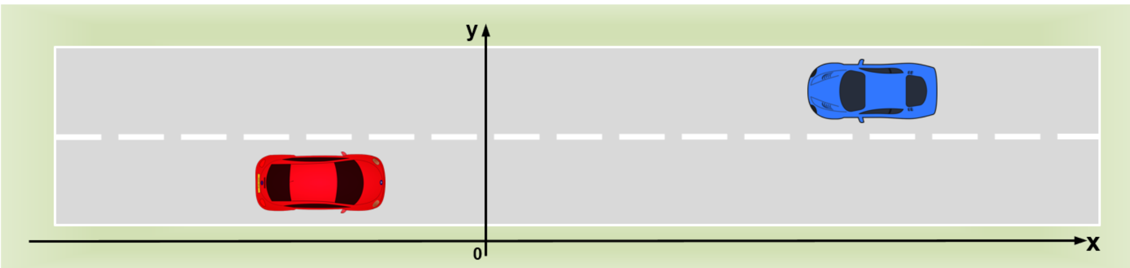
Aufgabe 6

Zwei PKW bewegen sich zunächst mit konstanter Geschwindigkeit geradlinig entlang der x-Achse. Zum Zeitpunkt t_0 ist PKW 1 am Ort $\vec{r}_{01} = (-80, 2, 0)$ m und PKW 2 am Ort $\vec{r}_{02} = (100, 5, 0)$ m. Während PKW 1 zum Zeitpunkt t_0 von anfangs 28 m/s konstant mit 2,4 m/s^2 abbremst, erhöht PKW 2 sein Tempo von anfangs 16 m/s konstant mit 3,2 m/s^2.



6.0 Ordnen Sie die Bewegung der Autofahrer einem der vier Typen (Typ A bis D) zu.

6.1 Zeichnen Sie jeweils die folgenden Vektoren in die Skizze ein: $\vec{v}(t)$, $\Delta\vec{v}(t)$ und $\vec{v}_0$.



6.2 Entwickeln Sie die Geschwindigkeit-Zeit-Funktionsgleichung $\vec{v}_1(t)$ für PKW 1.

6.3 Entwickeln Sie die Geschwindigkeit-Zeit-Funktionsgleichung $\vec{v}_2(t)$ für PKW 2.

6.4 Erläutern Sie Unterschied zwischen $\vec{v}_1(t)$ und $\vec{v}_2(t)$.

....

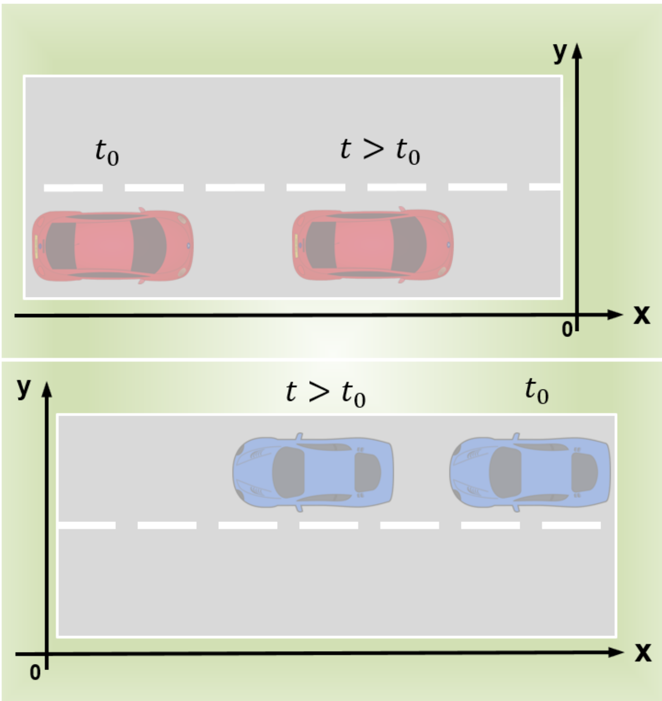
....

....

....

....

6.5 Zeichnen Sie jeweils folgenden Vektoren in die Skizze ein: $\vec{r}(t)$, $\Delta\vec{r}_g(t)$, $\Delta\vec{r}_b(t)$ und $\vec{r}_0$.



$\vec{r}_0$: ....

$\Delta\vec{r}_g(t)$: ....

....

....

$\Delta\vec{r}_b(t)$: ....

....

....

$\vec{r}(t)$: ....

6.6 Beschreiben Sie die Bewegungen mit Hilfe der Orts- und Ortsverschiebungsvektoren.

....

....

....

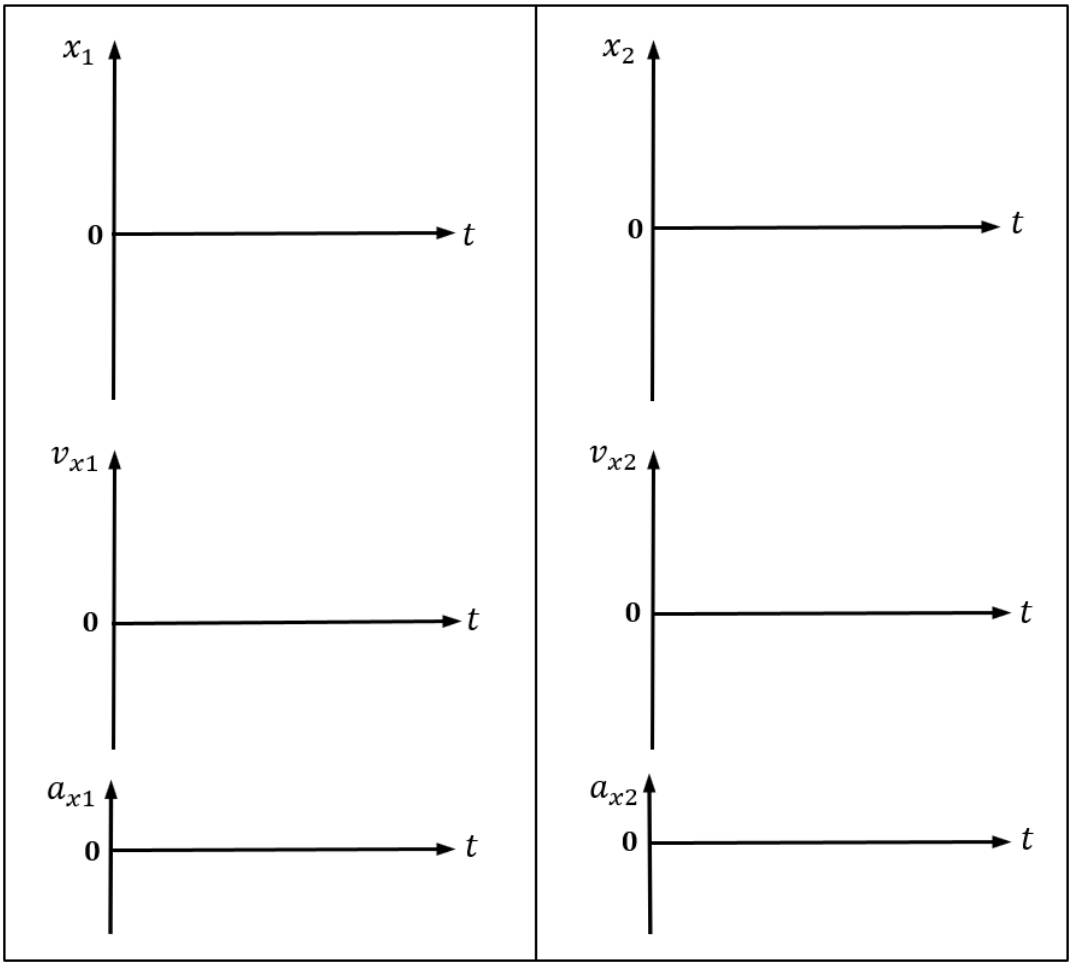
....

6.7 Entwickeln Sie die Ort-Zeit-Funktionsgleichung $\vec{r}_1(t)$ für PKW 1.

6.8 Entwickeln Sie die Ort-Zeit-Funktionsgleichung $\vec{r}_2(t)$ für PKW 2.

6.9 Geben Sie die Beschleunigung-Zeit-Funktionsgleichungen $\vec{a}_1(t)$ und $\vec{a}_2(t)$ der PKW an.

6.10 Zeichnen Sie die Graphen der $x(t)$-, $v_x(t)$- und $a_x(t)$-Funktionen für beide PKW ein.



6.11 Berechnen Sie den Zeitpunkt t_b, an dem sich beide PKW treffen (gleiche x-Position).

6.12 Geben Sie die Orte $\vec{r}_1(t_b)$ und $\vec{r}_2(t_b)$ der beiden PKW an.

6.13 Berechnen Sie a_{x2} des PKW 2 so, dass beide PKW gleichzeitig $x = 0$ erreichen.

6.14 Überprüfen Sie, ob der neue Wert für a_{x2} realistisch ist.